

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ЗЕМЕЛЬНОГО ФОНДА УКРАИНЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

*Рассмотрен метод прогнозирования социально-экономических процессов на базе использования цепей Маркова. Для нахождения матрицы переходных вероятностей предлагается решать оптимизационную задачу с использованием табличного процессора Excel. Точность прогноза оценена по данным Государственного агентства земельных ресурсов Украины о структуре земель Украины. Средняя по категориям земель ошибка прогноза не превосходит 0,2 %, максимальная ошибка по категориям земель не превосходит 0,5 %. Приведен прогноз структуры земельного фонда Украины на начало 2015 года.*

**Ключевые слова:** цепь Маркова; матрица переходных вероятностей; земельный фонд Украины; стохастическая модель; прогнозирование структуры земельного фонда.

### Постановка проблемы и обзор публикаций

Идея использования марковских цепей для прогнозирования социально-экономических систем, для которых характерно изменяемое во времени распределение некоторых базовых элементов по различным категориям, выдвигалась многими авторами. К таким системам можно отнести, например, площадь земли в некотором регионе разбитую на категории в зависимости от ее назначения (земли сельскохозяйственного назначения, покрытые лесом, застроенные и другие). Население региона также может быть разбито по категориям в зависимости от рассматриваемого социально-экономического процесса (по образованию, профессии, уровню дохода, политическим симпатиям и т. п.). Несмотря на значительное количество публикаций в этой области [1–6], практически отсутствуют доступные для реализации методы прогнозирования, точность прогноза по которым оценена экспериментально.

**Целью данной статьи** является обобщение работ автора в означенной области и дальнейшая проверка точности прогноза по вновь опубликованным данным Государственного агентства земельных ресурсов Украины о структуре земель Украины.

Автором в работах [7; 8] предложен конкретный метод использования марковских цепей для прогнозирования таких систем, оценена точность прогноза, как на стохастической модели, так и на реальных данных по распределению земель Украины, ежегодно приводимым Государственным агентством земельных ресурсов Украины. Основные положения метода заключаются в следующем.

В качестве модели принимается простая однородная марковская цепь. Стохастический объект может нахо-

диться в одном из  $n$  состояний, вероятности переходов зависят только от предыдущего состояния и задаются матрицей переходных вероятностей (МПВ)

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & \dots & p_{nn} \end{pmatrix}, \text{ где } p_{ij} - \text{вероятность перехода}$$

объекта из состояния  $i$  в состояние  $j$ .

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1 \quad \forall i = 1 \dots n. \text{ Матрица } P \text{ не меняется во вре-}$$

мени. В таком виде модель не может быть непосредственно применена к данным по классификации земель, где каждый вид земли характеризуется своей площадью. Выход из положения в том, чтобы считать марковским объектом единицу площади. Естественно предположить, что все объекты статистически между собой независимы. В противном случае мы столкнемся с неоправданно большим количеством параметров модели. Для рассматриваемой модели произведение транспонированной матрицы  $P$  на вектор

$$\text{текущего состояния земель } S(t) = \begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ \dots \\ S_n(t) \end{pmatrix}, \text{ дает мате-}$$

матическое ожидание (среднее) вектора состояний земли на следующий момент времени (в данном случае на следующий год), т. е.

$$ES(t+1) = P^T S(t) \quad (1)$$

Здесь  $S_i(t)$  количество единиц площади находящихся в  $i$ -ом состоянии в момент времени  $t$ . Есте-

твенно, этой формулой необходимо пользоваться при прогнозировании структуры земельного фонда на один год.

Основной математической проблемой становится оценка МПВ. Применительно к задаче прогнозирования земельных ресурсов, проще всего ее оценить по данным о переходе количества земель из одной категории в другую. Однако такие данные Государственное агентство земельных ресурсов Украины не публикует и, очень возможно, не имеет. Таким образом, актуальной становится задача оценки МПВ только по значениям вектора  $S(t)$  на некотором временном интервале. Несмотря на значительное количество работ, посвященной этой задаче статистического оценивания, удовлетворительного решения для выше приведенной упрощенной задачи не найдено [1; 3; 6; 9; 10]. Автором в работах [7; 8] предложено находить оценку МПВ путем решения следующей оптимизационной задачи:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_2} (S_i(t) - ES_i(t-1))^2 \Rightarrow \min_p \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1 \quad \forall i = 1..n$$

$$p_{ij} \geq 0$$

Здесь  $S(t)$  – наблюдаемые значения вектора состояний объекта,  $ES(t)$  – ожидаемые средние значения вектора состояний объекта, вычисляемые по формуле (1). Задача при  $n \leq 10$  может быть эффективно решена в табличном процессоре Excel.

В работе [11] приведен прогноз структуры земель Украины на конец 2013 года, полученный использованием данных за 2009-2012 годы. В мае 2014 года Государственное агентство земельных ресурсов Украины опубликовало состояние земельного фонда Украины на 1 января 2014 года [12]. Воспользуемся приведенными данными для проверки ранее полученной точности рассматриваемого прогноза (таблица 1):

Таблица 1

Категория земель	2013 прогноз (тыс. га)	2013 реально (тыс. га)	Отклонение		2014 прогноз (тыс. га)
			(тыс. га)	%	
Сільськогосподарські угіддя	41519,50	41525,8	6,30	0,02 %	41509,91
Інші сільськогосподарські землі	1216,93	1218,7	1,77	0,15 %	1218,40
Ліси та інші лісовкриті площі	10631,08	10624,4	-6,68	-0,06 %	10630,99
Забудовані землі	2547,08	2542,6	-4,48	-0,18 %	2552,29
Відкриті заболочені землі	980,22	981,6	1,38	0,14 %	982,35
Сухі відкриті землі з особливим рослинним покривом	17,98	17,9	-0,08	-0,45 %	18,00
Відкриті землі без рослинного покриву або з незначним рослинним покривом (кам'янисті місця, піски, яри інші)	1019,47	1021,0	1,53	0,15 %	1020,05
Води (території, що покриті поверхневими водами)	2422,54	2422,9	0,36	0,01 %	2422,95

Как видим из таблицы, средняя по категориям земель ошибка не превосходит 0,2 %, максимальная ошибка прогноза по категориям земель не превосходит 0,5 %, что соответствует ранее полученным оценкам предложенного метода [7; 8]. Отметим, что исключение из прогноза данных за 2009 год, т. е. использование данных только за 2010-2012 годы, приводит к

небольшому уменьшению максимальной ошибки (0,28 %).

В этой же таблице приведена прогнозная структура земель Украины на конец 2014 года, полученная по данным за 2011-2013 годы. Полученная в Excel МПВ выглядит следующим образом:

0,99959	0,00000	0,00017	0,00022	0,00001	0,00000	0,00000	0,00001
0,00014	0,99927	0,00016	0,00003	0,00010	0,00001	0,00004	0,00002
0,00003	0,00001	0,99986	0,00005	0,00004	0,00000	0,00000	0,00001
0,00015	0,00001	0,00005	0,99980	0,00002	0,00001	0,00001	0,00001
0,00003	0,00004	0,00006	0,00003	0,99966	0,00001	0,00001	0,00011
0,00002	0,00009	0,00019	0,00014	0,00009	0,99913	0,00006	0,00071
0,00009	0,00017	0,00011	0,00015	0,00010	0,00002	0,99891	0,00012
0,00001	0,00006	0,00013	0,00004	0,00008	0,00000	0,00000	0,99959

Она уменьшает значение целевой функции (сумма квадратов отклонений прогнозных значений от реальных) более чем в 9 раз относительно единичной МПВ.

В заключение можно сделать вывод о том, что предложенный метод прогнозирования на базе прос-

той однородной марковской цепи позволяет с хорошей точностью прогнозировать структуру земельного фонда Украины и, соответственно, может быть рекомендован для апробации при прогнозировании других социально-экономических систем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Dent, Warren and Ballintine, Richard. A review of the estimation of transition probabilities in Markov chains // The Australian journal of agricultural economics. Vol. 15, No. 2, p. 69–81, 1971.
2. Лабскер Л. Вероятностное моделирование в финансово-экономической области / Л. Лабскер. – М. : Альпина паблишер, 2002. – 223 с.
3. Копитко В. І. Науково-практичні рекомендації з використання економіко-математичних методів в умовах реформування регіональних АПК / В. І. Копитко. – К. : Навч.-коорд. центр дорадчих служб, 2004. – 68 с.
4. Жлуктенко В. І. Стохастичні моделі в економіці : [монографія] / В. І. Жлуктенко, А. В. Бегун. – К. : КНЕУ, 2005. – 352 с.
5. Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем : [учеб. пособие]. — 2-е изд., перераб. и доп. / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 432 с.
6. Grimshaw, Scott D. and Alexander, William P. (2010). «Markov Chain Models for Delinquency: Transition Matrix Estimation and Forecasts». Applied Stochastic Models in Business and Industry. n/a. doi: 10.1002/asmb.827, 2010.
7. Іхсанов Ш. М. Використання ланцюгів Маркова для прогнозування соціально-економічних процесів / Ш. М. Іхсанов, В. В. Лопушанська // Науковий економічний журнал «Актуальні проблеми економіки». № 1 (115). – 2011. – К. : Вид-во Національної академії управління, 2011. – С. 259–267.
8. Shamil M. Ikhsanov. Markov chains application in forecasting of socioeconomic processes / Shamil M. Ikhsanov, Valentina V. Lopushanska. – Матеріали ІV міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми конструкції і розвитку форм самоорганізації людських спільнот», 21-28 квітня 2011 р., Лондон, Київ. – Р. 72–76.
9. Do Sun Bai. Efficient estimation of transition probabilities in a Markov chain. / The Annals of Statistics, Vol. 3, No. 6, p. 1305–1317, 1975.
10. Erik Van der Straeten. Maximum Entropy Estimation of Transition Probabilities of Reversible Markov Chains. / *Entropy* 2009, 11, 867-887; doi:10.3390/e11040867.
11. Іхсанов Ш. М. Прогнозування структури земельного фонду України з використанням цепей Маркова. / Ш. М. Іхсанов, В. В. Лопушанська // «Комп'ютерні науки: освіта, наука, практика» – матеріали Міжнародної науково-технічної конференції. – Миколаїв : НУК, 2014. – С. 69–71.
12. Державне агентство земельних ресурсів України. Земельний фонд України станом на 1 січня 2014 року та динаміка його змін в порівнянні з даними на 1 січня 2013 року. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://land.gov.ua/zvitnist/statystyka/107551-zemelnyifond-ukrainy-standom-na-1-sichnia-2014-roku-ta-dynamika-ioho-zmin-v-porivnianni-z-danymi-na-1-sichnia-2013-roku.html>.

*Іхсанов Ш. М., Миколаївський національний аграрний університет, м. Миколаїв, Україна*

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ОЦІНКА ТОЧНОСТІ ПРОГНОЗУВАННЯ СТРУКТУРИ ЗЕМЕЛЬНОГО ФОНДУ УКРАЇНИ З ВИКОРИСТАННЯМ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА

*Розглянуто метод прогнозування соціально-економічних процесів на базі використання ланцюгів Маркова. Для знаходження матриці перехідних ймовірностей пропонується вирішувати оптимізаційну задачу з використанням табличного процесора Excel. Точність прогнозу оцінена за даними Державного агентства земельних ресурсів України про структуру земель України. Середня за категоріями земель помилка прогнозу не перевищує 0,2 %, максимальна помилка по категоріях земель не перевищує 0,5 %. Наведено прогноз структури земельного фонду України на початок 2015 року.*

**Ключові слова:** ланцюг Маркова; матриця перехідних ймовірностей; земельний фонд України; стохастична модель; прогнозування структури земельного фонду.

*Ikhsanov Sh. M., Mykolayiv National Agrarian University, Mykolayiv, Ukraine*

## EXPERIMENTAL EVALUATION OF PREDICTION ACCURACY MARKOV CHAINS APPLICATION IN FORECASTING OF LAND FUND STRUCTURE OF UKRAINE

*The paper offers a variant of applying stochastic models based on Markov chains for socioeconomic processes forecasting. As a model adopted a simple homogeneous Markov chain. An optimization problem is formulated for estimation of transition probability matrix, which proposed to solve with Electronic Spreadsheet Program Excel. Data on the structure of land resources in Ukraine is considered as an example. For a Markov object adopted unit area. It is assumed that all objects are statistically independent. Evaluation of prediction accuracy is obtained by comparing the prediction structure lands of Ukraine at the beginning of 2014, previously published by the author, with real data, published by the State Agency of Land Resources of Ukraine in May 2014. The relative error of prediction by the separate land categories does not exceed 0.5 %, average value of error – not more than 0.2 %. Forecast for the land resources structure of Ukraine to the beginning of 2015 is presented. Resulting in Excel transition probability matrix*

*reduces the value of the objective function (sum of squared deviations of the predicted values from the real) more than 9 times the value which gives identity transition matrix. The received data show, that prediction of land fund structure of Ukraine on the application of Markov chains model is possible with adequate accuracy and it can be recommended for other socioeconomic processes forecasting.*

**Key words:** *Markov chain; transition probabilities matrix; land resources of Ukraine; stochastic model; forecasting the land resources structure.*

© Ихсанов Ш. М., 2014

*Дата надходження статті до редколегії: 18.12.2014 р.*