

УДК 637.134

## АНАЛІЗ СИЛ ДРОБЛЕННЯ ЖИРОВИХ КУЛЬОК В СТРУМИННОМУ ГОМОГЕНІЗАТОРІ

Самойчук К.О., к.т.н., доцент

Ковальов О.О., аспірант

Таврійський державний агротехнологічний університет

*У статті розглянуто сили, що призводять до руйнування дисперсної фази в процесі струменевої гомогенізації молока з роздільною подачею вершків та запропоновано рівняння руху жирової кульки*

*Ключові слова: жирова кулька, сили, дисперсна фаза, гомогенізація, рівняння руху.*

**Постановка проблеми.** Гомогенізація жирових емульсій широко використовується у переробній промисловості при обробці молока та молочних продуктів, при виробництві заміників незбираного молока (для відгодівлі телят) тощо. Існує ряд гіпотез гомогенізації, що суперечать одна одній. Жодна з них вичерпно не показує сутність процесів, що відбуваються. Основна причина суперечностей в тому, що процес гомогенізації є важкодоступним для дослідження завдяки великим швидкостям процесу та малим розмірам часток. Аналізуючи існуючі гіпотези гомогенізації можливо стверджувати, що головним фактором в процесі диспергування жирової фази молока є різниця швидкостей між жировою кулькою та оточуючою дисперсійною фазою. Для досягнення максимальної різниці швидкості одним з найбільш ефективних є маловивчені струминні апарати, в яких гомогенізація відбувається в гідродинамічному потоці [1].

**Аналіз останніх досліджень.** На підставі теоретичних розрахунків було запропоновано та виготовлено лабораторний зразок пристрою для гомогенізації. До подачі в такий пристрій молоко розділяється на знежирене молоко і вершки (рис.1). Знежирене молоко подається під тиском з певною швидкістю  $v_m$ , яка збільшується у центральній зоні пристрою за рахунок звуження потоку, величину якого можливо регулювати тягами. У місці найбільшого звуження подаються вершки по тонкому каналу. При взаємодії потоку та жирових кульок останні деформуються та подрібнюються.

**Постановка завдання.** Для обґрунтування оптимальних параметрів конструкції струминного апарату для гомогенізації необхідно розробити математичну моделі процесу диспергування жирової фази молока в струминному гомогенізаторі. Тому важливим науково – практичним завданням є вивчення сил, що діють в процесі струминної гомогенізації та виведення рівняння руху жирової кульки.

**Основна частина.** Для будь-якої рідкої частки швидкість руху складається з квазітвердого та деформаційного руху. Квазітвердий рух

дорівнює сумі поступового та обертового рухів. Частки, рухаючись поступово одночасно можуть приймати участь в вихровому та коливальному русі, що створюється турбулентними вихорами.

На жирову кульку, що рухається в потоці дисперсійного середовища (знежиреного молока) діють масові  $K$  та поверхневі сили  $P$ , що виражаються через власні проекції на координатні вісі (рисунок 2) [2, 3].

$$K = ix + jy + kz, \quad (1)$$

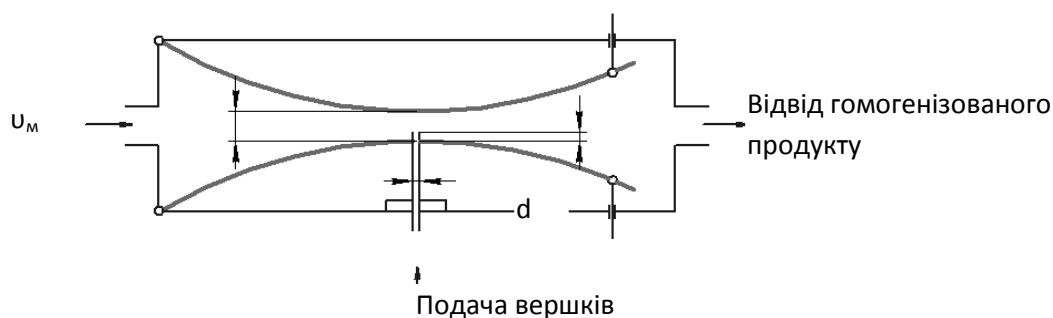
$$P = iP_x + jP_y + kP_z, \quad (2)$$

$$P_x = i\delta_x + j\tau_{xy} + k\tau_{xz}, \quad (3)$$

$$P_y = i\tau_{yx} + j\delta_y + k\tau_{yz}, \quad (4)$$

$$P_z = i\tau_{zx} + j\tau_{zy} + k\delta_z. \quad (5)$$

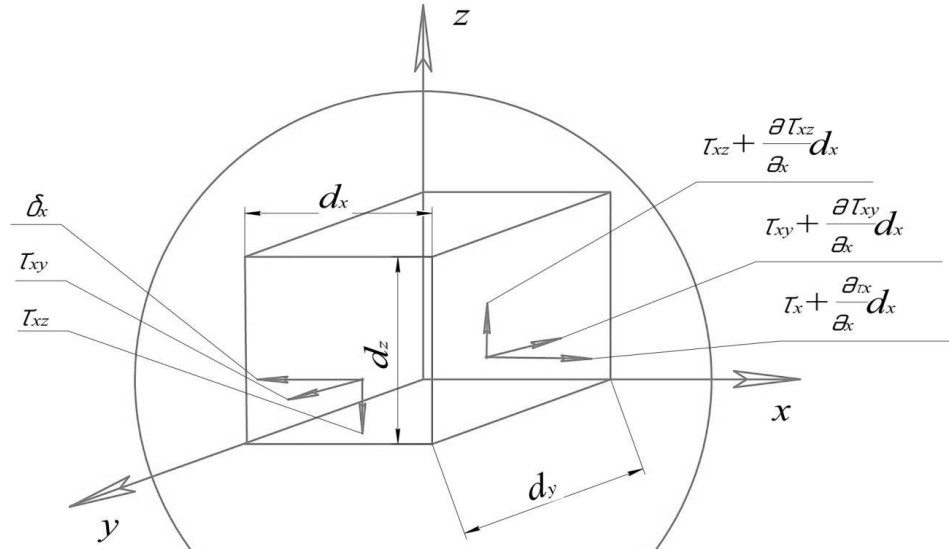
де  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  – нормальні напруження прикладені до боків паралелепіпеду та паралельні відповідним координатним вісям;  $\tau$  – дотичні напруження, що позначаються двома індексами з яких перший вказує до якої вісі перпендикулярна площадка, що розглядається, а другий вказує ту вісь паралельно якій напружені дотичні напруження, що розглядаються.



**Рис. 1. Схема струминного гомогенізатора з роздільною подачею вершків**

Поверхневі сили можуть бути нормальними та дотичними; перші діють як в рухомій так і в нерухомій рідині, сили дотичні виникають лише при русі рідини та тоді, коли частки деформуються. До сил, величини яких є пропорційними до площі частки відносять сили поверхневого натягу та в'язкого тертя, що проявляється при русі рідини. Сили в'язкого тертя мають вплив на процес в межах граничного шару. Сили поверхневого натягу будуть мати незначний вплив на процес гомогенізації, до того ж вони будуть зменшуватись при підвищенні температури, тому ними можна знехтувати [4].

За базову теорію, що описує рух струменю в потоці приймаємо теорію граничного шару Шліхтінгу [3]. Градієнт тиску в напрямку до вісі руху  $\frac{\partial p}{\partial y}$  є малим порівняно з величиною  $\frac{\partial p}{\partial x}$ , тобто тиск є функцією тільки повздовжньої координати  $x$ , як вказувалось в опису процесу. Тому силами, що обумовлюють градієнт тиску на виділеній ділянці можна знехтувати. Про незначну величину тиску в основній ділянці потоку свідчать численні експерименти по його заміру в затоплених турбулентних струменях [5].



**Рис. 2. Рух струменю дисперсної фази в потоці знежиреного молока**

Таким чином, задача визначення течії зводиться до вирішення системи рівнянь [6]

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial u_x}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

Для більшості рідин справедливе твердження за яким напруження пропорційні швидкостям деформації. Рівняння руху в'язкої рідини для елементарного паралелепіпеду з боками  $d_x, d_y, d_z$ . Зв'язок між напруженнями та швидкостями деформації встановлюються законом Ньютона. Турбулентний рух завжди має всі три компоненти, навіть якщо у швидкості присутні дві складові [7]. Тоді рівняння руху вздовж вісі  $x$  можна записати як

$$\rho \frac{du}{dt} + \rho u \frac{du}{dx} + \rho v \frac{du}{dy} + \rho \omega \frac{du}{dz} = x + \left( \frac{\partial \delta_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \quad (8)$$

в напрямку  $y$  та  $z$

$$\rho \frac{dv}{dt} + \rho u \frac{dv}{dx} + \rho v \frac{dv}{dy} + \rho \omega \frac{dv}{dz} = y + \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \delta_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \quad (9)$$

$$\rho \frac{d\omega}{dt} + \rho u \frac{d\omega}{dx} + \rho v \frac{d\omega}{dy} + \rho \omega \frac{d\omega}{dz} = z + \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \right) \quad (10)$$

Частка дисперсної фази представляє собою жирову кульку діаметром  $d_{к,м}$  та густиною  $\rho_{ж}, \text{кг/м}^3$ . Вона рухається у плазмі молока (дисперсійній фазі) густиною  $\rho_{пл}, \text{кг/м}^3$  та кінематичною в'язкістю  $\nu, \text{м}^2/\text{с}$  зі швидкістю  $u_1, \text{м/с}$ . При цьому на неї діє сила опору  $F_0, \text{Н}$ . Концентрація жиру в молоці не перевищує 3,5 – 4,0 %, тому цілком можливо знехтувати взаємним впливом жирових кульок одна на одну. Тому для описання залежностей між параметрами  $u_1, d_{к}, \rho_{ж}, \rho_{пл}, \nu$  та  $F_0$  застосуємо відомі формули [1,2]

$$F_0 = \frac{1}{8} Ne v_1^2 \pi d_k^2 \rho_{nl}, \quad (11)$$

де  $Ne$  – критерій Ньютона.

Критерій Ньютона визначається в залежності від характеру руху рідини, що в свою чергу залежить від безрозмірного критерія Рейнольдса  $Re$

$$Re = \frac{v_1 d_k}{\nu}, \quad (12)$$

де  $v_1$  – швидкість потоку, м/с.

При  $500 < Re < 200000$  режим руху турбулентний. При цьому

$$Ne = 0,45, \quad (13)$$

$$v_1 = \varphi \sqrt{\frac{2}{\rho_m} \Delta p}. \quad (14)$$

Для значень надлишкового тиску  $\Delta p = 1 \cdot 10^6 \dots 5 \cdot 10^6$  Па,  $\varphi = 0,95$ ,  $d_k = 2 \cdot 10^{-6}$  м,  $\nu = 1,5 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $\rho_{пл} = 1035$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma = 0,1$  Н/м,  $\rho = 1030$  кг/м<sup>3</sup>,  $d_c = 4 \cdot 10^{-3}$  м швидкість струменю коливається в діапазоні значень  $v_1 = 43,1 \dots 96,5$  м/с;  $Re = 114933 - 257333$ .

Згідно тверджень Ньютона при русі шарів рідини між ними з'являються дотичні напруження що є пропорційними градієнту зміни швидкості  $du / dy$ , площі зіткнення шарів рідини, залежать від роду рідини та дуже незначно від тиску. Закон Ньютона для турбулентного тертя застосовується лише частково бо не враховує дотичні напруження. Нормальні напруження значного впливу не мають, проте величина дотичних напружень набуває істотних величин, особливо в граничному шарі. Біля стінки відбувається ковзання рідини, в межах граничного шару дотичні сили зростають в напрямку вісі  $y$ , а за межами граничного шару дотичні сили не мають помітного впливу (рис. 3). Тертя в граничному шарі, згідно гіпотези Ньютона є пропорційним градієнту швидкості в напрямку нормалі до поверхні тіла [8].

$$F_\tau = \mu \frac{du}{dy}, \quad (15)$$

де  $\mu$  – динамічна в'язкість несучої фази.

Важливим є врахування сил міжфазної взаємодії, що викликане різницею швидкостей диспергуємої та дисперсної фаз, оскільки в більшості випадків дія сил опору є вирішальною. Сили в'язкого опору пропорційні радіусу часток та є одними із значних сил, що діють на кульку з боку несучої фази [3].

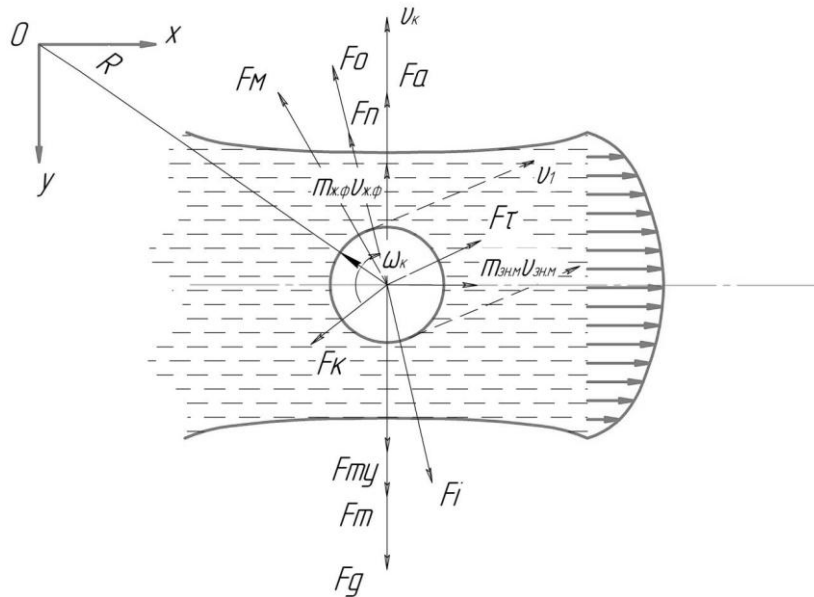
$$F_0 = 6\pi r_k \mu (v_1 - v_k), \quad (16)$$

де  $v_1$  – швидкість несучої фази; м/с;  $r_k$  – радіус жирової частки; м;  $v_k$  – швидкість жирової частки; м/с.

Або [9]

$$F_0 = \frac{1}{8} \rho_{nl} C_d d_k^2 |v_1 - v_k| (v_1 - v_k), \quad (17)$$

де  $C_d$  – коефіцієнт опору руху для н'ютоновської ділянки течії дорівнює 0,44.



**Рис.3. Схема сил, що діють на кульку в процесі гомогенізації**

Критерій Рейнольдса визначає співвідношення сил інерції та в'язкості в однорідному потоці. При русі потоку в ньому виникають збудження, що поширюються від стінок каналу, або вносяться в потік ззовні. Вплив збудження досягається від співвідношення сил: якщо переважають сили інерції при значеннях  $Re > Re_{кр}$  – збудження розвивається, потік впливає на течію, змінюється його структура. Зміна гідродинамічних параметрів в значній мірі визначає протікання тепломасообмінних процесів між краплею та рідиною. Навіть при малих швидкостях та числах Рейнольдса  $Re = 60 - 128$  виникає переміщення шарів рідини, що призводить до мікротурбулізації потоку та як наслідок до збільшення хаотичного руху часток, зважених в рідині [10].

Сили інерції в граничному шарі

$$F_i = \rho L^2 v_k^2, \quad (18)$$

де  $L$  – довжина шляху змішування Прандтля.

Метод зникаючої в'язкості полягає в наступному: за великих значень чисел Рейнольдса головний вплив сил в'язкості проявляється в граничному шарі, а за межами граничного шару рідину можна вважати ідеальною. Якщо  $\mu \rightarrow 0$ , що рівнозначно  $Re \rightarrow \infty$ , то згідно формулі Прандтля товщина граничного шару в якому існує в'язкість також прагне до нуля [4, 8]. При цьому на стінці швидкість прагне до нуля, а поблизу стінок утворюється тонкий шар в якому швидкість різко зростає від нульової позначки на стінці до значення на зовнішній межі вісесиметричного струменю що відповідає течії ідеальної рідини. Швидка зміна швидкості всередині так званого граничного шару призводить до того, що в межах його впливу сили тертя не є незначущими, а мають той же порядок що сили інерції [4].

На деякій відстані від поверхні тіла, сили інерції переважають внаслідок малої в'язкості. В'язкість рідини є стабілізуючим фактором, що

ускладнює розвиток хвильових явищ, при збільшеній поверхні натягу спостерігається уповільнення розпаду струменю рідини [10]. Сили інерції, що істотно переважають сили в'язкості, викликають перемішування кінцевих об'ємів рідин, що рухаються з різною швидкістю. В результаті здійснюється передача енергії від великомасштабних структур менш великим утворенням за рахунок втрати стійкості більш крупних вихорів [8].

За межами граничного шару силами тертя можливо знехтувати зважаючи на їх незначущість порівняно з силами інерції. В межах граничного шару порядок цих сил приблизно однаковий. З іншого боку оцінити товщину граничного шару є достатньо складним. Деякі джерела вказують, що за розвиненої турбулентності граничний шар може займати всю площу обмежену стінками [3].

$$\mu \frac{\nu}{\delta^2} \approx \frac{\rho \nu}{\delta l}, \quad (19)$$

де  $l$  – довжина ділянки;  $\mu$ ;  $\nu$  – швидкість зовнішньої течії;  $\rho$ ;  $\delta$  – товщина граничного шару.

Сила інерції має величину порядку  $\rho \nu^2/l$ . Градієнт швидкості в напрямку перпендикулярному до стінки, тобто величина  $\frac{\partial u}{\partial y}$  має порядок  $\nu/\delta$ . На частку може впливати сила що спрямована під прямим кутом до напрямку руху частки та намагається відхилити частку у напрямку обертання передньої частини, що зветься ефектом Магнуса [11,12]

$$F_m = \frac{1}{4} \pi^2 d_k^2 \rho_{ni} (\nu_1 - \nu_k) \omega_k, \quad (20)$$

де  $\omega_k$  – кутова швидкість обертання жирової кульки, рад/с.

$$\omega_k = \omega_a \left[ 1 - \exp\left(\frac{-60\mu t}{d_k^2 \rho_{ni}}\right) \right], \quad (21)$$

де  $\omega_a$  - кутова швидкість обертання потоку плазми відносно центру кривизни лінії плинну.

Сила Коріоліса дорівнює [12]

$$F_k = -2m\omega_a(\nu_1 - \nu_k), \quad (22)$$

На рух дрібних субмікронних часток значний вплив можуть мати сили термофорезу, що спрямовані в бік більш холодної середи.

$$F_m = \frac{4,5\pi\mu^2 d_k}{\rho_{ni} T} \left(\frac{\lambda}{2\lambda + \lambda_m}\right) grad T, \quad (23)$$

де  $T$  – температура частки;  $\lambda$  – довжина шляху змішування часток плазми, м;  $\lambda_m$  – відношення шляху змішування часток плазми до радіусу жирової частки.

Найбільший вплив цих сил спостерігається за незначних швидкостей, тобто в даному випадку їхня величина не може бути визначальною. Збільшення швидкості потоку посилює вплив на жирову фазу сил інерції та турбофорезу [13].

Сили Бернуллі обумовлюють місцеву швидкість, пов'язану з

турбулентними пульсаціями та відповідно з силами турбофорезу. Вони можуть істотно впливати на пульсаційні складові часток зважених в турбулентному потоці. Сили турбофорезу виникають з умови нерівномірного розподілу турбулентних пульсацій, що викликають турбулентне переміщення частки до стінки камери. Сили турбофорезу заключаються в тому що з ділянок з високою інтенсивністю турбулентних пульсацій до зони з низьким ступенем турбулентності поширюються збудження [13].

$$F_{my} = ma, \quad (24)$$

Прискорення  $a$  знаходиться з виразу

$$a = \frac{du}{dt} = -\frac{1}{2} \tau_k \frac{d\omega^2}{dy}, \quad (25)$$

де  $\tau_k$  – час релаксації частки знаходиться з виразу

$$\tau_k = \frac{\rho_{nl} d_k^2}{18\mu}, \quad (26)$$

Ефект приєднаної маси відображає динамічний напір середовища на частку та означає збільшення її розрахункової маси, за умови коагуляції внаслідок зіткнення [10]

$$F_n = \frac{2}{3} \pi \rho_{nl} r_k^3 \left( \frac{d_1 v_1}{dt} - \frac{d_2 v_2}{dt} \right), \quad (27)$$

де  $v_1, v_2$  – швидкості несучої та дисперсної фаз, м/с.

Диспергуєма фаза під дією архимедової сили піднімається та попадає в зону інтенсивного перемішування, де під впливом потоку подрібнюються на дрібні краплі. Сила Архімеду дорівнює

$$F_a = -mg. \quad (28)$$

В нашому випадку дія архимедової сили буде незначною, оскільки створені інтенсивні турбулентні пульсації потоку різного масштабу будуть подрібнювати жирову фазу раніше та вона буде частково зкомпенсована силою турбофорезу.

Визначено, що безпосередньо перед лінією розділу потоків величина швидкості знижується в центрі струменя і на краях, причому величина зниження становить до 15%. Тому окружна швидкість потоку і жирової кульки є малою величиною. Відповідно до цього нехтуємо силами Коріоліса, Магнуса [12].

Отже суттєвий впливу на жирову кульку мають сили опору, інерції, приєднаної маси та турбофорезу і рівняння руху жирової частки для струминного гомогенізатора виглядає таким чином

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{1}{8} \rho_{nl} C \alpha d_k^2 |v_1 - v_k| (v_1 - v_k) + \frac{2}{3} \pi \rho_{nl} r_k^3 \left( \frac{d_1 v_1}{dt} - \frac{d_2 v_2}{dt} \right) + \rho L^2 v_k^2 + ma \quad (29)$$

**Висновки.** В статті проаналізовано сили, що діють на жирову кульку в процесі струминної гомогенізації молока, отримано рівняння в якому визначальними для руйнування жирових кульок відіграють сили приєднаної маси, турбофорезу, інерції та сили опору. Отримане рівняння руху жирової

кульки, буде використано при складанні математичного опису процесу, що необхідно для подальшого вивчення процесу струминної гомогенізації та розробці нових, більш ефективних способів диспергування жирових емульсій.

### Список використаних джерел:

1. Самойчук К.О. Експериментальні дослідження струминного гомогенізатора з роздільним подаванням жирової фази /К.О.Самойчук, О.О.Ковальов //ДонНУЕТ. Обладнання та технології харчових виробництв. – 2011. – Вип. 28. – С.42 – 47.
2. Нужин Є.В. Про вплив параметрів потоку на процес гомогенізації / Є.В. Нужин // Одеська державна академія харчових технологій. Наукові праці. – 1999. – Вип. 18. – С.151–154.
3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – Дрофа, 2003. – 840 с.
5. Добросельский К.Г. Симметрия уравнений Рейнольдса и полуэмпирические теории турбулентной затопленной струи / К.Г. Добросельский, А.Г. Просяник // Информатика и системы управления. – 2004. – № 1. – С. 37 – 43.
6. Верещагин И. П. Основы электро-газодинамики дисперсных систем / И.П. Верещагин, В.И.Левитов, Г.З. Мирзабекяни и др. – М. : Энергия, 1974. – 480 с.
7. Белов И.А. Моделирование турбулентных течений / И.А. Белов, С.А. Исаев – СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2001. –108 с.
8. Веремеев С.А. Взаимодействие импульсной затопленной струи жидкости с преградой / С.А. Веремеев, А.Н. Семко // Прикладна гідромеханіка. – 2008. – Т. 10, № 1. – С. 3 – 9.
9. Матвиенко О.В. Математическое моделирование турбулентного переноса дисперсной фазы в турбулентном потоке / О.В. Матвиенко, Е.В. Евтюшкин // Вестник ТГПУ, 2004. Вып. 6. С. 50 – 53.
10. Пажи Д.Г. Основы техники распыливания жидкости / Д.Г. Пажи, В.С. Галустов. – М.: Химия, 1984. – 256 с.
11. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости /Дж. Бэтчелор М.: Мир, 1973 – 792 с.
12. Самойчук К.О. Обґрунтування параметрів та режимів роботи протитечійно-струменевого диспергатора молока: дис. ... канд. техн. наук : 05.18.12 /Самойчук Кирило Олегович – Донецьк, 2008. – 155с.
13. Лаптев А.Г. Явления турбулентного переноса тонкодисперсных частиц в жидкой фазе динамических сепараторов / А.Г. Лаптев, М.М. Башаров, А.И. Фарахова // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2011. – № 68. – С. 147 – 177.



**Самойчук К.О., Ковалёв А.А.**  
**Анализ сил дробления жировых шариков в струйном гомогенизаторе**

В статье рассмотрены силы, приводящие к разрушению дисперсной фазы в процессе струйной гомогенизации молока с отдельной подачей сливок и предложено уравнение движения жирового шарика.

**Ключові слова:** жирова кулька, сили, дисперсна фаза, гомогенізація, рівняння руху.

**Samoichuk K.O., Kovalyov A.A.**  
**Analysis of the forces of the splitting of fat globules in jet-mixing homogenizer**

The forces leading to the destruction of the dispersed phase in the process of the jet – mixing homogenization of milk with separated giving of cream are considered and the equation of motion of the fat globule is suggested in the article

**Keywords:** fat ball forces dispersed phase, homogenization, the equations of motion.