УДК 621.382.53

© 2000 р. В.Г. Охрем

Чернівецький національний університет ім. Ю.Федьковича, Чернівці

ДО ПИТАННЯ ПРО ВИХРОВІ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНІ СТРУМИ В АНІЗОТРОПНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розглянуто ефект стаціонарних вихрових термоелектричних струмів в термоелектрично-анізотропному середовищі при теплових граничних умовах, що легко реалізувати на практиці.

The effect of stationary eddy thermoelectrical current in thermoelectricaly anisotropy material under thermal boundary conditions, which one realized in practice easy, has been considered.

На можливість існування вихрових термоелектричних струмів (ВТС) у термоелектрично-анізотропних середовищах було указано ще в [1]. Досить детальний огляд праць по ВТС подано в [2]. Можна навести і інші роботи. Однак у більшості випадків теплові граничні умови, що накладають на середовище настільки складні, що їх непросто здійснити. Це стосується, наприклад, колових струмів [3,4]. Тому пошук таких теплових граничних умов, які неважко було б здійснити на практиці – актуальна задача.

На рис.1 подана термоелектрично-анізотропна пластинка, кристалографічна ось якої напрямлена під кутом 45° до лабораторних осей 0*x*, 0*y*. Вважаючи, що матеріал пластинки однорідний і кінетичні коефіцієнти не залежать від температури, запишемо узагальнені закони електро- і теплопровідності так

$$\vec{j}=-\sigma\nabla\varphi-\sigma\hat{\alpha}\nabla T, \qquad \vec{q}=-\chi\nabla T+T\hat{\alpha}\vec{j}, \tag{1}$$

де σ і χ – питомі електро- і теплопровідність – постійні скаляри, $\hat{\alpha}$ – тензор термоерс, який у нашому випадку має дві компоненти: $(\alpha_{||}-\alpha_{\perp})/2$ і $(\alpha_{||}+\alpha_{\perp})/2$, $\alpha_{||}$ і $\alpha_{\perp}$ – термоерс вздовж і поперек кристалографічної осі, $\vec{j}$ і $\vec{q}$ – густини електричного струму і потоку тепла, $\nabla\varphi$ і ∇T – градієнти електричного потенціалу φ і температури T відповідно.

Умову стаціонарності розподілу ВТС в анізотропній пластинці ($\operatorname{div}\vec{j}=0$) задовольнимо, використавши потенціал Лукоша [5]

$$j_1=\frac{\partial H}{\partial y}, \quad j_2=-\frac{\partial H}{\partial x}. \tag{2}$$

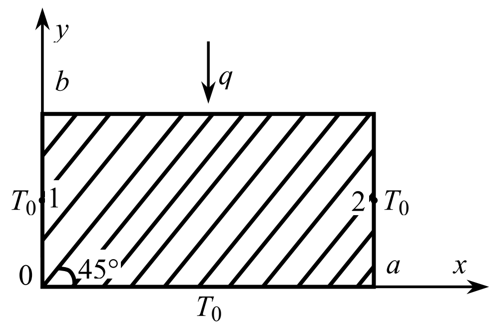

Рис.1. Термоелектрично-анізотропна пластинка.

Виключивши за допомогою (2) потенціал φ з виразів для j_1 і j_2, одержимо рівняння

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}=\sigma\alpha_{12}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right), \tag{3}$$

де $\alpha_{12}=(\alpha_{||}-\alpha_{\perp})/2$.

Далі вважатимемо, що анізотропна пластинка електроізольована, тобто нормальні до границі компоненти струму дорівнюють нулю або, що теж саме, $H(x,y)=0$ на границі.

Поряд з (3) необхідно розглядати також рівняння теплопровідності, що випливає з закону збереження енергії в стаціонарному випадку

$$\operatorname{div}(\vec{q}+\varphi\vec{j})=0\,. \tag{4}$$

У працях [1,5], а також в інших працях, доведено, що (4) за умови ізотропності питомої теплопровідності, наближено можна записати так

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0\,. \tag{5}$$

Співвідношення (5) розглянемо при умовах рис.1

$$T(0,y)=T(a,y)=T(x,0)=T_0\,, \qquad q_2(x,b)=q\,. \tag{6}$$

Розв'язок теплової частини задачі (5), (6) такий

$$T(x,y)=T_0-\frac{q}{\chi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{E_n}{\delta_n\,\mathrm{ch}(\delta_n b)}\mathrm{sh}(\delta_n y)\sin(\delta_n x)\,, \quad (7)$$

де $E_n=\left[2/(\delta_n a)\right]\left((-1)^n-1\right)$, $\delta_n=n\pi/a$. З урахуванням виразу (7) рівняння (3) матиме такий вигляд

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}= =2\frac{\alpha_{12}}{\chi\rho}q\sum_{n=1}^{\infty}\frac{E_n}{\mathrm{ch}(\delta_n b)}\delta_n\,\mathrm{sh}(\delta_n y)\sin(\delta_n x), \quad (8)$$

де ρ – питомий опір. Розв'язок рівняння (8) шукаємо у вигляді

$$H(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\Phi_n(y)\sin(\delta_n x)\,. \quad (9)$$

Умови $H(0,y)=H(a,y)=0$ виконуються автоматично. Підставивши (9) у (8), одержимо:

$$\Phi_n''(y)-\delta_n^2\Phi_n(y)=\frac{2\alpha_{12}q}{\chi\rho}\frac{E_n\delta_n}{\mathrm{ch}(\delta_n b)}\mathrm{sh}(\delta_n y)\,. \quad (10)$$

Розв'язок рівняння (10) легко знайти методом варіації постійних, який з урахуванням граничних умов $\Phi_n(0)=\Phi_n(b)=0$ можна зобразити так

$$\Phi_n(y)=\frac{\alpha_{12}q}{\chi\rho}\frac{E_n}{\mathrm{ch}(\delta_n b)}\left(y\,\mathrm{ch}(\delta_n y)-b\frac{\mathrm{ch}(\delta_n b)}{\mathrm{sh}(\delta_n b)}\mathrm{sh}(\delta_n y)\right).$$

Підставивши знайдене $\Phi_n(y)$ в (9), можна обчислити потенціал Лукоша $H(x, y)$ і за формулами (2) – компоненти густини ВТС j_1 і j_2. Скориставшись виразом для густини струму, легко вирахувати розподіл потенціалу в пластинці $\varphi(x, y)$. Знайшовши потенціал $\varphi(x, y)$, обчислимо різницю потенціалів між точками 1 і 2 (рис.1). Вона складає

$$\Delta\varphi_{12}=\frac{4}{\pi}\frac{\alpha_{12}qb}{\chi}\sum_{n=1,3,5...}\left(\frac{\mathrm{sh}\frac{n\pi b}{2a}}{\mathrm{ch}\frac{n\pi b}{a}}-2\frac{\mathrm{ch}\frac{n\pi b}{2a}}{\mathrm{sh}\frac{n\pi b}{a}}\right)\frac{1}{n}.$$

Цю різницю потенціалів можна зобразити як електрорушійну силу анізотропного термоелемента, яка виникає перпендикулярно до напрямку падаючого теплового потоку q (рис.1). Її існування пов'язане з наявністю ефекту ВТС і тому, досліджуючи $\Delta\varphi_{12}$, можна судити про величину ВТС. Отже, наявність $\Delta\varphi_{12}$ має бути доказом існування ефекту ВТС.

Як матеріал пластинки для одержання ВТС і їх дослідження можна запропонувати монокристалічний антимонід кадмію CdSb, який за літературними даними [6] є термоелектрично анізотропною речовиною.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Самойлович А.Г.*, *Коренблит Л.Л.* Вихревые токи в анизотропной среде // ФТТ. - 1961. - **3**, №7-8. - С.2054-2058.
2. *Анатычук Л.И.*, *Лусте О.Я.* Вихревые термоэлектрические токи и вихревые термоэлементы. // ФТП. - 1976. - **3**, №5. - С.817-832.
3. *Анатычук Л.И.*, *Лусте О.Я.* Вихревые термоэлектрические токи в CdSb // ФТТ. - 1966.-**8**, №8. - С.2492-2494.
4. *Пилат И.М.*, *Охрем В.Г.*,*Пироженко С.И.* Круговые токи в термоэлектрически анизотропном диске // ФТП. - 1984. - **18**, №11. - С.2113.
5. *Lukosz W.* Geschlossene electrische Ströme in thermoelectrischanisotropen Kristallen // Z. Naturforsch. - 1964. - **19a**, №3. - S.1599-1610.
6. *Анатичук Л.І.*, *Лусте О.Я.* Анізотропія термоерс CdSb // УФЖ. - 1966. - **11**, №9. - С. 971-977.