

СИНГУЛЯРНИЙ ПІДХІД В АНАЛІЗІ РОЗСІЯННЯ ОБ'ЄКТНИХ ПОЛІВ ШОРСТКИМИ ПОВЕРХНЯМИ

Для визначення класу розподілу нерівностей шорсткої поверхні фрактального або випадкового з дисперсією фази неоднорідностей $\sigma_{\varphi_0}^2 > 1$ використано підхід, який базується на уявленнях сингулярної оптики. Отримано й проаналізовано карти нулів амплітуди поля залежно від зони реєстрації й параметрів випадкових і фрактальних шорстких поверхонь. Показано, що локальна густина розподілу нулів амплітуди поля розсіяного випромінювання є одним із можливих параметрів, який можна взяти за основу визначення класу розподілу нерівностей шорсткої поверхні – фрактальної або випадкової.

We introduce the singular-optics approach for classification of rough surfaces with large-scale inhomogeneities with $\sigma_{\varphi_0}^2 > 1$ into random and fractal surfaces. The maps of amplitude zeros of a field versus the parameters of the rough surfaces and the position of the observation zone are obtained and analyzed. It is shown that the local density of amplitude zeros in the scattered field serves as an appropriate parameter with which to classify the surface of interest into a surface with a height distribution that can be described as a random or a fractal process.

Проблема оптичної, а отже, безконтактної діагностики мілкошорстких поверхонь, дисперсія фази неоднорідностей яких $\sigma_{\varphi_0}^2 < 1$, успішно розв'язана в межах кореляційно-оптичного підходу [1; 2]. До того ж, розроблені й впроваджуються різні приладові варіанти метрологічних пристроїв, що реалізують відповідні кореляційно-оптичні методи [3]. Для поверхонь такого типу недавно знайдені діагностичні критерії, що дозволяють відрізнити випадкову шорстку поверхню від фрактальної [4]. Було встановлено, що ступінь розбіжності таких статистичних параметрів, як дисперсія фази σ_{φ}^2 і дисперсія амплітуди σ_A^2 поля в далекій зоні, можна використати для розділення структур фрактальної та випадкової мілкошорстких поверхонь.

Перехід до грубошорстких поверхонь, дисперсія фази неоднорідностей яких $\sigma_{\varphi_0}^2 > 1$, приводить до порушення однозначного зв'язку статистичних параметрів структури поверхні й відповідних статистичних амплітудно-фазових параметрів поля [1]. Це ускладнює визначення характеру розподілу нерівностей таких поверхонь: випадкового або фрактального.

Причина тут у тім, що грубошорсткі поверхні

з $\sigma_{\varphi_0}^2 \gg 1$ – це сингулярно утворюючі фазові структури, які спричиняють сингулярності поля розсіяного когерентного випромінювання, які існують у двох взаємозалежних "особах": каустики, що утворюються в зоні фокусування сигналів [5], які супроводжуються нулями амплітуди та сингулярностями фази поля [6]. З іншого боку, є всі підстави вважати, що картина просторового розподілу каустик, так само як і картина нулів амплітуди поля, відображає особливості структури грубошорстких об'єктів з $\sigma_{\varphi_0}^2 \gg 1$ [7].

Карта нулів амплітуди поля у вигляді набору точок, локалізованих у площині реєстрації, здається більш прийнятною для обробки й діагностичного використання, ніж двовимірна картина каустик. Підставою для даного твердження служать, як мінімум, два фактори: по-перше, розроблена й апробована інтерференційна методика знаходження місць локалізації, знаків і топологічних зарядів нулів [8], по-друге, детальні дослідження фазової структури поля в околі нулів амплітуди надали можливість прогнозувати поведінку фази при перетині точки нуля амплітуди, тобто точки, де фаза невизначена [9]. Це дозволить істотно просунутися в розв'язанні фазової задачі оптики, а отже, й у нашому завданні ди-

станційного визначення типу і, можливо, кількісної діагностики шорстких поверхонь.

Метою роботи є пошук можливості визначення типу шорстких поверхонь: випадкової або фрактальної шорсткої поверхні шляхом знаходження й наступного використання діагностичного набору статистичних і фрактальних критеріїв.

Для вивчення процесів розсіяння когерентних світлових півів шорсткими поверхнями проводилось комп'ютерне моделювання розсіяння когерентного оптичного випромінювання різними типами шорстких поверхонь.

Висоти нерівностей випадкової поверхні, розміром $N \times N$ пікселів, задавалися для кожного пікселя генератором випадкових чисел, розподілених за нормальним законом. Далі, для того, щоб окремі нерівності поверхні задавалися необхідною кількістю пікселів, виконувалася процедура двовимірного згладжування за нормальним законом із заданою дисперсією. Приклад поверхні, розміром 400×400 пікселів, згладженої за трьома пікселями, наведено на рис. 1а.

Фрактальні шорсткі поверхні володіють властивістю статистичної самоподібності, яка полягає в тому, що дисперсія висот їх неоднорідностей на різних масштабах змінюється за алгоритмом

$$\sigma_n^2 = (1/\sqrt{2})^{2nH} \sigma_0^2, \quad (1)$$

де σ_0^2 – початкова дисперсія висот неоднорідностей, H – показник Херста.

Моделювання фрактальних шорстких поверхонь проводилося за допомогою алгоритму послідовних випадкових додавань, запропонованого Форсом [10].

Розрахунок поля оптичного випромінювання, дифрагованого на шорсткій поверхні, проводився для випадку пропускаючого об'єкта з шорсткою поверхнею.

Розподіли амплітуд і фаз поля, що виникає в результаті дифракції плоскої хвилі на фазовому

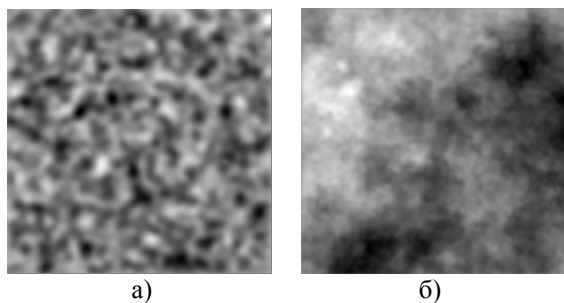


Рис. 1. Приклади змодельованих шорстких поверхонь: випадкова поверхня (а), фрактальна поверхня (б)

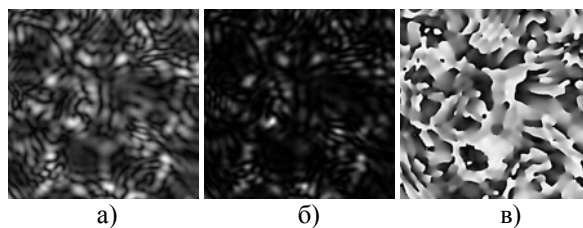


Рис. 2. Приклад отриманого розподілу амплітуди (а), інтенсивності (б) та фази (в) розсіяного поля

рельєфі шорсткої поверхні, розраховувалися з використанням подвійного дифракційного інтеграла Релея–Зоммерфельда [11]:

$$U(\xi, \zeta) = \frac{z}{i\lambda} \iint \frac{F(x, y)}{R^2(x, y, z, \xi, \zeta)} \times \quad (2)$$

$$\times \exp\{-ik[R(x, y, z, \xi, \zeta) + (n-1)h(x, y)]\} dx dy,$$

де $F(x, y)$ – апертурна функція, яка відповідає амплітудному пропусканню шорсткої поверхні,

$R(x, y, z, \xi, \zeta) = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \zeta)^2}$ – відстань від точки на об'єкті до точки на площині спостереження, z – відстань між площиною, в якій розміщений об'єкт, та площиною спостереження, x, y – прямокутні координати у площині об'єкта, ξ, ζ – у площині спостереження.

Найбільш повно інформація про шорстку поверхню відображена в граничному й ближньому полях, відносно поверхні. До того ж, дана інформація про структуру об'єкта легко виявляється, оскільки в цій зоні можна констатувати прямий взаємозв'язок, нічим ще не зашумлений, структурних параметрів об'єкта і відповідних фазових параметрів поля. Це пов'язано, принаймні, із двома факторами:

- відсутністю просторово-частотної фільтрації в полі;
- механізми перехресної інтерференції, що приводять до перерозподілу амплітуди й фази в поле розсіяного випромінювання, ще не працюють.

Дане твердження справедливе у припущенні, що локальні акти взаємодії оптичного випромінювання з поверхнею не приводять до істотних перетворень поляризаційної структури поля.

Комп'ютерне моделювання для об'єкта з великими мікронерівностями шорсткої поверхні (розмах висоти 5 мкм для $\lambda=0,63$ мкм) показує, що в граничному полі можна одержати виразну інтерферограму поверхні об'єкта, наклавши опорну когерентну хвилю (рис. 3). Така інтерферограма відтворює фазову структуру (фазовий відбиток) поверхні об'єкта і може використовуватися для визначення набору традиційних статистичних параметрів, що характеризують структуру шорсткої поверхні.

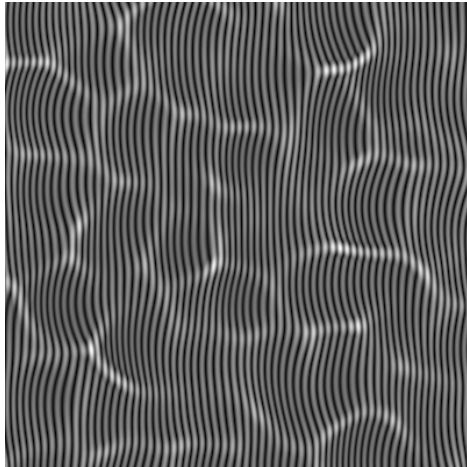


Рис. 3. Інтерферограма шорсткої поверхні, отримана комп'ютерним моделюванням у граничному полі

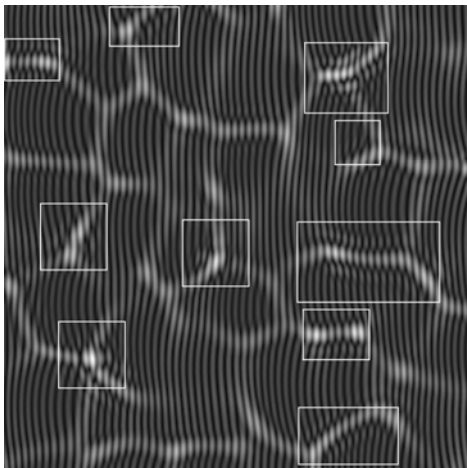


Рис. 4. Інтерферограма поля із проявами сингулярностей фази

У зоні каустик починають уперше проявлятися фазові сингулярності поля, відомі як "optical vortices" [7; 12]. Сингулярності виявляються на межах нулів амплітуди поля й діагностуються при накладенні опорної когерентної хвилі у вигляді характерних "вилочок" інтерференційних смуг. На рис. 4 бачимо, що в околі зон гострого фокусування сигналів формуються супутні дифракційні максимуми меншої інтенсивності. Отже, в областях переходу від каустики до найближчого дифракційного максимуму реалізуються нулі амплітуди поля, що виявляється в розгалуженні та зрушенні інтерференційних смуг. Такий вид хвильової дислокації належить до класу крайових, тобто, нестійких хвильових дислокацій [7].

Для знаходження точок із нульовим значенням амплітуди й визначення їх координат розв'язувалася система рівнянь

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(A(x, y)) = 0, \\ \operatorname{Im}(A(x, y)) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

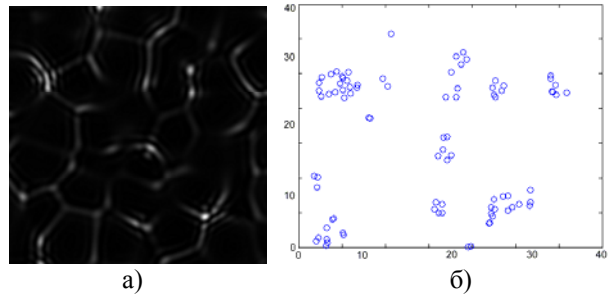


Рис. 5. Розподіл інтенсивності поля, розсіяного випадковою ШП на відстані 10 мкм від об'єкта (а) та карта нулів цього поля (б)

Для кожного проаналізованого поля (від різних об'єктів і на різних відстанях від об'єкта) одержували масив координат точок із нульовими амплітудами. Згодом будувалася "карта нулів" (рис. 5).

Отримана в такий спосіб карта нулів зіставлялася з аналогічною картою нулів, отриманою за допомогою опорного когерентного пучка, накладеного на досліджуване поле. Аналізувалася результуюча інтерференційна картина і за локалізацією характерних інтерференційних вилочок визначалася кількість і координати нулів амплітуди поля. Розбіжності, оцінені за кількістю нулів у полі, не перевищують 30%. Настільки високий рівень розбіжності результатів зумовлений не-об'єктивністю інтерференційної оцінки кількості нулів, що припускає візуальний аналіз, і розходження нулів різних знаків та їх підрахунок.

Поява нулів амплітуди поля спостерігається на відстанях від об'єкта, що відповідають зоні фокусування парціальних сигналів. На менших відстанях у полі не виявляються точки з нулями амплітуди. Якщо співвідношення дисперсії фази неоднорідностей поверхні і їх радіуса кореляції такі, що ефекти фокусування проявляються значно ближче до об'єкта, то, природно, область формування нулів амплітуди наближається до об'єкта.

Для одержання характеристик розподілу нулів у полі запропонована наступна процедура.

Спочатку визначалася кількість нулів, що припадає на одиницю площі поля. Для цього вся площа досліджуваного поля, отриманого розрахунковим шляхом, розбивалася на однакові пробні ділянки $s(i, j)$, де $i, j = 1, 2, \dots, \sqrt{K_0}$ – індекси, що використовуються для позначення пробних ділянок, $K_0 = S_0 / s(i, j)$ – загальна кількість таких ділянок, $\sum_{i, j} s(i, j) = S_0$, S_0 – площа всього досліджуваного поля. У нашому випадку $S_0 = 40 \times 40$ мкм².

Вибір розміру пробної ділянки $s(i,j)$ для різних об'єктів і різних зон реєстрації поля визначається середнім значенням густини нулів амплітуд відповідно до співвідношення

$$s(i,j) = n(i,j) S_0 / N_0,$$

де $n(i,j)=5$ підбирався дослідним шляхом із метою забезпечення достатньої статистики і, відповідно, одержання оптимальної напівширини гістограми.

Визначалася кількість нулів $n(i,j)$, що припадають на кожен пробну ділянку $s(i,j)$, причому $\sum_{i,j} n(i,j) = N_0$, де N_0 – загальна кількість нулів,

виявлених у досліджуваному полі. Далі визначалася локальна густина нулів $p(i,j)$, тобто кількість нулів у кожній пробній ділянці:

$$p(i,j) = \frac{n(i,j)}{s(i,j)}. \quad (4)$$

Отриманий у такий спосіб розподіл локальних густин нулів амплітуд будувався у вигляді гістограм, що ілюструють залежність кількості ділянок із локальною щільністю K_p від значення локальної густини p . Висота стовпця гістограми вказує на відносну кількість ділянок із тією або іншою кількістю нулів. Локалізація стовпчика вказує на кількість нулів, що припадають на певну частину ділянок.

Як параметр діагностичного поля, розсіяного когерентного випромінювання шорсткими поверхнями з великими неоднорідностями (дисперсія фаз неоднорідностей набагато більша за одиницю), пов'язаного із силою сингулярності, можна вибрати "крутизну" хвильового фронту, яка діагностується за густиною нулів поля, тобто за кількістю вилочок, що припадають на одиницю тілесного кута. Для аналізу просторового розподілу нулів амплітуд розсіяного поля досліджується напівширина гістограми статистичного розподілу їх локальних густин (рис. 6).

На рис. 7 наведена серія гістограм розподілів локальних густин нулів амплітуд, зареєстрованих на відстанях, що відповідає зоні фокусування. Для випадкових шорстких поверхонь відбувається майже рівномірне розосередження нулів на всій площі поля. На цих же відстанях для фрактальних об'єктів відбувається збільшення кластерних зон за рахунок статистичної самоподібності фрактальної шорсткої поверхні. У цьому випадку кратна поетапна зміна розмірів досліджуваної поверхні приводить до певної пропорційної зміни дисперсії фази об'єкта, що у свою чергу спричиняє зміни зони локалізації макси-

мумів інтенсивності (зони каустик).

У такий спосіб можна відслідковувати черговість зон фокусування (каустик), які у випадку фрактальних шорстких структур повинні з певною послідовністю чергуватися. Це закладено в самій каскадній процедурі побудови фрактальних поверхонь. Для них напівширина гістограм збільшується і, порівняно з випадковою шорсткою поверхнею, перевищує її напівширину в 4 рази.

Отже, сам рекурентний алгоритм моделювання, нехай статистичного, але фракталу, припускає певну каскадну (рекурентну) на різних масштабних рівнях самоподібність фазової статистичної структури фрактальної шорсткої поверхні, починаючи від ініціатора. Це зумовлює виражену тенденцію до поетапного фокусування різних груп парціальних сигналів на різних, але прогнозованих відстанях від об'єкта. Непрямим підтвердженням справедливості даного припущення є той факт, що при поетапному зменшенні розмірів фрактальної поверхні пропорційно знижується дисперсія висоти шорсткостей, а отже, і дисперсія фази випромінювання, що пройшло крізь таку поверхню.

У далекій зоні нулі поля вже практично рівномірно розподілені на площі, і це видно за звуженням гістограм як для випадкової шорсткої поверхні, так і для фрактальної. При цьому загальна кількість точок поля з нульовими значенням амплітуди при видаленні від об'єкта зменшується за рахунок дифракційного розширення.

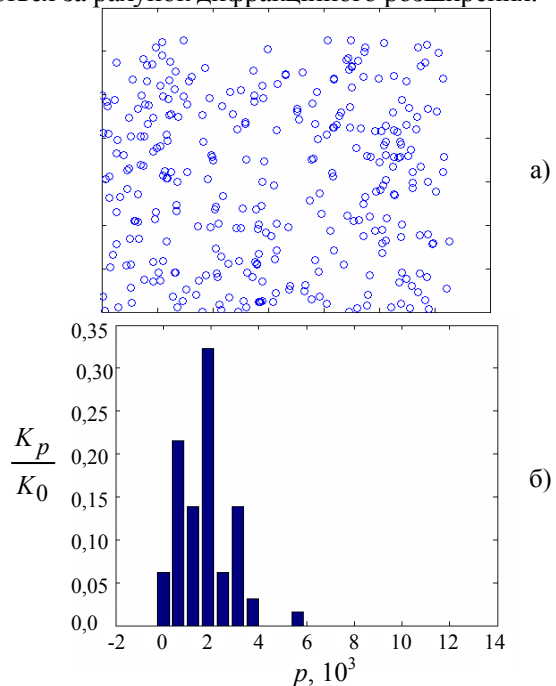


Рис. 6. Приклад ділянки поля (а) і гістограми локальних густин для нього (б)

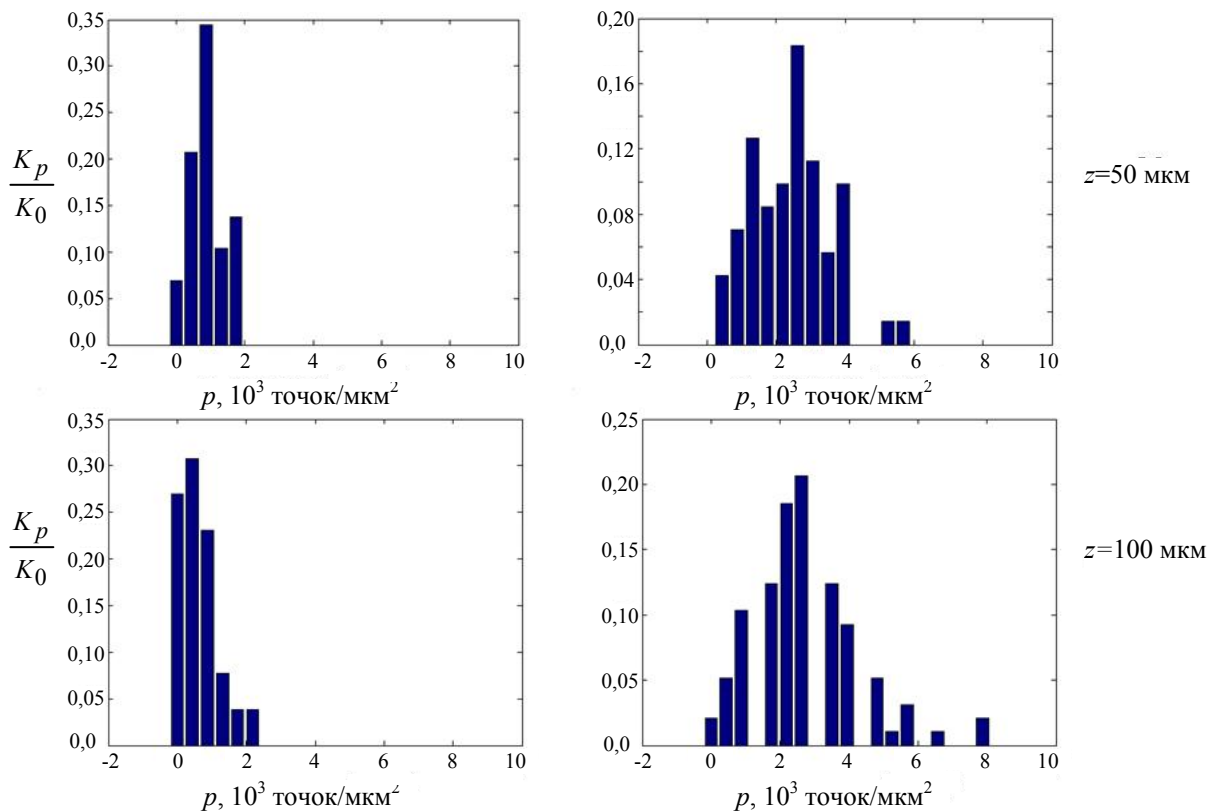


Рис. 7. Гістограми розподілів локальних густин нулів амплітуд поля оптичного випромінювання розсіяного випадковою шорсткою поверхнею (ліворуч) та фрактальною шорсткою поверхнею (праворуч), зареєстрованих на різних відстанях z від об'єкта

Можна зробити висновок, що діагностично важливою є область, яка локалізована від зони фокусування, зони утворення каустик, а отже, зони початку формування нулів амплітуди поля до далекої зони, де статистика нормалізується, розподіл поля стає гауссовим, а густина розподілу нулів – рівномірною.

Отже, у результаті проведених експериментальних досліджень і комп'ютерного моделювання показано, що розподіл нулів амплітуди поля, розсіяного шорсткою поверхнею, пов'язаний зі структурними особливостями досліджуваних поверхонь. Цей зв'язок діагностується в області, починаючи від зони каустик до далекої зони. Зокрема, показано, що гістограми локальної густини нулів поля, що оцінювалися на різних відстанях від об'єкта, істотно різняться для фрактальних і випадкових шорстких поверхонь, особливо в тій частині, що стосується напівширини відповідних розподілів.

Установлено, що у випадку фрактальних шорстких поверхонь у полі розсіяного (дифрагованого) випромінювання чітко простежується класифікація (групування) нулів у певних зонах, що знаходить своє пояснення в рамках уявлень про статистичну самоподібність таких структур.

Ці висновки відповідають передбаченням, висловленим у праці [9], де стверджується, що мережа нулів амплітуди поля розсіяного (дифрагованого) випромінювання однозначно й повно задає фазовий розподіл спекл-поля, а отже, дозволяє прогнозувати певні зв'язки зі структурою шорстких поверхонь, що зумовили це поле.

Отже, наступним етапом досліджень із метою класифікації й діагностики розглянутих структур повинен бути пошук кількісних критеріїв взаємозв'язку структурних особливостей поля інтенсивності і картини нулів розсіяного випромінювання з відповідними структурними параметрами об'єктів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Angelsky O.V., Hanson S.G., Maksimyak P.P.* Use of optical correlation techniques for characterizing scattering objects / Vol.PM71 of SPIE Press monograph series. – Bellingham, Wash.: SPIE Press, 1999.
2. *Angelsky O.V., Maksimyak P.P.* Optical diagnostics of random phase objects // *Appl.Opt.* – 1990. – **29**. – P. 2894-2898
3. *Angelsky O.V., Maksimyak P.P.* Optical correlation devices for measuring randomly phased objects // *Opt.Engin.* – 1993. – **32**, No.12. – P. 3235-3243.

4. *Angelsky O.V., Maksimyak P.P., Ryukhtin V.V., Hanson S.G.* New feasibilities for characterizing rough surfaces by optical-correlation techniques // *Appl.Opt.* – 2002. – **40**. – P. 5693-5707.
5. *Berry M.* Singularities in waves and rays / *Physics of defects* / Ed. R. Bochan. – Amsterdam, North-Holland, 1981. – P. 680.
6. *Nye J.F., Berry M.* Dislocations in wave trains // *Proc. R. Soc. London.* – 1974. – **336**, Ser. A. – P. 165-190.
7. *Nye J.F.* Natural focusing and fine structure of light. – Bristol and Philadelphia, 1999.
8. *Soskin M., Vasnetsov M.* Singular optics as new chapter of modern photonics: Optical vortices fundamentals and applications // *Photonics Sci. News.* – 1999. – **4**. – P. 21.
9. *Freund I., Shvartsman N., Freilikher V.* Optical dislocation network in highly random media // *Optics Comm.* – 1993. – **101**. – P. 247-264.
10. *Voss R.F.* Random fractal forgeries / *Fundamental Algorithms in Computer Graphics* / Ed. R.A. Earnshaw. – Berlin: Springer-Verlag, 1985. – P. 13-16, 805-835.
11. *Рытов С.М., Крайцов Ю.А., Татарский В.И.* Случайные поля Ч.2 / Введение в статистическую радиофизику / Под ред. С.М. Рытова. – М.: Наука, 1978.
12. *Soskin M.S., Vasnetsov M., Bassistiy I.* Optical wavefront dislocations // *Proc. SPIE.* – 1995. – **2647**. – P. 57-62.