ЕЛЕКТРИЧНА ПОЛЯРИЗОВНІСТЬ ГАДРОНІВ

Ю.Фекете, І.Гайсак, В.Морохович

Ужгородський національний університет,
кафедра теоретичної фізики,,
вул. Волошина, 32, Ужгород, 88000
e-mail: feketeyu@univ.uzhgorod.ua

Отримано формулу для електричної поляризовності двохчастинкової системи. В рамках нерелятивістських потенціальних моделей розраховано електричну поляризовність піона. При цьому використано різні моделі потенціалів, які описують сильні взаємодії, вперше використано екранований потенціал. Використано стандартні значення параметрів потенціалів.

Вступ

У фізиці до сьогодні немає точно встановленого потенціалу сильної взаємодії. Є декілька вдалих моделей, з допомогою яких доволі успішно описується спектр мас, тонкі та надтонкі ефекти, ширини розпадів у гадронах. Правда, слід зазначити, що дуже часто доводиться варіювати параметри потенціалів для того, щоб описати ці ефекти в сукупності з одним потенціалом. У роботі [1] нами було застосовано потенціальні моделі для розрахунку характеристик глюболів. Спектр мас глюболів було описано з тими ж самими параметрами потенціалу, що і спектр мас мезонів. Тому цікаво розглянути ще одну характеристику мезонів використавши при цьому різні моделі потенціалів взаємодії, а саме статичну дипольну електричну поляризовність, щоб виявити, який саме потенціал найбільш точно опише дану характеристику.

Всі елементарні частинки можна розглядати як точкові, якщо експериментально не проявляється їх внутрішня структура. Тобто вони не мають просторових розмірностей, і немає ще менших складових, з яких їх можна побудувати (наприклад, лептонів).

Будь-яка частинка, яка має електричну поляризовність є складною частинкою – вона мусить складатися з ще простіших частинок, які мають ненульовий електричний заряд. Електрична поляризовність частинки характеризується дипольним моментом, який виникає у частинки в зовнішньому електромагнітному полі. Вона є фундаментальною величиною, яку можна точно виміряти експериментально. Фізично вона означає здатність складної системи деформуватися під дією зовнішнього електромагнітного поля. На сьогодні зафіксовано ненульове значення електричної поляризовності для π-мезона, що є свідченням того, що ця частинка не є фундаментальною у вищезгаданому розумінні. Більш детальний аналіз поляризовності дасть можливість глибше зрозуміти внутрішню структуру мезонів. Це дозволить оцінити силу фундаментальної взаємодії, яка призводить до утворення зв'язаних станів.

На сьогоднішній день експериментальні дані, отримані для електричної та магнітної поляризовності зарядженого піона, є неоднозначними. В експериментальній фізиці елементарних частинок основними методами дослідження електромагнітної поляризовності є аналіз результатів комптонівського розсіювання $\gamma + P \to \gamma + P$, або такі процеси $\gamma + \gamma \to P + \overline{P}$ $(P + \overline{P} \to \gamma + \gamma)$, де $P = \pi^{+}$. Але прямо реалізувати такі процеси неможливо, тому про поляризовність судять з таких експериментів: а) радіаційне розсіювння піонів на ядрах з порядковим номером Z (група з Серпухова) [2]; б) радіаційне піонне фотонародження в фотон-нуклонному розсіюванні (група інституту ім. Лебедєва) [3]; в) утворення двохпіонної пари з двох фотонів у процесах електрон-позитронних зіткнень (група MARK 2) [4].

Теоретичні дослідження електромагнітної поляризовності було зроблено в різних наближеннях: у моделі Намбу-Йона-Лазініо [5], в кіральній пертурбативній моделі [6] та в релятивістській кварковій моделі [7]. Але результати, отримані в кожному наближенні, досить сильно відрізняються один від одного, та від експериментальних даних.

Електрична поляризовність двохчастинкової системи

Ми для отримання формули для електричної статичної поляризовності скористаємося підходом, розвиненим у [8]. Якщо гадрон складається з кварків, то під впливом зовнішнього електричного поля у нього виникає дипольний момент d_e. Цей дипольний момент взаємодіє з зовнішнім полем $\vec{E}$ і пропорційний йому

$$\vec{d}_e = 4\pi k\vec{E} \tag{1}$$

а відповідна енергія взаємодії диполя з полем рівна $E_{pol} = -\frac{1}{2}\vec{d}_e\vec{E} = -\frac{1}{2}4\pi k\vec{E}^2$, де k – електрична статична дипольна поляризовність. Для визначення k використаємо варіаційний метод. Гамільтоніан системи H двох частинок у полі розбиваємо на незбурену частину H_0 та збурення W

$$H = H_0 + W \tag{2}$$

Власні стани $|\phi\rangle$ гамільтоніана H будемо апроксимувати пробними функціями $|\phi_\lambda\rangle$ вигляду

$$\phi_\lambda = (1+\lambda W)\phi_0 , \tag{3}$$

де $|\phi_0\rangle$ – власні функції незбуреного гамільтоніана H_0. Варіаційний параметр λ знаходимо, мінімізуючи середнє значення енергії системи (умова стаціонарності)

$$E(\lambda) = \frac{\langle\phi_\lambda|H|\phi_\lambda\rangle}{\langle\phi_\lambda|\phi_\lambda\rangle} = \frac{\langle\phi_\lambda|H_0 + W|\phi_\lambda\rangle}{\langle\phi_\lambda|\phi_\lambda\rangle} \tag{4}$$

відносно λ

$$\left.\frac{\partial E(\lambda)}{\partial\lambda}\right|_{\lambda_{min}} = 0 . \tag{5}$$

Розглянемо мезон, який складається з двох кварків з масами m_1, m_2 та зарядами Q_1, Q_2. Вони перебувають на відстанях $\vec{R}+\vec{r}_1$ та $\vec{R}+\vec{r}_2$ від зовнішнього заряду Z. $\vec{R}$ – координата центра мас обох кварків. За допомогою рівності

$$\frac{1}{\vec{R}+\vec{r}} \cong \frac{1}{R}\left(1-\frac{\vec{R}\cdot\vec{r}}{R^2}\right) \tag{6}$$

шукаємо кулонівську потенціальну енергію кварків у полі заряду Z

$$V = Z\alpha_{em}\left(\frac{Q_1}{|\vec{R}+\vec{r}_1|} + \frac{Q_2}{|\vec{R}+\vec{r}_2|}\right) \cong Z(Q_1+Q_2)\frac{\alpha_{em}}{R} - Z\frac{\alpha_{em}}{R^2}\frac{\vec{R}}{R}(Q_1\vec{r}_1 + Q_2\vec{r}_2) , \tag{7}$$

де α_{em} - стала тонкої структури

Зовнішній заряд Z породжує напруженість електричного поля

$$\vec{E} = Z \frac{e}{4\pi R^2} \frac{\vec{R}}{R} \quad , \qquad \textbf{(8)}$$

тому для потенціальної енергії отримуємо вираз

$$V = Z(Q_1 + Q_2)\frac{\alpha_{em}}{R} - (Q_1\vec{r}_1 + Q_2\vec{r}_2)e\vec{E} \, . \qquad (9)$$

У термінах відносної відстані $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ кварків у гадроні, їх координати $\vec{r}_1$ і $\vec{r}_2$ рівні

$$\vec{r}_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{r} \quad \vec{r}_2 = -\frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{r} \ , \qquad (10)$$

а отже, відповідно, потенціальна енергія буде

$$V = Z(Q_1 + Q_2)\frac{\alpha_{em}}{R} - \frac{m_2 Q_1 - m_1 Q_2}{m_1 + m_2} e\vec{r} \cdot \vec{E} \, .(11)$$

Другий член є не що інше, як збурення, викликане взаємодією дипольного моменту з зовнішнім полем

$$W = -\frac{m_2 Q_1 - m_1 Q_2}{m_1 + m_2} e\vec{r} \cdot \vec{E} \quad . \qquad (12)$$

Для енергії (4) системи отримаємо вираз

$$E(\lambda) = \frac{1}{1 + 2\lambda\langle W\rangle + \lambda^2\langle W^2\rangle}\left[E_0 + \langle W\rangle + 2\lambda\left(E_0\langle W\rangle + \langle W^2\rangle\right) + \lambda^2\left(\langle WH_0W\rangle + \langle W^3\rangle\right)\right] =$$
$$= \frac{E_0 + 2\lambda\langle W^2\rangle + \lambda^2\langle WH_0W\rangle}{1 + \lambda^2\langle W^2\rangle} = \left(E_0 + 2\lambda\langle W^2\rangle + \lambda^2\langle WH_0W\rangle\right)\left(1 - \lambda^2\langle W^2\rangle + O\left(W^4\right)\right) = \qquad (13)$$
$$= E_0 + 2\lambda\langle W^2\rangle + \lambda^2\left(\langle WH_0W\rangle - E_0\langle W^2\rangle\right) = E_0 + 2\lambda\langle W^2\rangle + \lambda^2\langle[W, H_0]W\rangle$$

де середні значення $\langle O\rangle$ необхідно брати відносно незбурених власних станів $|\phi_0\rangle$. Також у (13) враховано, що для станів з $l = 0$ середнє значення непарних степенів для W, $\langle W^{2n+1}\rangle$ дорівнює нулеві

$$\langle W^{2n+1}\rangle \propto \left\langle\phi_0\right|\left(\vec{r}\cdot\vec{E}\right)^{2n+1}\left|\phi_0\right\rangle \propto \int_0^\infty dr r^2 (rE)^{2n+1}\phi_0^2(r)\int_{-1}^{+1} d\cos\theta(\cos\theta)^{2n+1} = 0 \qquad (14)$$

Надалі ми розглядаємо $\langle W\rangle$, як мале збурення, і оскільки електрична поляризовність k обчислюється з допомогою члена другого порядку відносно напруженості електричного поля $\vec{E}$, зберігаємо в (13) лише члени порядку $O\left(W^2\right)$. Умова стаціонарності $E(\lambda)$ приводить до виразу

$$\left.\frac{\partial E(\lambda)}{\partial\lambda}\right|_{\lambda_{\min}} = 2\langle W^2\rangle + 2\lambda_{\min}\langle[W, H_0]W\rangle = 0 \quad , \qquad (15)$$

звідки, відповідно, варіаційний параметр буде:

$$\lambda_{\min} = -\frac{\langle W^2\rangle}{\langle[W, H_0]W\rangle} \, . \qquad (16)$$

У результаті вираз для $E(\lambda)$ набуває вигляду

$$E(\lambda)=E_0-2\frac{\left\langle W^2\right\rangle^2}{\left\langle [W,H_0]W\right\rangle}+\frac{\left\langle W^2\right\rangle^2}{\left\langle [W,H_0]W\right\rangle}=E_0-\frac{\left\langle W^2\right\rangle^2}{\left\langle [W,H_0]W\right\rangle}=E_0-\frac{1}{2}(4\pi)k\vec{E}^2\quad, \tag{17}$$

де E_0 - енергія незбуреного стану, а

$$(4\pi)k\vec{E}^2=2\frac{\left\langle W^2\right\rangle^2}{\left\langle [W,H_0]W\right\rangle}. \tag{18}$$

Спрощуючи вираз (18), маємо

$$\begin{aligned}(4\pi)k&=\frac{2}{\vec{E}^2}\frac{\left\langle W^2\right\rangle^2}{\left\langle [W,H_0]W\right\rangle}=\frac{2}{\vec{E}^2}\left(\frac{m_2Q_1-m_1Q_2}{m_1+m_2}\right)^2 e^2\frac{\left\langle(\vec{r}\cdot\vec{E})^2\right\rangle^2}{\left\langle[(\vec{r}\cdot\vec{E}),H_0](\vec{r}\cdot\vec{E})\right\rangle}=\\&=2\left(\frac{m_2Q_1-m_1Q_2}{m_1+m_2}\right)^2 e^2\frac{\frac{1}{9}\left\langle r^2\right\rangle^2}{\frac{1}{\mu}\left\langle(1+z\nabla_z)\right\rangle}=\frac{4}{9}\mu\left(\frac{m_2Q_1-m_1Q_2}{m_1+m_2}\right)^2 e^2\left\langle r^2\right\rangle^2\end{aligned} \tag{19}$$

де μ – зведена маса двохчастинкової системи. Це і є формула для поляризовності мезонів, її можна представити у вигляді

$$k_\pi=\frac{4}{9}\alpha_{em}\mu\left(\frac{m_2Q_1-m_1Q_2}{m_1+m_2}\right)^2\left\langle r^2\right\rangle^2. \tag{20}$$

Ця формула подібна до квантово-механічної формули, отриманої Кірквудом для вільних атомів та іонів (див. [11]). Як видно з формули (20), для того, щоб розрахувати поляризовність, нам потрібно знати значення квадратичного радіусу для двохчастинкової системи.

Результати розрахунків

Нами розраховано поляризовність для піона з різними потенціалами взаємодії, а саме

$$V=Ar^2, \tag{21}$$

$$V=-\frac{\alpha_S}{r}+kr, \tag{22}$$

$$V=-\frac{\alpha_S}{r}+\frac{g^2}{6\pi\mu}\left(1-e^{-\mu r}\right). \tag{23}$$

Квадратичний радіус з цими потенціалами ми розраховували для нерелятивістського та релятивістського випадків. Для визначення квадратичного радіуса в релятивістському випадку ми користувалися хвильовою функцією ϕ_0, отриманою на основі підходу, розвиненого в [9]. Слід відзначити, що ми розраховували енергію S рівня, і всі потенціали дають близькі одне до одного чисельні значення. Це є свідченням того, що в даній області будь-який з цих потенціалів вдало апроксимує реальний потенціал взаємодії кварків у мезоні. Також важливим є той факт, що при розрахунках ми користувалися стандартними значеннями параметрів для потенціалів взаємодії, які дають добрий опис інших характеристик мезонів та глюболів.

Результати розрахунків представлено в таблиці 1.

Таблиця 1. Статична дипольна поляризовність піона [10^{-5} фм^3]

	(21)	(22)	(23)	Інші моделі	Експ.
Релятив.	2.76	1.57	1.51	0.54 [8] 105–125 [5] 24±5 [6] 36.3 [7]	22±16 [4] 200± 120 [3] 68± 26 [2]
Нерелят.	10.1	4.1	4.24		

Як бачимо з таблиці, найкращий опис дає модель для нерелятивістського гармонічного осцилятора (21), хоча відомо, що він є дуже модельним і насправді не є потенціалом сильної взаємодії. У даній роботі вперше розраховано k_π з екранованим потенціалом (23). Також слід зазначити, що в роботі [8] було отримано k_π для корнельського потенціалу (22), але при цьому автори взяли відмінні від загальноприйнятих значення параметрів потенціалу. Також у роботі [10] авторами було отримано значення 0.42×10^{-5} фм^3 для k_π. У цій роботі автори врахували вплив релятивістської кінематики, але теж змінили параметри потенціалу. Отримані нами результати суттєво відрізняються від експериментальних даних, як і в інших роботах. Це може бути обумовлено невдалим вибором або хвильової функції, або потенціалу взаємодії. Що стосується хвильової функції, то надалі ми врахуємо спін-залежні члени в гамільтоніані, тоді хвильова функція буде більш точною. А відносно потенціалу, то потрібно вести надалі теоретичні пошуки, бо всі наведені вище потенціали хоч і дають добрий опис спектру мас та тонких і надтонких ефектів, поки що не можуть описати всі характеристики мезонів.

Подяка. Ми висловлюємо подяку за цінні зауваження та обговорення даної роботи - канд. фіз.-мат. наук, доц. кафедри теоретичної фізики Шпенику О.О. та молодшому науковому співробітнику цієї кафедри Рубішу В. В.

Література

1. A.Shpenik, Yu.Fekete, J. Kis, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 99A, 274 (2001) .
2. Yu.M.Antipov, V.A.Batarin, V.A.Bessubov et al., Phys. Lett. B 121, 445 (1983).
3. T.A.Aibergenov, P.S.Baranov, O.D.Beznisko et al., Czech. J. Phys. B 36, 948 (1986) .
4. J. Boyer, F. Butler, G. Gidal et al., Phys. Rev D 42 1350 (1990) .
5. V. Bernard, D. Vautherin, Phys. Rev D40, 1615 (1989) .
6. J. F.Donoghue, B.R.Holstein, Phys. Rev D 40, 2378 (1989).
7. M.A.Ivanov, T.Mizutani, Phys. Rev. D 45, 1580 (1992).
8. F.Shoeberl, H.Leeb, Phys. Lett. B 166, 355 (1986).
9. V.Lengyel, V.Rubish, Yu.Fekete, S.Chalupka, M.Salak, J. Phys. Studies, 2, 38 (1998) .
10. W.Lucha, F.Shoeberl, Phys. Lett. B.544, 380 (2002).
11. П.Гомбош, Статистическая теория атома и ее применения (Москва, 1951).

ELECTRIC POLARIZABILITY OF HADRONS

Yu.Fekete, I.Haysak, V.Morokhovych

Uzhhorod National University, Department of Theoretical Physics,
32 Voloshyna str., Uzhhorod 88000, Ukraine
e-mail: feketeyu@univ.uzhgorod.ua

The equation for the electric polarizability of a two-particle system is obtained. Electric polarizability of a pion is calculated the framework of non-relativistic potential models, different models of potentials, describing strong interactions, being used. A screen potential is used for the first time. Standard values for the potential parameters are used.