РОЗДІЛ ІІ
Теоретична фізика

УДК 538.9

Павло Шигорін

Квазікласичні рівняння в теорії струмових станів у надпровідникових структурах

У статті проаналізовано рівняння мікроскопічної теорії надпровідності з урахуванням мализни відношення критичної температури до фермiївської. Описано ідеологію квазікласичного наближення в теорії надпровідності. Побудовано квазікласичні рівняння, застосовні для розрахунку струмових станів у надпровідникових структурах.

Ключові слова: надпровідність, квазікласичні рівняння, критична температура.

Постановка наукової проблеми та її значення. Електричний опір більшості металів, а також багатьох сполук при зниженні температури нижче критичної (для Sn, наприклад 4 K) стрибкоподібно обертається на нуль. Нижче критичної температури електричний струм може проходити через даний зразок навіть за відсутності прикладеної різниці потенціалів. Указане явище надпровідності відкрив 1911 р. Камерлінг-Оннес [3], який також першим отримав зріджений гелій. Природно, що рух електронів провідності в надпровіднику можна порівняти з рухом рідкого гелію через капіляр нижче T_λ, який також відбувається без дисипації. Фактично вже 1938 р., коли тільки-но було відкрито надплинність гелію, Лондон [4] висловив думку, що надплинність і надпровідність повинні мати однакове тлумачення. Ця гіпотеза виявилася надзвичайно плідною. Пізніше Боголюбов у своїй новаторській роботі з теорії надпровідності [1] зазначив, що надпровідність металу є надплинністю його електронної рідини.

Стосовно теоретичного опису явища надпровідності на мікроскопічному рівні, то, як відомо з [2], основними рівняннями мікроскопічної теорії надпровідності в наближенні середнього поля є рівняння для коефіцієнтів канонічного перетворення Боголюбова, які мають розв’язуватися за умови самоузгодження.

$$\begin{cases} \hat{\xi}_\mathrm{p} u_\mathrm{p}(\mathbf{r}) - \Delta(\mathbf{r})\upsilon_\mathrm{p}(\mathbf{r}) = \varepsilon_\mathrm{p} u_\mathrm{p}(\mathbf{r}), \\ \hat{\xi}_\mathrm{p}\upsilon_\mathrm{p}(\mathbf{r}) + \Delta^*(\mathbf{r}) u_\mathrm{p}(\mathbf{r}) = -\varepsilon_\mathrm{p}\upsilon_\mathrm{p}(\mathbf{r}). \end{cases} \tag{1}$$

$$\Delta(\mathbf{r}) = g\sum_\mathrm{p} u_\mathrm{p}(\mathbf{r})\upsilon_\mathrm{p}^*(\mathbf{r})\,\mathrm{th}\frac{\varepsilon_\mathrm{p}}{2T}. \tag{2}$$

Тут $u_\mathrm{p}(\mathbf{r})$ та $\upsilon_\mathrm{p}(\mathbf{r})$ − коефіцієнти канонічного перетворення від частинок до квазічастинок, яке діагоналізує вихідний білінійний гамільнотіан прямої взаємодії між електронами; $\Delta(\mathbf{r})$ − параметр упорядкування; $\hat{\xi}_\mathrm{p} = \hat{\mathbf{p}}^2/2m - \mu$, $\varepsilon_\mathrm{p} = \sqrt{\xi_\mathrm{p}^2 - |\Delta|^2}$; g − константа взаємодії; T − температура.

Система рівнянь (1) відома як рівняння Боголюбова. Її можна інтерпретувати як рівняння на власні функції та власні значення для двокомпонентної власного вектора. У математичній фізиці від власних функцій можна здійснити перехід до функцій Гріна. У цьому разі їх можна запровадити так:

$$G_E(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \sum_{\mathrm{p}} \frac{u_{\mathrm{p}}(\mathbf{r}) u_{\mathrm{p}}^*(\mathbf{r}')}{E - \varepsilon_{\mathrm{p}}}, \tag{3}$$

$$F_E(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \sum_{\mathrm{p}} \frac{\upsilon_{\mathrm{p}}(\mathbf{r}) u_{\mathrm{p}}^*(\mathbf{r}')}{E - \varepsilon_{\mathrm{p}}}. \tag{4}$$

Тут E − змінна енергії, але комплексна, оскільки функції Гріна визначаються для E поза спектром.

Рівняння Боголюбова записані мовою функцій Гріна називаються рівняннями Горькова:

$$\begin{cases} \left(E - \hat{\xi}_{\mathrm{p}}\right) G_E(\mathbf{r},\mathbf{r}') + \Delta(\mathbf{r}) F_E(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'), \\ \left(E + \hat{\xi}_{\mathrm{p}}\right) F_E(\mathbf{r},\mathbf{r}') + \Delta^*(\mathbf{r}) G_E(\mathbf{r},\mathbf{r}') = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Умова самоузгодження (2) у цьому випадку має вигляд:

$$\Delta(\mathbf{r}) = |g| \sum_E F_E(\mathbf{r},\mathbf{r}'). \tag{6}$$

З технічного погляду система рівнянь теорії надпровідності у формі рівнянь Боголюбова чи еквівалентних їм рівнянь Горькова доволі складна, оскільки шукані величини (коефіцієнти $u_{\mathrm{p}}(\mathbf{r})$ та $\upsilon_{\mathrm{p}}(\mathbf{r})$ або функції G та F) − нелінійні функціонали функції $\Delta(\mathbf{r})$, яка в загальному випадку просторово-неоднорідна.

Як показують дослідження [2], швидкість руху куперівської пари як цілого значно менша характерної швидкості електронів, що її утворюють, − швидкості Фермі. Це означає, що хоча електрони в надпровіднику сильно вироджені, рух куперівських пар квазікласичний.

У цій роботі побудуємо рівняння мікроскопічної теорії надпровідності в теорії струмових станів із урахуванням квазікласичного руху куперівських пар. Отримані рівняння будуть нижчого порядку як диференціальні рівняння порівняно з вихідними рівняннями Боголюбова чи Горькова.

Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження. Надпровідник визначається тою фундаментальною властивістю, що в ньому можливі струмові стани, які в стаціонарних умовах існують без дисипації (ефект Джозефсона). Оскільки відбувається перенос маси, а разом із цим і заряду, конденсат куперівських пар набуває швидкості $\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}$.

Рівняння Горькова з урахуванням можливості руху конденсату мають вигляд (див. [4]):

$$\left(i\omega_n - \frac{1}{2m}\left(\hat{\mathbf{p}}_1 + m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}_1)\right)^2 + \mu\right) G_{\omega_n}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) + |\Delta(\mathbf{r}_1)| F_{\omega_n}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \tag{7}$$

$$\left(i\omega_n + \frac{1}{2m}\left(\hat{\mathbf{p}}_1 - m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}_1)\right)^2 - \mu\right) F_{\omega_n}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) + |\Delta(\mathbf{r}_1)| G_{\omega_n}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = 0. \tag{8}$$

Ці рівняння отримуються зі системи рівнянь (5) через перехід до локальної системи відліку, де конденсат нерухомий за допомогою перетворення Галілея. Зазначимо, що система рівнянь (7) та (8) записана в термінах мацубарівських функцій Гріна, тобто має місце співвідношення $E = i\omega_n$, $\omega_n = \pi T(2n+1)$, n − ціле число.

Для опису струмових станів рівняння Горькова треба доповнити виразом для середньої густини струму, який має вигляд:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}_1) = \frac{ie}{m} T \sum_{\omega_n} \lim_{\mathrm{r}_2 \to \mathrm{r}_1} \left(\nabla_{\mathrm{r}_2} - \nabla_{\mathrm{r}_1}\right) G_{\omega_n}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) + 2e\boldsymbol{\upsilon}_s(\mathbf{r}_1) T \sum_{\omega_n} G_{\omega_n}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_1), \tag{9}$$

Для розв’язку рівнянь Горькова в теорії струмових станів будемо використовувати локальне наближення, яке ґрунтується на припущенні, що градієнти магнітного поля і параметра впорядкування малі порівняно з самими цими величинами. Таке припущення забезпечує можливість розкладу за градієнтами і збереження в цьому розкладі лише початкових членів. Рівняння теорії надпровідності допускають у локальному наближенні розв’язок з тою ж мірою повноти, що й у просторово однорідному випадку.

Найпростіший спосіб розв’язку рівнянь теорії надпровідності в локальному наближенні ґрунтується на застосуванні мішаного представлення Вігнера, у якому запроваджують радіус-вектор центра інерції (у цьому разі − пари) $\mathbf{R}=\frac{1}{2}(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)$ і радіус-вектор, що характеризує відносний рух $\mathbf{r}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1$, після чого роблять перетворення Фур'є за цією останньою змінною. Так отримують:

$$f(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)\to f(\mathbf{R},\mathbf{r})=\int f(\mathbf{R},\mathbf{p})\exp[i\mathbf{pr}]\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \tag{10}$$

Рівняння Горькова (7−8) для мацубарівських функцій Гріна в представленні Вігнера набувають такої форми:

$$\left(i\omega_n-\frac{1}{2m}\left(\mathbf{p}-\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{R}}+m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{p}})\right)^2+\mu\right)G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{p})+\left|\Delta(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{p}})\right|F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{p})=1, \tag{11}$$

$$\left(i\omega_n+\frac{1}{2m}\left(\mathbf{p}-\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{R}}-m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{p}})\right)^2-\mu\right)F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{p})+\left|\Delta(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{p}})\right|G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{p})=0. \tag{12}$$

Вираз для густини струму має вигляд:

$$\mathbf{J}(\mathbf{R})=\frac{2ie}{m}T\sum_{\omega_n}\int(\mathbf{p}+m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}})G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{p})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \tag{13}$$

Перейдемо до формулювання квазікласичного наближення в теорії надпровідності. Як показують досліди, відношення критичної температури T_c до фермівської T_F значно менше одиниці. Для низькотемпературних надпровідників це відношення становить 10^{-5}–10^{-4} у найбільш характерних випадках, але навіть для високотемпературних надпровідників воно порядку 10^{-2}. Оцінка критичних значень надплинної швидкості, зроблена на підставі локального наближення, дає результат $\upsilon_{\mathrm{s\,crit}}/\upsilon_0\sim T_c/T_F<<1$, де υ_0 − швидкість електронів на поверхні Фермі (фермі-швидкість). Отже, швидкість руху куперівської пари як цілого значно менша характерної швидкості електронів, що її утворюють, − швидкості Фермі. Можна сказати тому, що хоча електрони в надпровідниках сильно вироджені, рух куперівських пар квазікласичний. Урахування цієї обставини дає змогу суттєво спростити рівняння теорії надпровідності. Нижче ми покажемо, що внаслідок зіставлення різних членів у рівняннях для функцій Гріна надпровідника, деякими з них можна знехтувати, оскільки вони мають вищий порядок порівняно з основними щодо $T_c/T_F<<1$. Кінцевим результатом цієї процедури виявляється те, що спрощені таким чином рівняння після повернення в конфігураційний простір мають нижчий порядок, ніж вихідні диференціальні рівняння теорії надпровідності (записані в просторових координатах). Таке спрощення рівнянь має просторовий аспект, оскільки $T_c/T_F\sim a/\xi_0<<1$, де a − міжатомна відстань, а ξ_0 − довжина когерентності. Отже, квазікласичні рівняння в певному сенсі загладжені за атомними довжинах й містять лише великомасштабні просторові зміни параметра впорядкування.

Візьмемо до уваги, що всі функції змінюються повільно залежно від координат центра інерції пари, який характеризується вектором **R**, а саме: вони змінюються на довжинах порядку ξ_0, а не на атомній довжині. Це означає, що для оператора ∇_{R}, який застосовується до функції $f(\mathbf{R},\mathbf{p})$, справедлива оцінка $|\nabla_{\mathrm{R}}f(\mathbf{R},\mathbf{p})|\sim f(\mathbf{R},\mathbf{p})/\xi_0$. Отже, можна вважати, що $|\nabla_{\mathrm{R}}|\sim 1/\xi_0$.

Стосовно імпульсної змінної, то основний внесок в інтеграли за імпульсом **p** дає вузький окіл фермі-сфери $|\mathbf{p}|=p_0=m\upsilon_0$, величина якого має порядок $\xi\sim T_c$. Покладемо:

$$\mathbf{p}=\left(p_0+\frac{\xi}{\upsilon_0}\right)\mathbf{n}, \tag{14}$$

де **n** − одиничний вектор, що визначає напрямок імпульсу, енергетична змінна визначається виразом $\xi=\mathbf{p}^2/2m-p_0^2/2m\sim T_c$.

З урахуванням наведених вище оцінок розглянемо порядок мализни різних доданків у рівняннях Горькова (11) та (12). Маємо:

$$\frac{1}{2m}\left(\mathbf{p}-\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{R}}+m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{p}})\right)^2-\mu=\frac{1}{2m}\left(\left(p_0+\frac{\xi}{\upsilon_0}\right)\mathbf{n}-\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{R}}+m\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{s}}(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\nabla_{\mathrm{p}})\right)^2-\mu=$$
$$=\xi-\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathrm{R}}+p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s-\frac{1}{8m}\nabla_{\mathrm{R}}^2+\frac{1}{2}m\boldsymbol{\upsilon}_s^2-\frac{i}{4}\left(\nabla_{\mathrm{R}}\boldsymbol{\upsilon}_s\right)-\frac{i}{4}\boldsymbol{\upsilon}_s\nabla_{\mathrm{R}}+\frac{\xi^2}{2p_0\upsilon_0}-\frac{i\xi}{2p_0}\mathbf{n}\nabla_{\mathrm{R}}+\xi\frac{\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s}{\upsilon_0}. \tag{15}$$

В отриманому виразі лише перші три доданки мають порядок T_c, решта менші за T_c у відношенні $T_c/T_F<<1$ і можуть бути відкинуті. Урахуємо також, що в градієнті за імпульсами ∇_{p} істотною є лише проекція в напрямку імпульсу, інші проекції мають менший порядок мализни (це легко довести, якщо записати градієнт у сферичних координатах в імпульсному просторі). Отже, $\nabla_{\mathrm{p}}\cong\mathbf{n}\frac{d}{dp}=\mathbf{n}\upsilon_0\frac{d}{d\xi}$.

Ураховуючи всі зроблені оцінки, можемо написати спрощені рівняння для функцій Гріна в мішаному представленні:

$$\left(i\omega_n-\xi+\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathrm{R}}-p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s\left(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\frac{d}{d\xi}\right)\right)G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi)+\left|\Delta\left(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\frac{d}{d\xi}\right)\right|F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi)=1, \tag{16}$$

$$\left(i\omega_n+\xi-\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathrm{R}}-p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s\left(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\frac{d}{d\xi}\right)\right)F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi)+\left|\Delta\left(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\frac{d}{d\xi}\right)\right|G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi)=0. \tag{17}$$

Вираз для середньої густини струму має вигляд:

$$\mathbf{J}(\mathbf{R})=2e\upsilon_0TN(0)\sum_{\omega_n}\int\frac{d\mathbf{n}}{4\pi}\mathbf{n}\int d\xi G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},\xi). \tag{18}$$

Рівняння (16) та (17) утворюють систему квазікласичних рівнянь теорії надпровідності. Ці рівняння є рівняннями Горькова мікроскопічної теорії надпровідності, що загладжені за атомними довжинах, тобто містять лише великомасштабні просторові зміни параметра впорядкування. Для зручності в роботі з цими рівняннями перейдемо від змінної ξ до спряженої змінної t за допомогою перетворення Фур'є.

$$f(t)=\int f(\xi)e^{i\xi t}\frac{d\xi}{2\pi}. \tag{19}$$

У t-представленні квазікласичні рівняння мають вигляд:

$$\left(i\omega_n+i\frac{d}{dt}+\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathrm{R}}-p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s\left(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\mathbf{n}\upsilon_0t\right)\right)G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathrm{n},t)+\left|\Delta\left(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\mathbf{n}\upsilon_0t\right)\right|F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t)=1, \tag{20}$$

$$\left(i\omega_n-i\frac{d}{dt}-\frac{i}{2}\upsilon_0\mathbf{n}\nabla_{\mathrm{R}}-p_0\mathbf{n}\boldsymbol{\upsilon}_s\left(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\mathbf{n}\upsilon_0t\right)\right)F_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t)+\left|\Delta\left(\mathbf{R}+\frac{i}{2}\mathbf{n}\upsilon_0t\right)\right|G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t)=0. \tag{21}$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{R})=e\upsilon_0TN(0)\sum_{\omega_n}\int d\mathbf{n}\,\mathbf{n}\,G_{\omega_n}(\mathbf{R},\mathbf{n},t)\Big|_{t=0}. \tag{22}$$

Система рівнянь у формі (20)−(22) чи (16)−(18) може бути використана для мікроскопічного опису ефектів теорії надпровідності в різноманітних просторово-неоднорідних задачах, зокрема, стаціонарного та нестаціонарного ефектів Джозефсона в тунельних контактах, ефекту Майсснера тощо. Нагадаємо, що при переході до квазікласичних рівнянь ми використали два наближення. Перше враховує, що всі функції змінюються повільно залежно від координат, а саме: вони змінюються на довжинах порядку довжини когерентності, а не на атомній довжині. Інше наближення враховує, що основний унесок в інтеграли за імпульсом дає вузький окіл фермі-сфери.

Зазначимо, що подібна ситуація має місце при переході від релятивістського рівняння Дірака до нерелятивістського рівняння Паулі.

Висновки. У роботі проаналізовано рівняння мікроскопічної теорії надпровідності з урахуванням мализни відношення критичної температури до фермиївської. Показано, що в разі, коли всі функції змінюються повільно залежно від координат, а саме: вони змінюються на довжинах порядку довжини когерентності, а не на атомній довжині, а також коли основний внесок в інтеграли по імпульсу дає вузький окіл фермі-сфери, рівняння Горькова набувають спрощеного вигляду, зокрема мають нижчий порядок, ніж вихідні диференціальні рівняння теорії надпровідності. Такі рівняння в теорії надпровідності називають квазікласичним.

Побудовано квазікласичні рівняння для теорії струмових станів у надпровідникових структурах.

Робота виконана за сприянням Міністерства освіти і науки України (держбюджетна тема № 0113U002220).

Джерела та література

1. Боголюбов Н. Н. О новом методе в теории сверхпроводимости / Н. Н. Боголюбов // ЖЭТФ. − 1958. − Т. 34. − С. 58−65.
2. Свідзинський А. В. Мікроскопічна теорія надпровідності : у 2-х ч. Ч. 1 / А. В. Свідзинський. − Луцьк : РВВ «Вежа» Волин. держ. ун-ту ім. Лесі Українки, 2001. − 256 с.
3. Kamerlingh Onnes H. The superconductivity of mercury / H. Kamerlingh Onnes // Proc. R. Acad. Amsterdam. − 1911. − Vol. 11. − P. 168.
4. London F. On the Bose-Einstein Condensation / F. London // Phys. Rev. − 1938. − Vol. 54. − P. 947.

Шигорин Павел. Квазиклассические уравнения в теории токовых состояний в сверхпроводящих структурах. В работе анализируются уравнения микроскопической теории сверхпроводимости, принимая во внимание малость отношения критической температуры к фермиевской. Описывается идеология квазиклассического приближения в теории сверхпроводимости. Сконструированы квазиклассические уравнения применимые к рассчету токовых состояний в сверхпроводящих структурах.

Ключевые слова: сверхпроводимость, квазиклассические уравнения, критическая температура.

Shygorin Pavlo. Quasiclassical Equations for Theory of the Current States in Superconducting Structures. In this work has been analyzed on theoretical level the equations of microscopic theory of superconductivity with respect to assumption about small ratio critical temperature to Fermi-temperature. We described the ideology of the quasiclassical approximation in the theory of superconductivity. Quasiclassical equations that are applicable to computation of the current states in superconducting structures have been constructed.

Key words: superconductivity, quasiclassical equations, critical temperature.

Стаття надійшла до редколегії
16.12.2014 р.

УДК 538.9

Ірина Дмитрук
Павло Шигорін

Нульовий звук у конденсованому газі Бозе

У роботі теоретично досліджено нульовий звук у конденсованому бозе-газі. Для цього розглянуто беззіткневу динаміку атомарного конденсованого бозе-газу за відмінних від нуля температур. Отримано та проаналізовано вираз для швидкості поширення нульового звуку. Схарактеризовано можливості теоретичного дослідження затухання Ландау в конденсованому бозе-газі.

Ключові слова: нульовий звук, конденсований бозе-газ, беззіткнева динаміка.

Постановка наукової проблеми та її значення. Одне з найцікавіших завдань статистичної механіки − дослідження динаміки колективних мод. У випадку рідин і газів колективні моди мають гідродинамічну природу і проявляються у вигляді звукових хвиль. Особливо розмаїті гідродинамічні моди у квантових рідинах і газах. Наприклад, у надплинному гелії-4, крім звичайних звукових хвиль (першого звуку), можуть поширюватися температурні хвилі (другий звук) [5]. Поява в надплинному гелії поряд із першим звуком другого звуку пов’язана із дворідинною структурою гідродинамічних рівнянь, що, своєю чергою, відбиває наявність у системі бозе-айнштайнівського конденсату. Мовою дворідинної моделі перший звук відповідає синфазним коливанням нормальної та надплинної компонент, другий – протифазним. Іншим прикладом багаточастинкової системи за наявності квантового виродження зі зламом симетрії є атомарний конденсований бозе-газ, охолоджений до ультра-