УДК 681.3.06+519.6(075.8)

Танцюра Л. І., аспірант (Тел. +380 (95) 795 02 31. E-mail: ludatan64@gmail.com)
(Державний університет телекомунікацій, м. Київ)

Шматко В. С., інженер (Тел.: +380 (63) 304 06 30. E-mail: kkz@ukr.net)
(Державний заклад «Київський коледж зв'язку»)

АНАЛІЗ НАДІЙНОСТІ ІНФОКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖ НА ОСНОВІ ГРАФУ СКЛАДНОЇ СИСТЕМИ

Танцюра Л. І., Шматко В. С. Аналіз надійності інфокомунікаційних мереж на основі графу складної системи. Досліджуються методи моделювання та аналізу оцінки надійності інфокомунікаційних мереж, які представляються як складні системи у вигляді графу. Проаналізовані основні методи обчислення надійності мережі: метод повного перебору, редукція або декомпозиція, прямі методи, метод наближення. Приведені визначення та властивості структурної функції працездатності системи, мінімального перерізу і шляху графу, послідовних і паралельних систем. Запропонований метод аналізу надійності інфокомунікаційних мереж на основі бінарної діаграми рішень.

Ключові слова: інфокомунікаційна мережа, надійність, мінімальний шлях, мінімальний переріз, декомпозиція Шеннона, бінарна діаграма рішень, алгоритм Дейкстри

Танцюра Л. И., Шматко В. С. Анализ надежности инфокоммуникационных сетей на основе графа сложной системы. Исследуются методы моделирования и анализа оценки надежности инфокоммуникационных сетей, которые представляются как сложные системы в виде графа. Проанализированы основные методы вычисления надежности сети: метод полного перебора, редукция или декомпозиция, прямые методы, метод приближения. Приведены определения и свойства структурной функции работоспособности системы, минимального перереза и пути графа, последовательных и параллельных систем. Предложен метод анализа надежности инфокоммуникационных сетей на основе бинарной диаграммы решений.

Ключевые слова: инфокоммуникационная сеть, надежность, минимальный путь, минимальный перерез, декомпозиция Шеннона, бинарная диаграмма решений, алгоритм Дейкстры

Вступ. За визначеннями, які приводяться в науково-технічній літературі [1...3] сучасна інфокомунікаційна мережа відноситься до категорії складних систем. Оцінювання надійності та оптимізація за цим ключовим показником ефективності складних систем є унікальною проблемою [4, 5], незважаючи на те, що для оптимізації складних систем розроблені численні формальні методики і цим питанням присвячено багато робіт[1, 6, 7].

В [8, 9] розглядаються основи теорії функціональної стійкості складних комп'ютерних систем, на основі яких побудовані інфокомунікаційні мережі. Ускладнення інфокомунікаційних систем є прямим наслідком постійно зростаючої відповідальності виконуваних ними функцій, складності і різноманіття цих функцій. В цих умовах чи не найбільш важливого значення набувають питання забезпечення високої надійності інфокомунікаційних мереж.

Вищесказане обумовлює актуальність розробки алгоритмів і методів розрахунку надійності складних систем і їх експериментальної оцінки.

В представленій роботі досліджуються питання моделювання та аналізу методів оцінки надійності інфокомунікаційних мереж, структура яких може бути представлена у вигляді графа. Мережа розглядається як множина вузлів (вершин), пов'язаних між собою направленими або ненаправленими дугами (ребрами). Стан системи і кожного елемента можна описати за допомогою булевих змінних, які приймають значення 1 (у випадку працездатності) і 0 (у випадку відмови).

Основна визначення. **Традиційні методи аналізу надійності.** Мережа може бути представлена у формі графа $G=(V,E)$, де V – множина вершин (або вузлів), E – множина ребер (дуг). Ми припускаємо, що ребра можуть бути направленими або ненаправленими. Нехай вузол **А**– джерело (відправник) та інший вузол **D** – приймач.

Визначення 1. Для даного графа $G = (V, E)$, шлях – це підмножина елементів, ребер і/або вузлів, які гарантують, що між вузлами **A** та **D** існує зв'язок, якщо всі елементи цієї підмножини функціонують. Шлях H – мінімальний шлях, якщо будь-яка підмножина елементів H не є шляхом.

Визначення 2. Для даного графа $G = (V, E)$, переріз – це підмножина елементів, дуг і/або вузлів, відмова яких порушує зв'язок між вузлами A та D. Переріз K – мінімальний переріз, якщо будь-яка підмножина елементів K не є перерізом.

Властивість 1. Кожен шлях містить хоча б один елемент з кожного перерізу, і кожен переріз містить хоча б один елемент від кожного шляху [10].

Нехай h– кількість мінімальних шляхів між відправником **A** і приймачем **D** в графі $G = (V, E)$ і нехай $H_1, H_2,, H_h$ – h мінімальних шляхів. Всі елементи мінімального шляху повинні бути працюючими, щоб існував зв'язок. Елементи мінімального шляху пов'язані логічним AND. Однак, якщо одного із мінімальних шляхів достатньо, щоб мережа була працездатною, зв'язок S може бути представлений як логічне OR мінімальних шляхів.

$$S = H_1 \vee H_2 \vee ... \vee H_h .$$

Відповідно до визначення надійність

$$Rs = \Pr\left\{S\right\} = \Pr\left\{H_1 \vee H_2 \vee ... \vee H_h\right\} . \tag{1}$$

Нехай система складається з n елементів, при цьому i-му елементу відповідає булева змінна x_i можливими значеннями якої є числа 1 або 0. Стан системи визначається структурною функцією $S(x)$ працездатності системи (булевою функцією) змінних , яка приймає значення 1, якщо система працездатна, і значення 0, якщо система відмовила.

Структурна функція відмови системи визначається як

$$\overline{S}(x) = 1 - S(\overline{x}) .$$

Система з елементами, що з'єднані послідовно, працездатна тоді і тільки тоді, коли всі її елементи працездатні. Структурна функція працездатності

$$S(x) = x_1 \cdot x_2 \cdot ... \cdot x_n = \prod_1^n x_n .$$

В системі з елементами, що з'єднані послідовно, кожний елемент є перерізом. Єдиний шлях складається з усіх елементів. Якщо припустити, що надійність кожного елемента i різна і позначається p_i, то надійність всієї системи можна обчислити як

$$R_s = p_1 \cdot p_2 \cdot ... \cdot p_n = \prod_1^n p_n .$$

Якщо всі елементи мають однакову надійність, то отримуємо

$$R_s = (p_1)^n .$$

В системі з елементами, що з'єднані паралельно, якщо хоча б один з її елементів працездатний, система працездатна. Система відмовляє тільки тоді, коли відмовляють всі її елементи. Структурна функція працездатності паралельної системи

$$S(x) = 1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2) \cdot ... \cdot (1 - x_n) = 1 - \prod_1^n (1 - x_n) .$$

В паралельних системах кожний компонент – це шлях. Єдиний переріз складається з усіх елементів. Якщо припустити, що надійність кожного елемента i різна і позначається p_i, то надійність всієї системи можна обчислити як

$$R_s = 1 - (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot ... \cdot (1 - p_n) = 1 - \prod_1^n (1 - p_n) .$$

Якщо всі елементи мають однакову надійність, маємо

$$R_s = 1 - (1 - p_1)^n .$$

В реальності системи представляють комбінацію послідовних і паралельних підсистем, тобто коли система складається з підсистем, що з'єднані послідовно, де кожна підсистема складається з елементів, що з'єднані паралельно. Система працездатна тільки, якщо всі підсистеми працездатні. Відповідно кожна підсистема працездатна якщо хоча б один її елемент працездатний. Надійність послідовно-паралельної системи обчислюється як

$$R_s = \prod_{i=1}^{n} (1 - (\prod_{j=1}^{m_i} (1 - p_{ij}))) .$$

Традиційні методи аналізу надійності мережі розглядалися для мереж із 10...100 вершин [2, 10...12]. Ці методи базуються на пошукових алгоритмах повного перебору, призначених забезпечити кількісну і якісну інформацію про зв'язки в мережі, її надійність і вразливість.

Огляд літератури показує, що методи обчислення надійності мережі можна поділити на наступні категорії:

– метод повного перебору;
– редукція або декомпозиція;
– прямі методи;
– метод наближення.

Важливо відмітити, що ці методи часто комбінуються один з одним.

Метод повного перебору найбільш простий, але найменш ефективний метод (кількість можливих станів росте експоненційно). Більш складним є перебір мінімальних шляхів та мінімальних перерізів і представлення функції структури у диз'юнктивній нормальній формі.

У вигляді бінарної діаграми рішень функція структури отримується за допомогою декомпозиції Шеннона, найбільш поширеного метода розкладення. Другий класичний метод є метод включення-виключення. Окремо розглядається випадок, коли приймається, що ймовірність ліній зв'язку однакова. Так, коли ймовірність всіх ребер дорівнює p, кількість ребер, які містить шлях i, ймовірність дорівнює

$$p^i (1 - p)^{m-i} ,$$

де $m = N_e$.

Надійність може бути записана як

$$R(p) = \sum_{i=0}^{m} N_i p^i (1 - p)^{m-i} ,$$

де N_i – кількість шляхів.

Обчислення надійності мережі таким чином скорочується до проблеми обчислення коефіцієнтів N_i.

Крім вищенаведених методів існує метод редукції. Основна ідея полягає в тому, що граф ділиться на підграфи, і потім надійність обчислюється окремо для кожного підграфа. Надійність всієї мережі обчислюється, базуючись на надійності відповідних підграфів. Редукція – це спеціальний метод, який дозволяє спростити структуру мережі. Ціль цього методу полягає в зменшенні розміру мережі для полегшення обчислень надійності.

Оцінка надійності складних систем. Сучасні інфокомунікаційні мережі мають мільйони вершин і вони відносяться до категорії складних систем. Багато питань, які для малих і середніх мереж вирішуються традиційними класичними способами [10, 11, 13], для складних мереж непросто вирішити. Останні роки ми стали свідками нового напрямку в дослідженні складних мережевих систем [6, 14, 15], фокус зміщується від аналізу малих графів до розгляду статистичних властивостей великомасштабних графів з метою прогнозування того, що поведінка складних мережевих систем буде базуватися на дослідженні структурних властивостей окремих вершин.

Зміна, яка відбулася в останні кілька років в дослідженні складних мереж була швидкою і неочікуваною. Структура складних мереж впливає на те, як система реагує на випадкові збої та навмисні атаки і отже має безпосередній вплив на надійність і безпеку цих структур.

Засоби вичерпного аналізу базуються на алгоритмах пошуку. Можна виділити кількісні та якісні алгоритми. Якісні алгоритми забезпечують інформацією на рівні зв'язку двох вузлів і на рівні вразливості. Якщо ймовірність відмови можна визначити для ребер або вузлів або і того і іншого, ми обчислюємо надійність зв'язку і ненадійність до атак.

Надійність об'єднання подій, що перетинаються, в формулі (1) можуть бути обчислені різними способами:

– користуючись формулою включень-виключень [16];
– обчислення мінімальних шляхів і мінімальних перерізів[11, 17...19];
– за допомогою бінарної діаграми рішень [20].

Бінарна діаграма рішень (БДР). На Рис. 1 приведена представлена мостикова схема з направленими ребрами, на прикладі якої розглянемо рішення за допомогою бінарної діаграми рішень. Припустимо, що можуть відмовити тільки ребра. Мінімальні шляхи знаходимо за допомогою алгоритму Дейкстри, в той час як мінімальні перерізи знаходимо за допомогою рекурсивного алгоритму обчислення множини мінімального перерізу в мережі [21].

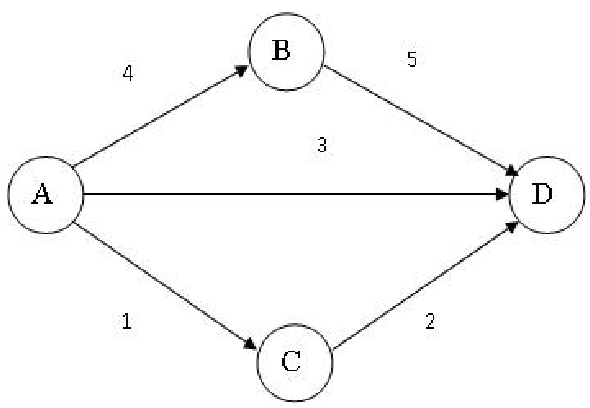

Рис.1. Направлена мостикова мережа

Мережа має три мінімальних шляхи і чотири мінімальних перерізи. Це відповідно:

$$H_1 = \{e_1, e_4\}, \quad H_2 = \{e_2, e_3, e_4\}, \quad H_3 = \{e_2, e_5\};$$

$$K_1 = \{e_1, e_2\}, \quad K_2 = \{e_2, e_4\}, \quad K_3 = \{e_4, e_5\}, \quad K_4 = \{e_1, e_3, e_5\}.$$

Відповідно до вищенаведених формул наявність зв'язку між джерелом і стоком може бути виражена формулою

$$S_{1-4} = e_1 e_4 \vee e_2 e_3 e_4 \vee e_2 e_5 . \tag{2}$$

Ми вважаємо, що елементи графа мають тільки два стани – працездатний і непрацездатний, і що відмови елементів є незалежними подіями. Якщо позначити p_i надійність того, що дуга e_i працююча, використовуючи класичну формулу включення-виключення для обчислення надійності ми отримаємо з (2):

$$R_{1-4} = \Pr\{S_{1-4}\} = p_1 p_4 + p_2 p_3 p_4 + p_2 p_5 - p_1 p_2 p_3 p_4 - p_2 p_3 p_4 p_5 - p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \tag{3}$$

БДР – це спосіб представити булеву функцію $F(x_1, x_2, , x_n)$ від змінних у вигляді ациклічного направленого графа, що складається з двох внутрішніх вузлів рішень, кожний з яких має по два породження, і двох термінальних вузлів (0 та 1), кожний з яких відповідає одному із двох значень булевої функції. Якщо F –булева функція від змінних $x_1, x_2,, x_n$ то використовуючи декомпозицію Шеннона отримаємо наступний вираз:

$$F = x_1 F_{x1=1} \vee \overline{x_1} F_{x1=0}. \tag{4}$$

У виразі (4) $F_{x1=1}$ отримаємо з F, припустивши, що x_1 – істинне; $F_{x1=0}$ отримаємо з F, припустивши, що x_1 – хибне.

Функції $F_{x1=1}$ і $F_{x1=0}$ залежать від $(n-1)$ змінної. Застосувавши до них декомпозицію Шеннона, кожна з двох функцій може бути розкладена на дві функції, які залежать від $(n-2)$ змінних. Застосовуючи послідовно декомпозицію Шеннона відносно кожної із змінних отримаємо повний розклад.

Послідовність декомпозицій може бути представлена у графічній формі, використовуючи бінарне дерево. Кожний вузол дерева представляє змінну, відносно якої виконана декомпозиція. З кожного вузла виходять дві гілки. Ліва гілка приймає значення 1 (*істинно*) і її породженням є перший вираз Fx1=1 декомпозиції, отриманий при значенні 1 базової змінної. Права гілка приймає значення 0 (*хибно*) і її породженням є другий вираз декомпозиції, отриманий при значенні 0 базової змінної. Перехід від внутрішнього вузла виконується в залежності від значення змінної (0 чи 1 відповідно). Ми використали декомпозицію Шеннона до булевої функції зв'язку направленого мережевого мосту, відображеного як об'єднання мінімальних шляхів у формулі (2).

Порядок змінних сильно впливає на декомпозицію. При впорядкуванні

$$e_2 < e_5 < e_3 < e_1 < e_4$$

булевий вираз (2) будується крок за кроком по Рис. 2. Іноді, бінарне дерево містить піддерева. Щоб зробити презентацію більш компактною, ідентичні піддерева можуть бути складеними. Компактне зображення, в якому дубльовані піддерева складені і термінальні вузли 0 та вузли 1 з'єднуються, називається бінарною діаграмою рішень (БДР).

На Рис. 2 піддерева, згенеровані в вузлі $e_1 e_4$ з'являються двічі і можуть бути відображені як на Рис. 3. Обчислення ймовірності БДР на Рис.3, може бути виконано рекурсивно, використовуючи декомпозицію Шеннона.

$$\Pr\left\{F\right\} = p_1 \Pr\left\{F_{x_1=1}\right\} + (1-p_1)\Pr\left\{F_{x_1=0}\right\} =$$
$$= \Pr\left\{F_{x_1=0}\right\} + p_1(\Pr\left\{F_{x_1=1}\right\} - \Pr\left\{F_{x_1=0}\right\}). \tag{5}$$

де p_1 – ймовірність того, що булева змінна x_1 – істинна; $1-p_1$ – ймовірність того, що булева змінна x_1 – хибна.

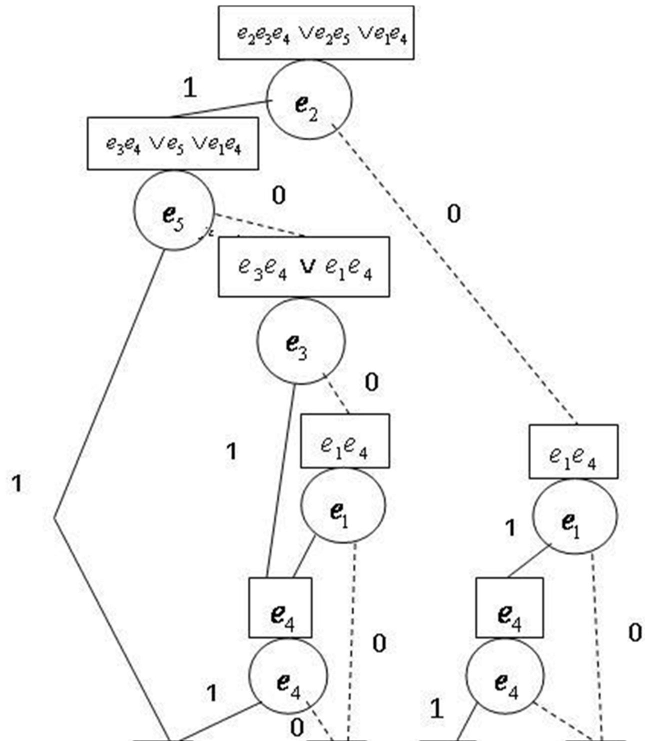

Рис. 2. Декомпозиція Шеннона мостикового з'єднання

Рекурсивне використання рівняння (5) зображено на Рис. 4. Обчислення значень ймовірності проміжних вузлів ps_1, ps_3, ps_5, дає значення надійності мережі $R_{1-4} = ps_2$, як в формулі (3).

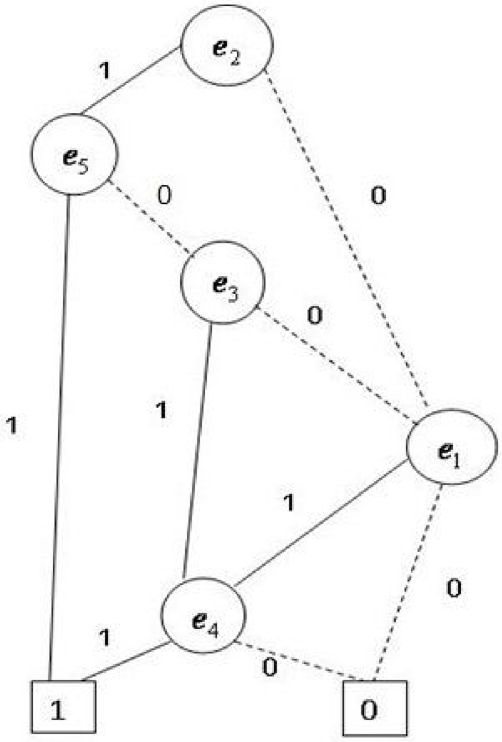

Рис. 3. БДР мостикової схеми

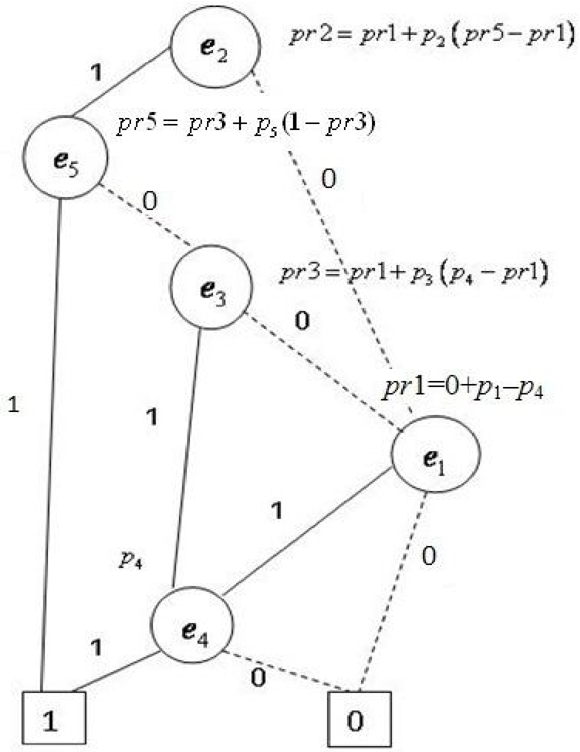

Рис. 4. Обчислення ймовірності БДР

Висновок

В статті розглянуто метод аналізу надійності інфокомунікаційних мереж на основі бінарної діаграми рішень, яка представляє собою представлення булевої функції від змінних, що описують структурну надійність мережі, у вигляді ациклічного направленого графа.

Розглянуті питання визначення надійності інфокомунікаційних мереж на основі аналізу статистичних властивостей великомасштабних графів та дослідженні структурних властивостей окремих вершин. Для визначення мінімальних шляхів використано алгоритм Дейкстри. Мінімальні перерізи визначені за допомогою рекурсивного алгоритму обчислення множини мінімального перерізу в мережі.

Література

1. Рябинин И. А. Надежность и безопасность структурно-складних систем / И. А. Рябинин. – Санкт-Петербург : Политехника, 2001.

2. Каштанов В. А. Теория надежности сложных систем / В. А. Каштанов, А. И. Медведев. – Москва : Физматлит, 2010. – 608 с.

3. Миколайчук Р. А. Принципи побудови складних технічних систем з динамічною структурою / Р. А. Миколайчук // Моделювання та інформаційні технології : збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова. – 2012. – Вип. 63. – С. 17-21.

4. Parmenter D. KeyPerformanceIndicators (KPI): Developing, Implementing, and Using Winning KPIs / D. Parmenter. – 2nd ed. – JohnWiley&Sons, 2010. – 320 p.

5. Торошанко Я. И. Оптимизация больших информационных систем с диагонально-доминантными матрицами ключевых показателей эффективности / Я. И. Торошанко, В. С. Шматко, М. С. Высочиненко, А. А. Булаковская // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – №5(9). – С. 60-65.

6. Newman M. E. . The structure and function of complex networks / M. E. Newman // SIAM Review. – 2003. – № 45. – P. 167-256.

7. Афанасьев В. Г. Методы анализа надежности и критичности отказов сложных систем / В. Г. Афанасьев, В. А. Зеленцов, А. И. Миронов. – Москва : Министерство обороны, 1992.

8. Кравченко Ю. В. Методика оцінки стану складних об'єктів та процесів на основі методів інтелектуальної обробки даних / Ю. В. Кравченко, Р. А. Миколайчук // Міжнародна науково-практична конференція «Інтелектуальні системи прийняття рішень та пр облеми обчислювального інтелекту (ISDMCI)». – Євпаторія: 27-31 травня 2012 р. – С. 100-101.

9. Барабаш О. В. Забезпечення функціональної стійкості складних технічних систем / О. В. Барабаш, Б. В. Дурняк, Д. М. Обідін // Моделювання та інформаційні технології : збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова. – 2012. – Вип. 64. – С. 36-41.

10. Kaufmann A. Mathematical Models for the Study of the Reliability of Systems / A. Kaufmann, D. Grouchko, R. Cruon. – Academic Press, 1977.

11. Abraham J. A. An improved algorithm for network reliability / J. A. Abraham. IEEE Transactionon Reliability. – 1979. – № 28. – P. 58-61,

12. Balan A. O. Preprocessing minpaths for sum of disjoint products / A. O. Balan, L. Traldi // IEEE Transaction onReliability. – September 2003. № 52(3). – P. 289-295.

13. Половко А. М. Основы теории надежности / А. М. Половко, С. В. Гуров. – Санкт-Петербург :БХВ-Петербург, 2006. – 702 с.

14. Barabasi A. L. Linked: the new science of networks / A.L. Barabasi. – Perseus Publishing, Cambridge Mass, 2002.

15. Dorogovtsev S. N. Evolution of networks / S. N. Dorogovtsev, J.F.F. Mendes. Advances in Physics. – 2002. – №51. – P. 1079-1187.

16. Trivedi K. Probability & Statistics with Reliability. Queueing & Computer Science applications / K. Trivedi. – Wiley,II Edition, 2001.

17. Райншке К.Оценканадежности систем с использованиемграфов / К. Райншке, И. А. Ушаков. – Москва : Радио и связь, 1998. – 452 с.

18. Luo T. An improved algorithm for coherent-system reliability / T. Luo, K. S. Trivedi. . IEEE Transaction on Reliability. – 1998. № 47. P. 73-78.

19. Heidtmann K. Statistical comparison of two sum-of-disjoint product algorithms for reliability and safetyevaluation / K. Heidtmann // In Proceedings 21st Intern. Conference SAFECOMP 2002, Springer Verlag, LNCS. – 2002. – Vol 2434. – P. 70-81.

20. Bryant R. E. Graph-based algorithms for Boolean function manipulation / R. E. Bryant // IEEE Transactionson Computers, – 1986. – № C-35. – P. 677-691.

21. Li Yan. A recursive approach for enumerating minimal cutestin a network / Li Yan, Hamdy A. Taha, Thomas L. Landers // IEEE Transaction on Reliability. – September 1994. – № 43(3). P. 383-387.

Дата надходження в редакцію: 24.01.2015 р. Рецензент: д.т.н., проф. О. О. Скопа