

# ТЕСТУВАННЯ

## з аналітичної геометрії

*та шляхи його практичної реалізації*

**ДИМАРСЬКИЙ Я. М.,  
КРИВКО Я. П.**

[378.016:514] – 048.24

**З**МІНИ в підходах до навчання та контролю початкових досягнень учнів у сучасній українській школі привели до того, що домінантні позиції посіло тестування. Воно застосовується майже на всіх предметах шкільної програми, зокрема й для контролю та оцінювання знань з математики. Тестуванню школярів з різних предметів шкільного курсу присвятили свої роботи Л. Буряк, О. Масалітіна, Д. Равен та ін.

Але при тому, що ми маємо в наявності величезну кількість дидактичних матеріалів (щодо методики підготовки та проведення тестування), комп'ютерних програм (створених для проведення тестування на різних етапах вивчення математики), онлайн-тестів (для підготовки до зовнішнього тестування з математики), в останні роки абітурієнти демонструють доволі слабкі результати: більше половини абітурієнтів не отримали вище 150 балів з 200 можливих за всі роки існування ЗНО, приблизно 10% з них не пройшли нижньої межі – 124 бали. Крім цього, має місце низький конкурс до вишів на математичні спеціальності. Усе це свідчить про занепад математичної освіти, що є результатом низької зацікавленості учнів та студентів математикою. Не слід забувати про те, що саме ці студенти приходять до школи вже як викладачі математики, де будуть готувати до зовнішнього незалежного оцінювання школярів. Очевидно, що якість цієї підготовки безпосередньо залежить від якості підготовки самих студентів. Так, виникає потреба більш ретельної

підготовки майбутніх учителів до реалій сучасної школи. Ми повинні навчити студентів так викладати шкільні математичні дисципліни, щоб не порушити балансу між навчанням математики та „натаскування” на тести. Зараз ми маємо багато розробок щодо нових методик контролю знань з математики, але майже всі вони стосуються математики середньої, а не вищої школи. У наявних дослідженнях із систем контролю описано технології, але безвідносно до конкретного навчального предмета, зокрема навчання математики у вищій школі. Не враховано її специфіку та своєрідність, не завжди подано інтерпретацію застосування педагогічної технології контролю фахових знань на конкретному навчальному матеріалі. Ми також констатуємо, що в переважній більшості наявних тестів для студентів не враховано взаємозв'язок шкільної та університетської програм. Дуже важливо, щоб під час навчання майбутніх учителів математики постійно здійснювали перехід від університетського курсу до шкільного й навпаки. З урахуванням викладеного вище є необхідність удосконалити методику контролю знань з математики студентів вищої школи, зокрема майбутніх учителів математики.

Ми згодні з тим, що в сучасних умовах найоптимальнішим буде створення системи тестування, яка „...має бути технологічно пов'язана з єдиною системою атестації випускників та професійної сертифікації фахівців” [2]. Тобто, крім власне контролюючої функції, вона повинна бути інструментом здійснення системності в підготовці фахівців. У цьому аспекті тестування має кілька переваг перед традиційними формами контролю. До них належать:

1) більш висока, ніж в традиційних методах, об'єктивність контролю;

2) більш диференційована оцінка за результатами тесту;

3) полегшення виконання принципів (вимог) контролю (тобто плановірності, систематичності, економності, системності, доступності, об'єктивності та гласності [3]) одночасно для доволі великої кількості студентів.

У разі використання комп'ютерних технологій ці переваги можна доповнити ще такими:

4) можливість створення великої кількості тестів однакової спрямованості;

5) перспектива злиття тексту та малюнку, що має особливе значення для вивчення математики;

6) використання теоретичної бази, яка постає як підказка;

7) автоматизація ланцюга „контроль – перевірка – оцінка – облік”;

8) керування проходженням тесту (наприклад, повернення до попереднього рівня);

9) створення ігрової ситуації та ін.

Комп'ютерне проведення системи тестування дозволяє спростити підведення підсумків діяльності кожного студента. До того ж, стає можливим подати наочно (наприклад, у формі діаграми) рейтингові результати загалом по групі та кожного студента окремо. Такий підхід дає можливість окреслити оцінку студента як критерій його росту, дозволяє йому побачити визнання плодів своєї діяльності з позиції стороннього спостерігача, таким чином, його оцінка служить для аналізу своїх досягнень і демонструє динаміку.

Створення системи тестів – це складний творчий процес, результатом чого повинен бути продукт, доведений до рівня інструменту, який можна використовувати на всіх етапах навчання й за допомогою якого перевіряти відповідність майбутніх учителів математики еталонним вимогам освітньо-кваліфікаційної характеристики.

У цій роботі на прикладі аналітичної геометрії, зважаючи на визначення тесту як „... системи завдань специфічної форми, певного змісту, посиленої складності, які дозво-

ляють якісно оцінювати структуру та вимірювати рівень знань, умінь та навичок” [4, 15], ми пропонуємо таку тестову структуру, яка дозволяє якісно оцінювати готовність майбутніх учителів математики до роботи в школі. Загальновідомо, що тести відрізняються за видами (закритого типу, відкритого типу, на відповідність, на правильну послідовність [4]) і за рівнем їхньої складності. Ми у своїх розробках спиралися на обидві відмінності.

Для того щоб запропонована структура тестів сприяла об'єктивності контролю навчальних досягнень студента та підтримувала спадкоємність шкільної та вузівської освіти, ми виокремили такі рівні складності:

1) рівень елементарних понять, пропонуваних у класичних термінах;

2) рівень елементарних понять, поданих у „нових” термінах;

3) базовий рівень ВНЗ;

4) високий рівень.

Перші два рівні визначені знаннями шкільного курсу геометрії, третій й четвертий – стандартизована програма вищої школи. Залежно від ступеня проходження рівнів ми можемо зробити висновок не тільки про опанування матеріалом, але й про готовність майбутнього вчителя викладати цей матеріал у школі. Не слід забувати, що подібна градація все-таки умовна й залежить від конкретного завдання.

Завдання першого – третього рівнів побудовані за допомогою питань закритого виду, на відповідність та на правильну послідовність. Для задач четвертого рівня можливі також завдання відкритого виду, що перевіряє безпосередньо викладач.

Практичну реалізацію цієї структури можна здійснити різними шляхами. Відокремимо деякі з них.

*1. Комплексне використання властивостей одного і того ж поняття, яке вивчають на різних етапах навчання.*

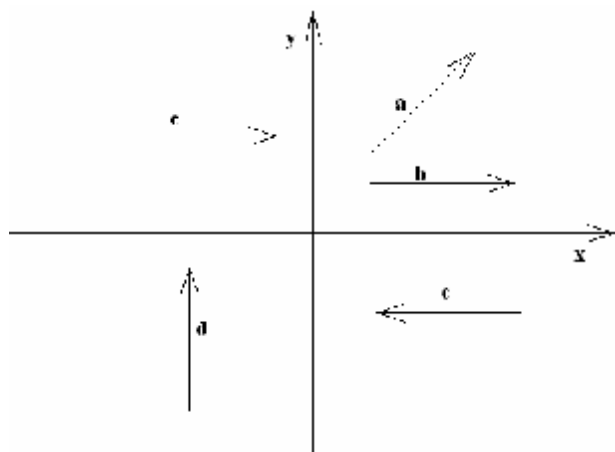
Так, поняття вектора вперше введене в середній школі, там же вивчають найпростіші його властивості. Це поняття трапляється також і в курсі аналітичної геометрії, але на більш

високому рівні, тому доцільно провести його через усі чотири рівні тестів.

Наприклад:

### Перший рівень

Які з векторів на мал. 1 паралельні?



Мал. 1

- а) a, b;
- б) b, c;
- в) b, e;
- г) d, e;

### Другий рівень

Чому дорівнює значення виразу  $a-2b-3c$ , якщо  $a = \{-1; 2; 3\}$ ,  $b = \{3; 2; 6\}$ ,  $c = \{0; 2; 3\}$ ?

- а)  $\{-7; -8; -18\}$ ;
- б)  $\{-14; -13; -13\}$ ;
- в)  $\{5; 12; 24\}$ ;
- г) інша відповідь.

### Третій рівень

Знайти висоту паралелепіпеду  $ABCD A' B' C' D'$ , основою якого є паралелограм  $ABCD$ , якщо  $\overline{AB} \in a = (-1; 3; 4)$ ,  $\overline{AD} \in b = (5; 0; 1)$  та  $\overline{AA'} \in c = (2; -1; -4)$

- а)  $\sqrt{3}$ ;
- б) 45;
- в)  $15\sqrt{3}$ ;
- г) інша відповідь.

### Четвертий рівень

Довести, що центри ваги чотирьох граней тетраедру є вершинами тетраедру, який гомотетичний даному.

2. Різні підходи до формулювання задачі,

які б характеризували поняття з різних боків.

Це такі формулювання задач, коли одне й те саме поняття подане в різних контекстах, взаємозв'язках з іншими поняттями. Наприклад, поняття напрямного вектору можна представити таким чином:

1) Пряма на площині може бути однозначно задана за допомогою:

- а) напрямного вектора;
- б) двох некопланарних векторів;
- в) точки та напрямного вектора;
- г) точки та двох некопланарних векторів.

2) Скільки напрямних векторів може мати пряма?

- а) тільки один;
- б) тільки два;
- в) тільки три;
- г) тільки чотири;
- д) нескінченну множину.

3) Як спрямовано напрямний вектор відносно прямої?

- а) під кутом  $90^\circ$ ;
- б) під довільним кутом;
- в) паралельно прямій.

4) Чи може напрямний вектор належати прямій?

- а) так;
- б) ні.

Такий підхід дозволяє оцінити глибину реального розуміння понять студента з тієї або тієї теми, його вміння відповідати на прості, на перший погляд, питання. Це водночас готує його й до того, як відповідати на багато однотипних, але фундаментальних питань, і до того, як можна їх запропонувати вже своїм учням.

3. Використання малюнку для формулювання задачі.

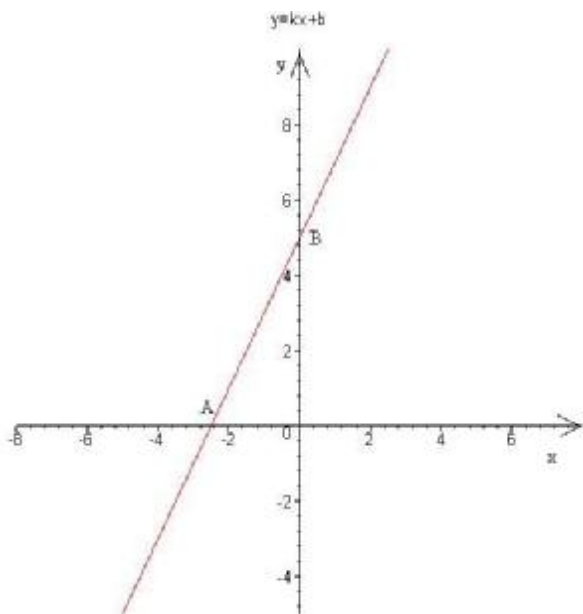
Безумовно, завдання з математики, а особливо з геометрії, повинні якнайширше використовувати можливості їхнього графічного представлення, що дозволяє розвивати просторове уявлення студента, установлювати взаємозв'язок між поняттями та їхньою графічною інтерпретацією. Для цього важливо, що за допомогою графічного подання ми маємо можливість впливати на рівень складності. Наприклад, для 1 – 2 рівнів задачу на рівнян-

Д  
И  
Д  
А  
К  
Т  
И  
К  
А

ня прямої з кутовим коефіцієнтом можна по-  
дати таким чином:

1) Рівняння прямої має вигляд  $y = kx + b$ .

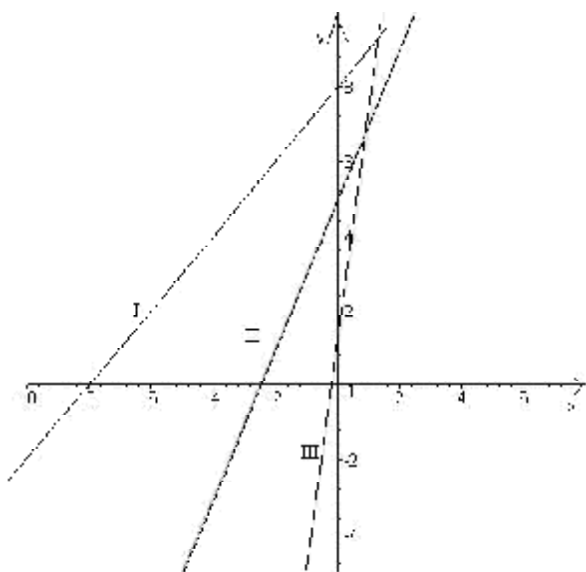
Який відрізок на мал. 2 відповідає значенню  
параметра  $b$ ?



Мал. 2

- а) АО; б) ОВ; в) АВ.

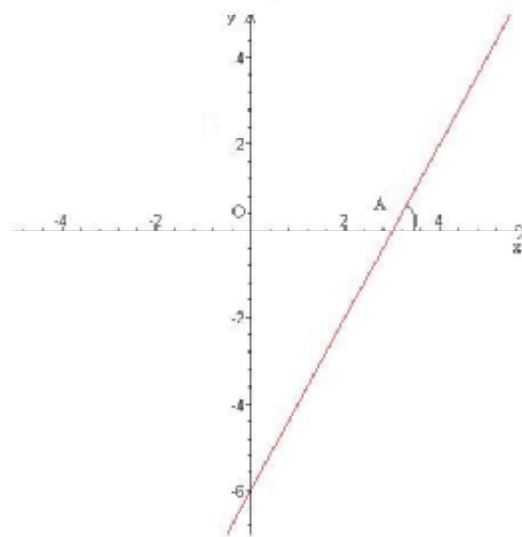
2) Яка з прямих на мал. 3 має найбільше  
значення кутового коефіцієнта  $k$ ?



Мал. 3

- а) I; б) II; в) III.

3) Чому дорівнює  $\operatorname{tg} \angle A$  прямої, зображе-  
ної на мал. 4?

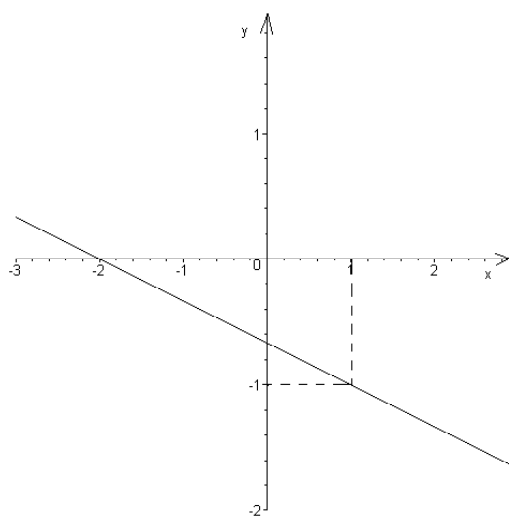


Мал. 4

- а) 2; б) 3; в) -6;  
г) 0,5; д) -0,5; е) -2.

Більш ускладнена задача на рівняння пря-  
мої з кутовим коефіцієнтом, але вже для тре-  
тього рівня.

Які із запропонованих сукупностей точок  
усі рівновіддалені від прямих  $l_1, l_2$ , якщо куто-  
вий коефіцієнт прямої  $l_1$  дорівнює 3, та відо-  
мо, що вона проходить через точку  $(0;1)$ , а  
пряма  $l_2$  зображена на мал. 5:



Мал. 5

а)  $\left(\frac{1}{2}; 0\right); \left(-\frac{3}{4}; 0\right);$

б)  $\left(-\frac{1}{2}; 0\right); \left(-\frac{3}{4}; 0\right);$

в)  $\left(\frac{1}{2}; 0\right); \left(\frac{3}{4}; 0\right);$

г) інша відповідь.

4. *Варіації відповідей тестування*

Крім того, одна й та сама задача може бути представлена в різних типах, що буде впливати на рівень її складності. Також на рівень складності буде впливати запис відповіді, наприклад, для такої задачі

1) Якій поверхні відповідає рівняння

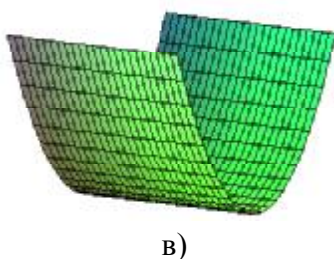
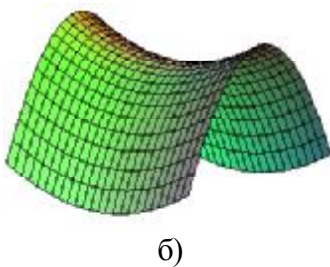
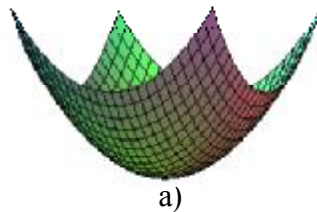
$$z = \frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2q} ?$$

а) еліптичний параболоїд;

б) гіперболічний параболоїд;

в) параболічний циліндр.

можна дати відповідь у формі:



Це дає змогу якісно перейти з другого рівня на третій, водночас забезпечивши поглиблену перевірку знань.

Отже, використання рівневої структури складності, на нашу думку, дає можливість проводити перевірку математичних знань, починаючи з курсу середньої школи, що набуває особливого значення під час підготовки майбутніх учителів. Це дає можливість установити тісний взаємозв'язок між математикою вищої та середньої школи. Майбутній учитель повинен сам навчитися математичній культурі, щоб потім прищепити її своїм учням. Для цього він має досягнути рівень розуміння математики, завдяки якому він зможе бачити математику середньої школи як складник фундаментальної математики. „Суккупність певних світоглядних, професійно значущих властивостей та характеристик випускника вищого навчального закладу...” [2] є метою його навчання, що й становитиме подальші перспективи наших досліджень.



**Література**

1. **Чернилевский Д. В.** Дидактические технологии в высшей школе : учеб. пособие для вузов / Д. В. Чернилевский. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2002.

2. **Вища освіта в Україні** : навч. посіб. / В. Г. Кремень, С. М. Ніколаєнко, М. Ф. Степко та ін. – К. : Знання, 2005.

3. **Вітвицька С. С.** Основи педагогіки вищої школи / С. С. Вітвицька. – К. : Центр навч. л-ри, 2003.

4. **Аванесов В. С.** Основы научной организации педагогического контроль в высшей школе / В. С. Аванесов. – М. : Изд-во МИ-СиС, 1989.

\*\*\*

**Димарський Я. М., Кривко Я. П. Тестування з аналітичної геометрії та шляхи його практичної реалізації**

Статтю присвячено принципам формування тестів з геометрії для студентів фізикоматематичних педагогічних спеціальностей. Узагальнено переваги тестових завдань порівняно з класичними завданнями. Обґрун-

товано необхідність створення тестів, максимально наближених до зовнішнього незалежного оцінювання. Запропоновано чотири рівні складності створених тестів з геометрії: 1) рівень елементарних понять, запропонованих у класичних термінах, 2) рівень елементарних понять, поданих у „нових” термінах, 3) базовий рівень вища, 4) високий рівень. Перші два рівні визначаються знаннями шкільного курсу з геометрії, третій й четвертий – стандартизованою програмою вищої школи. Завдання першого – третього рівнів побудовані за допомогою запитань закритого виду, на відповідність та на правильну послідовність. Для задач четвертого рівня можливі також завдання відкритого виду, що перевіряє безпосередньо викладач.

*Ключові слова:* тести, контроль навчальних досягнень, математична освіта, рівні складності тестів, зовнішнє незалежне тестування, аналітична геометрія.

#### **Димарский Я. М., Кривко Я. П. Тестирование по аналитической геометрии и пути его практической реализации**

Статья посвящена принципам формирования тестов по геометрии для студентов физико-математических педагогических специальностей. Обобщены преимущества тестовых заданий по сравнению с классическими задачами. Обоснована необходимость создания тестов, максимально приближенных к внешнему независимому оцениванию. Предложены четыре уровня сложности создаваемых тестов по геометрии: 1) уровень элементарных понятий, предлагаемых в классических терминах; 2) уровень элементарных понятий, представленных в «новых» терминах; 3) базовый уровень вуза; 4) высокий уровень. Первые два уровня определяются знаниями школьного курса геометрии, третий и четвертый – стандартизированной программой высшей школы. Задачи первого – третьего уровней строятся с помощью вопросов закрытого типа, на соответствие и на правильную последовательность. Для задач четвертого уровня возможны также задания открытого вида, которые проверяются непосредственно преподавателем.

*Ключевые слова:* тесты, контроль учебных достижений, математическое образование,

уровни сложности тестов, внешнее независимое тестирование, аналитическая геометрия.

#### **Dymars'ky Ya. M., Kryvko Ya. P. Analytical Geometry Testing and the Ways of its Practical Implementation**

The paper discusses principles of organization of tests in geometry for students specializing in physico-mathematical and pedagogical specialties. The advantages of the tests problems over the classical problems have been summarized. The need to establish tests similar, to the extent possible, to the tests offered at the External Independent Assessment has been demonstrated. The following four levels of complexity are suggested for the tests in geometry being developed: 1) level of the elementary concepts presented in classic terms; 2) level of elementary concepts presented in “new” terms; 3) base level of the higher education institution; 4) high level.

Particular issues associated with each level have been described and common and specific features have been outlined. The first two levels are defined by the knowledge of school geometry course, the third and the fourth – by the standardized program of higher education. Depending on the degree of progress through the levels, it is possible to draw a conclusion not only about acquisition of the educational material, but about readiness of future teachers to teach this material at school as well. It should be remembered that the above ranking is rather conditional and depends on the specific problem.

The problems of the first – third levels are prepared using close-ended (multiple-choice) questions, *matching and correct sequence* questions. The open-ended questions, to be checked directly by the teacher, can be used at the fourth level.

The work presents specific test items from the following units of the course on analytical geometry: „Vectors”, „Straight line”, „Plane”, „Second degree surfaces”.

*Key words:* tests, monitoring of learning achievements, mathematical education, levels of complexity of the tests, External Independent Assessment, analytical geometry.

*Стаття надійшла до редакції 27.02.2013 р.*

*Прийнято до друку 26.04.2013 р.*