

УДК 539.4

## ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДУ ДОКРИТИЧНОГО РОСТУ ВНУТРІШНЬОЇ ТРІЩИНИ В ГОЛОВЦІ РЕЙКИ ПІД ЕКСПЛУАТАЦІЙНИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ

С. В. ХИЛЬ<sup>1</sup>, Д. В. РУДАВСЬКИЙ<sup>2</sup>, Ю. І. КАНЮК<sup>2</sup>, Н. Б. САС<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Львівський національний університет ім. Івана Франка;

<sup>2</sup> Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Подано розрахункову модель навантаження залізничної рейки під час її роботи в експлуатаційному режимі. Проаналізовано основні типи тріщиноподібних дефектів, що виникають у головках залізничних рейок. За енергетичним підходом механіки руйнування побудовано математичну модель для визначення періоду докритичного росту нормальної тріщини в головці рейки. Отримані результати теоретичних обчислень добре узгоджуються зі середньостатистичними напівнатурних досліджень.

**Ключові слова:** головка рейки, втомна тріщина, енергія деформування, коефіцієнт інтенсивності напружень, блочне навантаження.

Втомне руйнування конструкційних матеріалів під час контакту кочення – досить часте явище в інженерній практиці, яке виникає під час експлуатації технічної пари колесо–рейка, а також у таких вузлах машин, як кулькові та роликові підшипники, валки вальцювальних станів, зубчасті зчеплення тощо.

Тому важлива розрахункова оцінка довговічності залізничних рейок із внутрішніми тріщинами. Відомі підходи до розв’язку цієї задачі [1–7] не враховують всі чинники експлуатаційних навантажень рейок і не дають надійних результатів, які би забезпечили прогноз їх залишкового ресурсу.

Раніше проаналізовано і зроблено деякі висновки на основі експериментальних досліджень [1–3, 7] про механізми утворення і поширення тріщин у рейках і колесах вагонів під час їх експлуатації. У розрахунках [4–6] використовували двовимірну модель втомного руйнування тіл кочення, а також вивчали розвиток крайової втомної макротріщини у веденому тілі пари кочення в умовах сухого тертя і зволоження, коли навантаження кочення змодельоване однонапрямленим циклічним переміщенням герцівських контактних зусиль. Під час досліджень припускали, що тріщини розвиваються за механізмом відриву.

Спробуємо адаптувати відомий енергетичний підхід [8–10] для визначення періоду докритичного росту тріщин у головках залізничних рейок з урахуванням головних експлуатаційних чинників їх навантаження.

**Розрахункова модель навантаження залізничної рейки.** Напружений стан в елементах залізничних шляхів з достатньою для практики точністю можна визначити, розглядаючи рейку як балку безмежної довжини, що лежить на пружній основі [1]. У цьому випадку розподіл згинального моменту  $M$  і перерізальної сили  $Q$  по довжині рейки за дії зосередженої сили  $P$  описують такі залежності (додатне значення моменту відповідає напруженням розтягу в головці рейки):

$$M = (P/4k)e^{-kx}(\sin kx - \cos kx), \quad Q = (P/2)e^{-kx} \cos kx, \quad (1)$$

де  $k$  – коефіцієнт динамічної жорсткості рейкової основи,  $k = \sqrt{U/4EI}$ ,  $I$  – момент інерції поперечного перерізу до горизонтальної осі;  $x$  – відстань від розрахункового перерізу до точки прикладання сили.

Епюри перерізальної сили та згинального моменту знакозмінні і під час руху коліс вагона їх значення циклічно змінюються в часі. Отже, рейки руйнуються за складного напруженого стану, викликаного нормальними і дотичними напруженнями. Проте в перерізах, де розтягальні напруження в головці рейки досягають максимуму, перерізальна сила дорівнює нулю і умови навантаження рейки відповідають чистому згину. З іншого боку, таке циклічне навантаження відбувається також під дією різних квазістатичних сил (температурні та залишкові напруження, поздовжні та бокові зусилля тощо), які суттєво впливають на загальний рівень напружень, підвищуючи відчутніше сумарні нормальні. Це дає основу припускати, що основним силовим чинником, що визначає довговічність залізничних рейок в умовах експлуатації, є нормальні напруження, а домінуючим механізмом розвитку макротріщин – нормальний відрив.

Зусилля, що діють у рейці, швидко зменшуються із віддаленням від точки прикладання сили і близькі до нуля, якщо  $kx > \pi$ . Оскільки жорсткість шляху достатньо висока ( $k \approx 0,9 \dots 2 \text{ м}^{-1}$ ), у практичних розрахунках можна не враховувати взаємовплив коліс, віддалених більш ніж на 4 м, і обмежитись розглядом лише найближче розміщених колісних візків сусідніх вагонів (рис. 1). При цьому для визначення згинального моменту отримали співвідношення

$$M(x) = \sum_i \frac{P_i}{4k} \eta(k|x - x_i|), \quad \eta(\xi) = e^{-\xi} (\sin \xi - \cos \xi), \quad (2)$$

де  $P_i$ ,  $x_i$  – значення і координата точки прикладання сили, що відповідають  $i$ -му колесу.

Навантаження і особливості динаміки для кожного екіпажу різні, проте за багатоциклових навантажень, оцінюючи довговічність рейок, можна вважати, що навантаження на колесо є постійним (усередненим для заданих умов експлуатації шляху):

$$P = k_D \frac{P_0}{2}, \quad (3)$$

де  $P_0$  – середнє осьове навантаження;  $k_D$  – усереднене значення коефіцієнта динаміки для заданих умов експлуатації шляху.

**Утворення тріщин у рейці.** За результатами спостереження і висновками детальних досліджень [7] експлуатації залізничних рейок можна визначити три класи тріщин (за міжнародною номенклатурою), що виникають на поверхні їх головок:

– ті, що з’являються за кілька міліметрів під поверхнею і розвиваються паралельно до неї – т.зв. тріщини типу “schelling”;

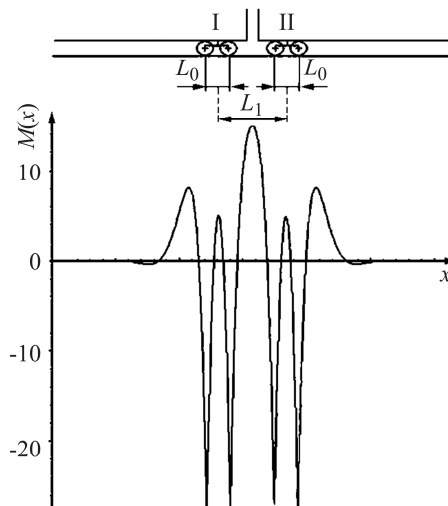


Рис. 1. Розподіл згинального моменту по довжині залізничної рейки: I – вагон А; II – вагон В.

Fig. 1. Bending moment distribution along rail length: I – wagon A; II – wagon B.

– дрібні паралельні подряпини, що густо розміщені на верхніх і бічних поверхнях головок – т.зв. тріщини типу “head-checking”; вони з’являються на дугових коліях у результаті ковзання і дії сильних контактних сил, які викликають значні пластичні деформації матеріалу;

– тріщини, які зароджуються в тонкому поверхневому шарі і поширюються під малим кутом до поверхні – т.зв. тріщини типу “squat” або “нора”.

Перший і другий класи тріщин добре вивчені, а третій тільки почали досліджувати через часту їх появу. Вони стали проблемою на лініях із високою швидкістю руху пасажирських поїздів і викликані нерівностями на поверхні головки рейки внаслідок динамічних перенавантажень за збільшення швидкості руху потягів.

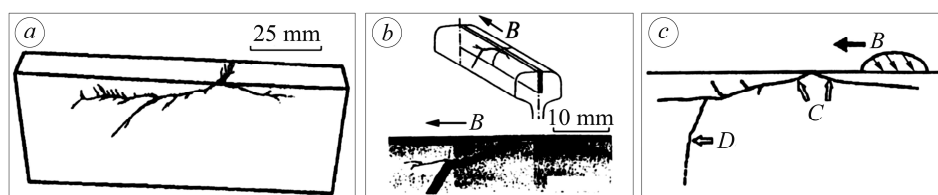


Рис. 2. Тріщиноподібний дефект типу “нора” в рейці: *a* – його переріз; *b* – вигляд після дії  $1,5 \cdot 10^{11}$  кг вантажу; *c* – можливий механізм розвитку; *B* – напрям руху; *C* – ріст тріщини зсувом; *D* – можливі причини росту тріщини в глибину рейки (згин, сила тертя, температурні напруження, залишкові напруження, гідравлічний ефект).

Fig. 2. A crack-like defect of “squat” type in the rail: *a* – its cross section; *b* – its view after  $1,5 \cdot 10^{11}$  kg of weight transportation; *c* – probable mechanism of propagation; *B* – motion direction; *C* – shear crack growth; *D* – probable reasons of crack growth into the rail depth (bending, friction, thermal stresses, residual stresses, hydraulic action).

Дефект типу “нора” (рис. 2*a, b*) – один із найпоширеніших у залізничних рейках [4]. Встановлено, що на поверхні веденого елемента пари кочення утворюються макротріщини, які спочатку розвиваються за механізмом поперечного зсуву під гострим кутом до поверхні кочення не тільки у напрямі руху навантаження, але й у протилежному (рис. 2). Розвиток лівої гілки дефекту, тобто у напрямі руху контртіла, на відміну від правої, супроводжується відгалуженням як до поверхні тіла, так і від неї. І через деякий час вона розпадається на дві магістральні тріщини, одна з яких поширюється вздовж поверхні тіла, друга завертає в глибину рейки. Механізм розвитку такого дефекту розкритий недостатньо, особливо за відгалуження в глибину матеріалу (див. рис. 2*c*).

**Математична модель для визначення періоду докритичного росту нормальної тріщини в головці рейки.** Проаналізуємо ріст втомної тріщини, яка розміщена в поперечному перерізі головки рейки (рис. 3). Під час експериментальних досліджень встановили [1], що такі дефекти, розвиваючись, переважно повторюють форму головки. Тому припустимо, що контур тріщини – овал четвертого степеня

$$(x/a)^4 + (y/b)^4 = 1, \quad (4)$$

півосі якого пов’язані співвідношеннями

$$b(N) = b_0 \varepsilon(N), \quad a(N) = b(N)(1 + (\lambda - 1)\varepsilon(N)), \quad (5)$$

де  $\lambda = a_0/b_0$ ;  $2a_0, 2b_0$  – ширина і висота головки рейки.

Знайдемо розподіл нормальних напружень у головці рейки за заданих умов навантаження:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad (6)$$

де  $\sigma_1, \sigma_2$  – нормальні напруження, що виникають у головці під дією згинального моменту  $M(x)$  та за контактної взаємодії колеса і рейки (задача Герца);  $\sigma_3$  – нормальні залишкові напруження, які з’являються під час виготовлення рейок.

Напруження  $\sigma_1$  у точці  $A$  в головці рейки визначають за формулою [3]

$$\sigma_1 = \frac{M}{I} H, \quad (7)$$

де  $I$  – момент інерції рейки;  $H$  – відстань від центральної осі до центра тріщини, а напруження

$$\sigma_2(x) = G \sqrt{l^2 - x^2} / R(1 - \mu), \quad (8)$$

де  $l = \sqrt{\frac{2PR(1 - \mu)}{\pi G}}$ ;  $G$  – модуль зсуву;  $\mu$  – коефіцієнт

Пуассона;  $R$  – радіус колеса;  $P$  – навантаження на колесо, розподілене по товщині головки рейки (рис. 4) [8].

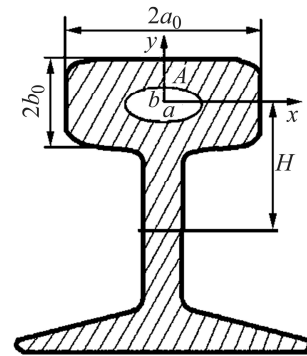


Рис. 3. Поперечний переріз рейки з тріщиною.

Fig. 3. Cross section of the cracked rail.

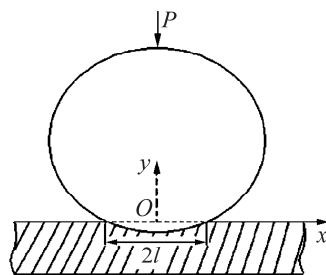


Рис. 4. Fig. 4.

Рис. 4. Тиск колеса на рейку.

Fig. 4. Wheel pressure on the rail.

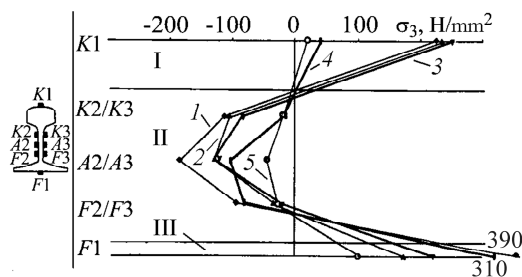


Рис. 5. Fig. 5.

Рис. 5. Розподіл залишкових напружень для різних типів сталей [7]:

I – у головці рейки; II – у шийці; III – у підшві;  
1 – сталі 90; 2 – 70; 3 – 110Cr; 4 – 120; 5 – 110.

Fig. 5. Residual stresses distribution for various steel types [7]:

I – in the rail head; II – in the rail web; III – in the rail foot.  
1 – 90 steels; 2 – 70; 3 – 110Cr; 4 – 120; 5 – 110.

Розподіл нормальних залишкових напружень за результатами праць [7] для різних типів сталей зображено на рис. 5. За формулою (6) для рейок типу Р65 (ГОСТ 8161-75,  $a_0 = 37$  mm,  $b_0 = 21$  mm,  $H = 78,3$  mm) отримуємо розподіл нормальних напружень у головці в точці  $A$  (див. рис. 3) для одного блока навантаження (рис. 6).

Згідно зі зробленими припущеннями, розміри тріщини в довільний момент часу повністю визначає функція  $\epsilon(N)$ . Необхідно визначити таку кількість циклів навантаження  $N^*$ , за яких тріщина підросте із деякого початкового ( $\epsilon = \epsilon_0$ ) до критичного ( $\epsilon = \epsilon_k$ ) розміру. Щоб розв’язати цю задачу, вважаємо ріст тріщини наближено неперервним. Запишемо енергетичний баланс її росту для кожного моменту часу  $t$  у вигляді [9]

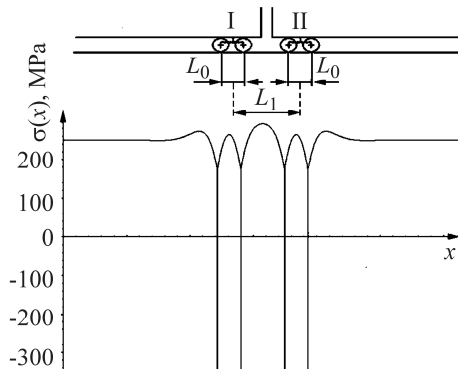


Рис. 6. Розподіл нормальних напружень:  
I – вагон A; II – вагон B.

Fig. 6. Normal stresses distribution:  
I – wagon A; II – wagon B.

за постійної площі тріщини і залежить тільки від часу  $t$ ;  $\Gamma$  – енергія руйнування тіла, яка залежить лише від площі тріщини. Оскільки виконується умова балансу енергії, то виконуватиметься і умова балансу швидкостей зміни енергій [10]:

$$\partial \left[ \Gamma - (A - W_s - W_p^{(1)}) \right] / \partial S \cdot dS / dt - \partial (A - W_s - W_p^{(2)} + W_p^{(3)}) / \partial t = 0. \quad (10)$$

На основі аналізу складових рівняння (10) і після диференціювання їх з урахуванням залежностей від розмірів  $S$  і  $t$ , аналогічно, як і в праці [10], для визначення швидкості поширення тріщини  $V = dS/dt$  отримаємо:

$$dS / dt = W_C^{(0)} / (\gamma - \gamma_s). \quad (11)$$

Тут  $\gamma$  – густина енергії руйнування матеріалу;  $\gamma_s$  – густина потенціальної енергії в зоні передруйнування за максимуму напружень;  $W_C^{(0)}$  – зміна енергії  $W_p^{(3)}$  за одиницю часу.

Так як в нашому випадку сумарне навантаження розглядаємо як блочне з періодом блока  $T$  (рис. 6), то, помноживши швидкість (11) на  $T$ , визначимо швидкість росту тріщини за цього навантаження:

$$dS / dN = W_C / (\gamma - \gamma_s), \quad (12)$$

де  $N$  – кількість циклів навантаження;  $W_C$  – зміна енергії  $W_p^{(3)}$  за один блок навантаження. Рівняння (12) разом з початковими

$$t / T = N = 0, \quad S(0) = S_0 \quad (13)$$

і кінцевими умовами

$$t_* / T = N = N_*, \quad S(N_*) = S_* \quad (14)$$

складає розрахункову модель для визначення залишкового ресурсу елемента конструкції (часу  $t_* = N_* T$ ), з досягненням якого площа тріщини досягне критичних розмірів  $S_*$  і тіло зруйнується.

Запишемо рівняння для знаходження енергії деформування тіла за блочного навантаження:

$$W_C = W_{C^2}^{(1)}, \quad (15)$$

де  $W_{C^2}^{(1)}$  – дисипація енергій пластичних деформацій у зоні передруйнування за один цикл навантаження.

Використовуючи результати праць [10, 11], одержимо:

$$\begin{aligned}\gamma_s &= \frac{\varepsilon_{fC}}{\delta_{fC} \Delta S} \int_L \int_0^{l_s} \sigma_t \delta_{\max}(\xi, x) dx d\xi; \\ \gamma &= 0,75 \sigma_t \varepsilon_{fC}; \quad \Delta S = \int_L l_s(\xi) d\xi; \\ W_{C^2}^{(1)} &= \frac{\varepsilon_{fC}}{\delta_{fC}} \int_0^{l_c} \int_L \sigma_t [\delta_{\max}(\xi, x) - \delta_{\min}(\xi, x)] dx d\xi,\end{aligned}\quad (16)$$

де  $\Delta S$  – площа зони передруйнування біля контуру тріщини;  $\delta_{\max}$ ,  $\delta_{\min}$  – максимальне і мінімальне розкриття модельного розрізу вздовж зони передруйнування;  $\delta_{fC}$  – його критичне значення, що відповідає критичній деформації  $\varepsilon_{fC}$  за циклічного навантаження;  $d\xi$  – зміна довжини дуги вздовж контуру тріщини  $L$ ;  $l_f$ ,  $l_s$  – ширина циклічної і статичної зон передруйнування;  $l_c$  – критичне значення  $l_s$ ;  $\sigma_t$  – усереднене значення розтягальних напружень у зоні передруйнування біля контуру тріщини

$$\sigma_t = \sigma_{0,2} + A_0 \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} \right)^n.$$

Тут  $A_0 = \sigma_s - \sigma_{0,2}$ ,  $\sigma_s$ ,  $\sigma_{0,2}$  – відповідно границі міцності і плинності матеріалу тіла;  $n$  – коефіцієнт деформаційного зміцнення, приймаємо, що  $n \approx 1$ ;  $\varepsilon_c$  – граничне значення деформації  $\varepsilon_1$ .

Відомо [10, 11], що  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{fC}} = \frac{\delta}{\delta_{fC}} = \frac{K_{I\max}^2}{K_{fC}^2}$ . Тоді

$$\sigma_t = \sigma_{0,2} + (\sigma_s - \sigma_{0,2}) \frac{K_{I\max}^2}{K_{fC}^2}.$$

Використовуючи відомі результати [12] і подаючи величини  $\delta_{\max}(\xi, x)$ ,  $\delta_{\min}(\xi, x)$  через коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН)  $K_{I\max}(\xi, x)$ ,  $K_{I\min}(\xi, x)$ , співвідношення (12) із урахуванням (16) і (5) запишемо у вигляді

$$\frac{d\varepsilon}{dN} = \frac{\alpha_0}{4Eb_0\sigma_t} \left( \frac{\sum_{i=1}^{m_1} [(K_{I\max}^{(i)} - K_{I\min}^{(i)})^4 - K_{th}^4]}{K_{fC}^2 - K_{I\max}^{(2)}} \right).\quad (17)$$

Тут  $K_{I\max}(\xi, 0)$ ,  $K_{I\min}(\xi, 0)$  – мінімальне і максимальне значення  $K_I$ ;  $K_{th}$  – нижнє порогове значення  $K_I$ ;  $m_1$  – кількість циклів навантаження в блоці;  $E$  – модуль Юнга;  $\alpha_0$  – коефіцієнт перерахунку статичного значення дисипації енергії пластичних деформацій у зоні передруйнування в циклічне [10, 11], яке знаходять з експерименту.

Рівняння (17) із початковими

$$N = 0, \quad \varepsilon(0) = \varepsilon_0 \quad (18)$$

та кінцевими

$$N = N_*, \quad \varepsilon(N_*) = \varepsilon_k \quad (19)$$

умовами повністю описує кінетику росту втомної макротріщини за блочного навантаження. Максимальне значення КІН тут досягається в точці  $A$  ( $x = 0, y = b$ ) [12] і

$$K_I = \sigma \sqrt{b_0} f(\epsilon), \quad (20)$$

де нормальні напруження визначає формула (6);

$$f(\epsilon) = 1,18\sqrt{\epsilon} \left\{ 0,32 + (0,68/\sqrt{1-\epsilon}) \right\}^2 \left\{ 1 + 0,66(\epsilon/1-\epsilon) \right\}^{-1/2}.$$

Довговічність залізничних рейок переважно подають у масі вантажу (тоннажі), пропущеного через цю частину шляху:

$$T_* = (P_0 / g) m N_*, \quad (21)$$

де  $g$  – прискорення земного тяжіння;  $m$  – кількість колісних осей у вагоні.

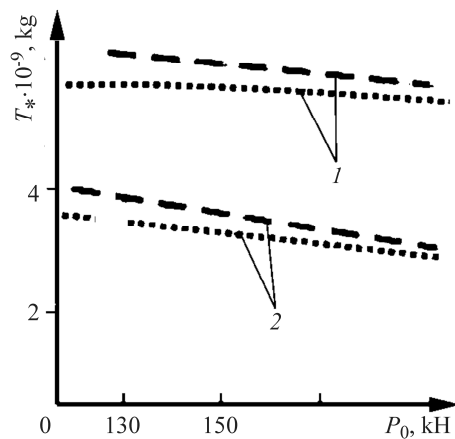


Рис. 7. Теоретичні (точкові лінії) і експериментальні (штрихові) залежності живучості рейок від осевого навантаження: 1 – 40...50 km/h; 2 – 70...80.

Fig. 7. Theoretical (pointed lines) and experimental (dashed lines) rail lifetime dependences on axle loading: 1 – 40...50 km/h; 2 – 70...80.

во время работы в эксплуатационном режиме. Проанализированы основные типы трещиноподобных дефектов, возникающих в головках железнодорожных рельсов при их эксплуатации. С помощью энергетического подхода механики разрушения построена математическая модель для определения периода докритического роста нормальной трещины в головке рельса. Полученные результаты теоретических расчетов хорошо согласуются со среднестатистическими полунатурных исследований.

**SUMMARY.** The calculation model of rail loading in operation condition has been considered. Basic types of crack-like defects that appear in the rail head during exploitation have been analyzed. The mathematical model for subcritical period determination of normal crack growth in the rail head has been built basing on energetic approach of fracture mechanics. The obtained calculations showed good agreement in comparison with average data of scaled-down rail investigation.

1. Шур Е. А. Повреждения рельсов. – М.: Транспорт, 1971. – 108 с.
2. Андрейкив А. Е., Шур Е. А., Дарчук А. И. Прогнозирование живучести железнодорожных рельсов в условиях эксплуатации // Физ.-хим. механика материалов. – 1988. – 24, № 2. – С. 88–91.

### Порівняння розрахунку з даними ресурсних випробувань.

Для рейок типу Р65 константи в рівнянні (17) такі:  $\sigma_s = 1180 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{0,2} = 900 \text{ МПа}$ ,  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $K_{th} = 3 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ ,  $K_{fC} = 35 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ ,  $\alpha_0 \approx 3 \cdot 10^{-4}$ .

Початковий розмір тріщини вважаємо таким, щоб площа дефекту складала 20% від площі поперечного перерізу головки (що відповідає  $\epsilon_0 = 0,56$ ). З іншого боку, як критичний слід вважати мінімальний розмір тріщини, за якого можливе руйнування рейки. Згідно з відомими експериментальними даними [13], такий розмір складає 30% від площі головки.

Як бачимо (рис. 7), результати теоретичних обчислень добре узгоджуються зі середньостатистичними напівнатурних досліджень рейок [14].

**РЕЗЮМЕ.** Рассмотрена расчетная модель нагружения железнодорожной рельсы

3. *Андрейкив А. Е., Дарчук А. И.* Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – К.: Наук. думка, 1992. – 184 с.
4. *Панасюк В. В., Дацyshyn О. П., Марченко Г. П.* Про ріст тріщини в тілах кочення за умов сухого тертя та зволоження // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2001. – **37**, № 1. – С. 7–16.  
(*Panasjuk V. V., Datsyshyn O. P., and Marchenko H. P.* Crack growth in rolling bodies under the conditions of dry friction and wetting // *Materials Science*. – 2001. – **37**, № 1. – P. 1–11.)
5. *Дацyshyn О. П.* Довговічність і руйнування твердих тіл під час їх контактної циклічної взаємодії // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2005. – **41**, № 6. – С. 5–25.  
(*Datsyshyn O. P.* Service life and fracture of solid bodies under the conditions of cyclic contact interaction // *Materials Science*. – 2005. – **41**, № 6. – P. 709–733.)
6. *Bogdanski S., Olzak M. and Stupnicki J.* Numerical stress analysis of rail contact cracks // *Wear*. – 1996. – **191**. – P. 14–24.
7. *Sviderski Z.* Badania jakosci i trwalosci szyn kolejowych // *Problemy Kolejnictwa*. – 1997. – **Z. 25**. – S. 71–102.
8. *Андрейкив А. Е., Сас Н. Б.* Диаграммы предельных напряжений для пластин с трещинами высокотемпературной ползучести // Тез. докл. IV Междунар. симп. по механике разрушения материалов и конструкций. – Польша, 30 мая–2 июня 2007. – С. 15–18.
9. *Андрейкив О., Кім М., Сас Н.* Енергетичні критерії в механіці сповільненого руйнування // Зб. тез доп. 7-го Міжнар. симп. укр. інженерів-механіків у Львові. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, 2005. – С. 4–5.
10. *Шата М., Терлецька З. О.* Енергетичний підхід у механіці втомного поширення мікротріщин // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій. – Львів: Каменяр, 1999. – С. 141–148.
11. *Терлецька З. О.* Оцінка ресурсу елементів конструкцій з поверхневими тріщинами при дії змінних навантажень і корозійних середовищ: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Тернопіль, 2002. – 18 с.
12. *Расчет коэффициентов интенсивности напряжений для внутренней поперечной трещины в головке рельса / А. Е. Андрейкив, Е. А. Шур, И. Н. Панько, А. И. Дарчук, Т. Н. Киселева // Физ.-хим. механика материалов. – 1980. – 16, № 1. – С. 95–98.*  
(*Andreikiv A. E., Shur E. A., Pan'ko I. N., Darchuk A. I., and Kiseleva T. N.* Calculating stress intensity factors for an internal transverse crack in a rail head // *Soviet Materials Science*. – 1980. – **16**, № 1. – P. 85–88.)
13. *Бычкова Н. Я., Киселева Т. Н., Шур Е. А.* Об определении параметра вязкости разрушения  $K_{IC}$  при испытании на усталость // Проблемы прочности. – 1973. – № 5. – С. 111–116.
14. *Мелентьев Л. П., Порошин В. Л., Фадеев С. И.* Содержание и ремонт рельсов. – М.: Транспорт, 1984. – 232 с.

Одержано 11.10.2017