

УДК 621.315.687.2

І.М. Кучерява, докт. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

Електричне поле в кабельних муфтах при різних способах його вирівнювання та за наявності дефектів в елементах

Розглянуто основні способи вирівнювання напруженості електричного поля в кабельних муфтах. Представлено і проаналізовано результати комп'ютерних розрахунків електричного поля в кінцевому обробленні силового кабеля із застосуванням вирівнювальних трубки та конуса, при накладенні на місце зрізу екрана матеріалу з високою діелектричною проникністю. Проведено розрахунки поля для випадків різних форм зрізу екрана кабеля, за наявності дефектів у структурі елементів муфти і на поверхні ізоляції кабеля. Бібл. 15, рис. 8, таблиця.

Ключові слова: кабельні муфти, кінцеве оброблення кабеля, вирівнювання електричного поля, дефекти в ізоляції, форма зрізу екрана, комп'ютерне моделювання.

I.M. Kucheriava

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Peremohy, 56, Kyiv-57, Ukraine

Electric field in cable boxes at various methods of its grading and availability of defects in elements

The main methods for electric intensity grading in cable boxes are examined. The computed results on electric field distribution in power cable termination with stress control tube and stress cone as well as at covering the zone of screen cutting by the material having high permittivity are presented and analyzed. The computations of electric field are carried out for different profiles of screen cutting, the defects in the elements of cable boxes and on cable insulation surface. References 15, figures 8, table.

Key words: cable boxes, cable termination, electric field grading, defects in insulation, profile of screen cutting, computer modeling.

Надійшла 30.07.2015

Received 30.07.2015

УДК 621.3.01

УЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ СРЕДЫ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ТЕПЛОТЫДЕЛЕНИЯ ОТ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ГАРМОНИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

И.С. Петухов, докт. техн. наук
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина
e-mail: igor_petu@mail.ru

Нелинейные свойства среды приводят к искажению синусоидальной формы магнитной индукции, напряженности переменного магнитного поля и вихревых токов в толще ферромагнетика. Известно, что в высоконагруженных магнитных системах содержание высших гармоник в питающем токе и магнитной индукции может достигать значительных величин, которые необходимо учитывать. Для учета несинусоидального характера переменного электромагнитного поля применен метод конечных элементов с представлением временных зависимостей тригонометрическим полиномом. Проведено сравнение численных результатов данного подхода с подходом, использующим метод комплексных амплитуд, реализованный в пакете COMSOL, в котором нелинейность учитывается путем установления соответствия амплитуд эквивалентных синусоид магнитной индукции и напряженности поля. Сравнение результатов проводилось по интегральному и локальному тепловыделению при синусоидальном токе и синусоидальном напряжении, возбуждающих поле. Получены относительные значения погрешностей метода комплексных амплитуд. Библ. 12, рис. 6.

Ключевые слова: ферромагнитная среда, поверхностный эффект, метод конечных элементов, временные гармоники, точность моделирования.

Введение. Анализ переменного магнитного поля в ферромагнитной среде в большинстве случаев связан с учетом нелинейности характеристики намагничивания и искажением вследствие этого временных зависимостей характеристик поля и токов. Если напряжение синусоидально, то высшие временные гармоники появляются в питающем токе, а также в на-

пряженности магнитного поля и при наличии массивного ферромагнетика в магнитной индукции [8]. Строго говоря, в магнитной индукции высшие гармоники появляются всегда, поскольку при несинусоидальном токе из-за падения напряжения на активном сопротивлении ЭДС самоиндукции, а следовательно, и поток будут несинусоидальными. Тем не менее в большинстве исследований временные зависимости полагаются синусоидальными, для решения используется метод комплексных амплитуд [6, 11, 12] и принятые допущения считаются приемлемыми.

Однако в высоконагруженных электрических машинах и аппаратах, а также в ответственных технологических и измерительных устройствах часто приходится предусматривать насыщенный режим магнитопровода для снижения массогабаритных показателей. Такое снижение влечет за собой появление высших гармоник в магнитном поле и токах. Убедительным примером может служить зависимость содержания высших гармоник в намагничивающем токе трансформатора от амплитуды магнитной индукции, которое может достигать 27 % при амплитуде индукции 2 Тл [2].

В настоящее время степень обработки конструкций традиционных электротехнических устройств достигла такого уровня, что улучшение показателей вследствие оптимизации на 10...15 % является труднодостижимым результатом. Примером может служить турбогенератор, где большинство допустимых изменений конструкции или параметров материалов приводит к изменениям показателей или электромагнитных нагрузок в указанных пределах [3]. С другой стороны, если метод анализа имеет погрешность, соизмеримую с улучшением показателей вследствие нахождения "оптимума", считать такой результат корректным не приходится. Поэтому оценка возможного увеличения точности определения потерь, импеданса и гармонического состава питающего тока при моделировании переменного электромагнитного поля в ферромагнитной проводящей среде с учетом его несинусоидального характера представляется важной проблемой, что и является целью этой статьи.

Математическая модель. Будем считать, что частота поля достаточно низка, среда изотропна, неподвижна и электрически нейтральна. Эти допущения позволяют не учитывать токи смещения и электростатическое взаимодействие свободных зарядов с возникающими при этом токами. Для анализа ограничимся также случаем двумерного поля. В двумерном случае первое (закон полного тока) и второе (закон электромагнитной индукции) уравнения Максвелла [1] сводятся к дифференциальному уравнению относительно векторного потенциала, которое имеет вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{f} \operatorname{rot} \mathbf{A} = -\gamma \operatorname{grad} \varphi - \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{J}_w, \quad (1)$$

где φ – скалярный электрический потенциал; γ – электропроводность материала; \mathbf{J}_w – вектор сторонней объемной плотности, имеющий также одну пространственную составляющую; \mathbf{f} – нелинейная векторная функция, отражающая зависимость составляющих напряженности поля и магнитной индукции:

$$\mathbf{H} = \mathbf{f}(\mathbf{B}). \quad (2)$$

Скалярный электрический потенциал в уравнении (1) отражает внешний источник напряжения, приложенного к началу и концу рассматриваемого участка проводящей среды (в двумерном случае начало и конец разнесены на бесконечность). Объемная плотность тока \mathbf{J}_w в этом уравнении отражает известный ток некоторой обмотки, влиянием на который со стороны поля можно пренебречь.

С целью выделения основного явления рассмотрим установившееся распределение поля в массивной среде, не содержащей сторонних источников тока без подключенных к ней источников напряжения. Рассмотрим двумерное магнитное поле, имеющее одну составляющую векторного магнитного потенциала $\mathbf{A} = (0, 0, A_z)$ (в дальнейшем индекс z у переменных будем опускать). Тогда уравнение (1) с учетом (2) переписывается следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x} f_y \left(\frac{\partial A}{\partial x}, \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} f_x \left(\frac{\partial A}{\partial x}, \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \gamma \frac{\partial A}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

Для этого уравнения сформулируем краевую задачу в прямоугольной области, на границе которой расположен источник поля в виде бесконечно тонкой обмотки (поверхностного

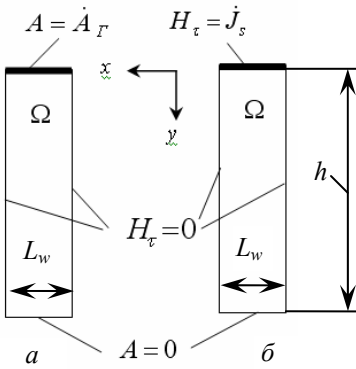


Рис. 1

рассматриваться как фрагмент половины листа, протяженного в направлении осей x и z и охваченного обмоткой, расположенной на его поверхностях, направление витков которой совпадает с направлением оси z .

Если известно напряжение, приложенное к обмотке, то его величину можно связать со значением векторного потенциала на границе расчетной области. Действительно, магнитный поток Φ , сцепленный с бесконечно тонким витком обмотки, можно выразить через векторный магнитный потенциал в самом витке с помощью цепочки соотношений, ключевым из которых является теорема Стокса [10]:

$$\Phi = \int_S B_n dS = \int_S \text{rot}_n A dS = \oint_l A dl, \quad (4)$$

где S – площадь поперечного сечения витка; l – контур витка. В двухмерном случае витки обмотки и векторный потенциал направлены вдоль оси z (перпендикулярно плоскости чертежа, рис. 1), причем векторный потенциал вдоль этой оси постоянен. Ввиду "бесконечности" расчетной области естественно рассматривать интегральные величины на единицу длины в этом направлении. Для того чтобы получить ЭДС обмотки, достаточно проинтегрировать выражение для потока по площади поперечного сечения обмотки или, в случае бесконечно тонкого слоя тока, вдоль контура этого слоя, длину которого вдоль оси x обозначим L_w (рис. 1). Учитывая, что векторный потенциал не зависит от координаты x , и пренебрегая активным сопротивлением обмотки, для напряжения получим следующее выражение:

$$u = w \frac{1}{L_w} \frac{d}{dt} \int_{L_w} A dl = w \frac{dA}{dt}, \quad (5)$$

где w – число витков обмотки. Далее и эту величину будем опускать, относя результаты к одному витку. Из соотношения (5) следует, что синусоидальное напряжение однозначно определяет синусоидальный векторный потенциал на поверхности.

Вторая из приведенных формулировок с заданной поверхностной плотностью тока является классической [6]. В ней значение плотности тока определяет на поверхности тангенциальную составляющую напряженности магнитного поля, которая связана с нормальной производной векторного потенциала на этой поверхности соотношением

$$H_\tau = \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial n}, \quad \text{или} \quad \frac{\partial A}{\partial n} = \mu H_\tau, \quad (6)$$

где μ – магнитная проницаемость среды (на поверхности).

Таким образом, существуют две формулировки краевой задачи относительно неизвестной функции – векторного магнитного потенциала A с краевыми условиями первого рода (рис. 1 *a*) и второго рода (рис. 1 *b*).

Построение численной схемы решения задачи на треугольной сетке конечных элементов методом Галёркина и особенности решения приведены в работах [7, 8]. Кроме того, в работе [7] отмечены различия значений интегрального тепловыделения, получаемых с помощью пакета программ COMSOL и пакета GE2D, разработанного в Институте электродинамики НАН Украины. Далее эти различия рассмотрим шире.

Источник различий заключается в способе учета нелинейности характеристики намагничивания (2) при расчете периодического процесса. В пакете COMSOL эта нелинейность учитывается путем установления соответствия между амплитудами априори синусоидальных зависимостей нормы магнитной индукции и напряженности поля, то есть для изотропной среды

$$\|\dot{\mathbf{H}}\| = f(\|\dot{\mathbf{B}}\|), \quad (7)$$

где $\|\dot{\mathbf{H}}\| = \sqrt{|\dot{H}_{mx}|^2 + |\dot{H}_{my}|^2}$ и $\|\dot{\mathbf{B}}\| = \sqrt{|\dot{B}_{mx}|^2 + |\dot{B}_{my}|^2}$. Однако в действительности временные зависимости не являются синусоидами. Этот факт отмечается в описании пакета ANSYS [11], где также в расчете используется эквивалентная синусоида. Для получения несинусоидального решения его возможно искать в виде тригонометрического полинома:

$$\tilde{A}(x, y, t) = \sum_{g=1}^{n_g} A_{cg}(x, y) \cos(gt) + A_{sg}(x, y) \sin(gt), \quad (8)$$

где g – номер гармонической составляющей; n_g – полное число гармоник.

В случае гладких функций число членов полинома может быть незначительным [4], что дает вычислительное преимущество по сравнению с выстраиванием во временной области численной схемы решения. Данное утверждение справедливо для гладких решений, где отсутствуют резкие скачки токов. Обычно цепи с ферромагнитными элементами обладают значительной индуктивностью и вследствие этого фильтруют высшие гармоники. Поэтому предлагаемый вид решения позволяет ограничиться небольшим числом гармоник и получить низкий порядок системы уравнений при алгебраизации краевой задачи.

Метод, основанный на совмещении численного метода расчета поля в пространстве с представлением периодических зависимостей в виде (8), в соответствии с работой [4] будем называть дифференциальным гармоническим методом (ДГМ). В ДГМ решение пространственно-временной области на сетке конечных элементов будем искать в виде

$$\tilde{A}(x, y, t) = \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^{n_g} [A_{cgi}(x, y) \cos(gt) + A_{sgi}(x, y) \sin(gt)] N_i, \quad (9)$$

где i – номер узла пространственной сетки; N_i – пространственная базисная функция элемента [5].

Далее, нелинейная система алгебраических уравнений, аппроксимирующая решение краевой задачи, строится методом Галеркина и решается модифицированным методом Ньютона, что описано в работе [7]. Там же приведены некоторые результаты вычисления потерь от вихревых токов в стальном массиве и отличие этих результатов от метода комплексных амплитуд с упомянутым способом учета нелинейности лишь по амплитуде поля. Далее сравнительная оценка будет расширена.

Для подтверждения того, что выражение (9) является, безусловно, более точным, чем представление временной зависимости искомой функции эквивалентной синусоидой, приведем некоторые пояснения. Если процесс периодичен, решение уравнений Максвелла и вытекающих из них уравнений второго порядка для потенциалов единственно, то в соответствии с теоремой Вейерштрасса ряд (9) равномерно сходится к решению. В цепочке же уравнения Максвелла \rightarrow уравнения для потенциалов \rightarrow метод Галеркина источником появления множественного решения является только нелинейная векторная характеристика $\mathbf{f} = (f_x, f_y)$, которая входит в уравнение для векторного потенциала (3) и может быть немонотонной. Однако характеристика намагничивания стали является принципиально монотонной зависимостью, что предотвращает возможность появления множественного решения. Поэтому важным является выбор алгоритмов аппроксимации, сохраняющих свойство монотонности этой характеристики.

Для аппроксимации характеристики намагничивания стали выберем функцию Фрöhлиха (Fröhlich). Эта дробно-рациональная функция часто используется в качестве зависимо-

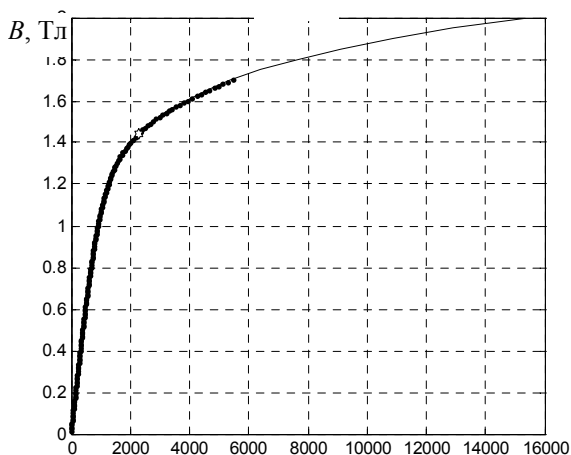


Рис. 2

сти относительной магнитной проницаемости от индукции или напряженности поля, например, в учебных примерах пакета [11] и имеет вид

$$\mu = 1 + \frac{\mu_{\max}}{1 + \left(\|B\|/B_s\right)^m}, \quad (10)$$

где B_s – коэффициент, определяющий "точку перегиба" на кривой намагничивания; m – коэффициент, влияющий на крутизну спада зависимости (10) или "остроту" колена кривой намагничивания. Эта функция всегда больше единицы, что соответствует физике, а также гладкая и монотонная, что важно для сходимости итерационных алгоритмов. Соответственно напряженность поля в (7) будет выражаться произведением

$$\|H\| = \left(1 + \frac{\mu_{\max}}{1 + \left(\|B\|/B_s\right)^m}\right)^{-1} \|B\|. \quad (11)$$

Нормы векторов поля в (11) в ДГМ, естественно, вычисляются для мгновенных значений [7]. На рис. 2 представлена кривая намагничивания стали 3 для амплитуд поля [9] – сплошная линия и ее аппроксимация (при $\mu_{\max} = 1000$, $B_s = 1,44$, $m = 6,6$) – жирные точки. Там же отмечена "точка перегиба" кривой, соответствующая уменьшению магнитной проницаемости в два раза по сравнению с максимальным значением. Достаточно удовлетворительными параметрами в аппроксимирующей формуле (11), соответствующими стали 1411, являются $\mu_{\max} = 5000$, $B_s = 1,15$, $m = 8$.

Анализ результатов. Для моделирования выбраны толщина листа (половины) 1 см и частота тока 50 Гц. Расчеты с помощью программ COMSOL и GE2D проводились при близких по густоте сетках и одинаковых заданных погрешностях решения. В качестве сравниваемых характеристик взято локальное и интегральное удельное тепловыделение Q от вихревых токов. Относительное расхождение в результатах вычислялось по формуле

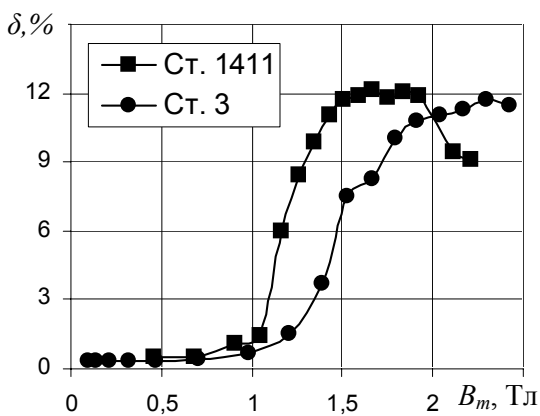


Рис. 3

$$\delta = \frac{Q_{GE2D} - Q_{COMSOL}}{Q_{COMSOL}}. \quad (12)$$

На рис. 3 показаны расхождения в вычисленных значениях интегрального тепловыделения для конструкционной и горячекатаной электротехнической стали при синусоидальной поверхностной плотности тока в зависимости от амплитуды магнитной индукции на поверхности. В обоих случаях расхождение имеет максимум, величина которого составляет около 12 %. Более «позднее» наступление максимума для конструкционной стали объясняется тем, что «точка перегиба» кривой намагничивания (рис. 2) наступает при больших значениях индукции, о чем свидетельствует большее значение параметра B_s . Ввиду того, что тепловыделение распределено неравномерно в толще листа, представляет интерес отклонение в вычислении локального тепловыделения. Результаты расчета этого отклонения для Ст. 3 представлены на рис. 4 при изменении максимальной индукции на поверхности в диапазоне 1,45...2,21 Тл. Точкой на кривых показана та глубина, на которой амплитуда индукции соответствует «точке перегиба» характеристики намагничивания (рис. 2).

Эти кривые дополняют результаты оценки интегрального тепловыделения. Так, на поверхности ферромагнетика и вблизи нее расхождение в широком диапазоне интенсивности поля достигает +20 %. В то же время в глубине массива расхождение изменяет знак и

становится отрицательным. Вследствие этого интегральное расхождение несколько уменьшается. Но абсолютная величина тепловыделения в толще гораздо меньше, чем на поверхности, поэтому, несмотря на высокое относительное значение расхождения, на интегральном значении это уменьшение сказывается мало. Отметим, что уточнение величины тепловыделения вблизи поверхности имеет непосредственное практическое значение для исследования процессов индукционного нагрева.

В значительном числе практических случаев поле возбуждается синусоидальным напряжением. На рис. 5 показаны зависимости расхождения интегрального тепловыделения от амплитуды индукции для этого случая. В данном случае учет не синусоидального характера поля приводит к уменьшенным значениям интегрального тепловыделения на величину до 9 %. Что касается локального тепловыделения, то в указанном диапазоне амплитуды магнитной индукции при синусоидальном напряжении учет высших гармоник не дает уточнения решения на поверхности. В толще ферромагнетика расхождение в решениях, естественно, имеет отрицательную величину (рис. 6). Оно достигает максимальной величины (порядка 40...80 %) в глубине среды. Но из-за затухания поля в глубине расхождение в интегральной величине тепловыделения не столь значительно как в случае синусоидального тока (рис. 3).

Может показаться, что незначительная величина расхождения во втором случае говорит о приемлемой точности метода комплексных амплитуд при возбуждении поля синусоидальным напряжением. Однако непосредственное сравнение двух рассмотренных случаев в практическом смысле не совсем корректно. Режим работы электротехнического устройства, как правило, определяется величинами первых гармоник тока и напряжения. То есть, если потребовать условия равенства первых гармоник тока при одной и той же амплитуде первой гармоники магнитного потока в двух перечисленных случаях, то разница в абсолютных значениях интегральных потерь будет несколько иной. Это сравнение подробно рассмотрено в [8].

Выводы. Анализ переменного поля в ферромагнетиках при помощи дифференциального гармонического метода является более точным по сравнению с методом комплексных амплитуд, представляющим решение эквивалентной синусоидой, в котором нелинейность характеристики намагничивания учитывается по соответствию амплитуд эквивалентных синусоид магнитной индукции и напряженности поля.

Для материалов с характеристикой намагничивания, близкой к конструкционной стали и к горячекатаной электротехнической стали, метод комплексных амплитуд, реализованный в пакете COMSOL, дает заниженное на 12 % значение интегральных потерь и на 20 % потерь на поверхности при условии возбуждения поля синусоидальным током.

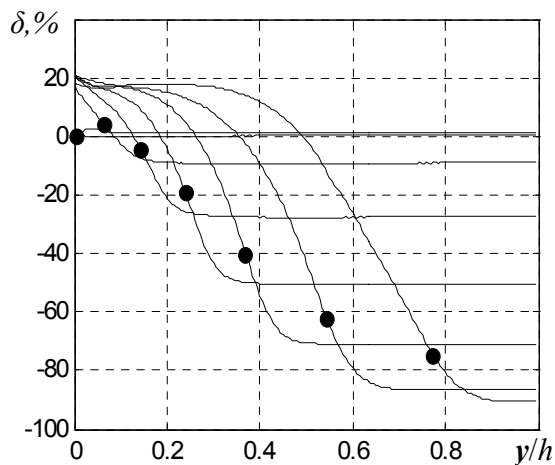


Рис. 4

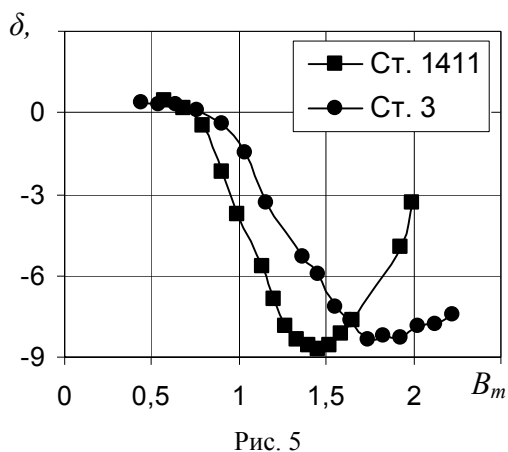


Рис. 5

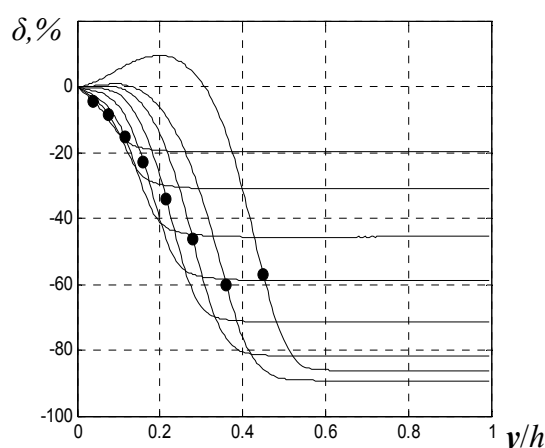


Рис. 6

При возбуждении поля синусоидальным напряжением метод комплексных амплитуд дает завышенное на 9 % значение интегральных потерь. При этих условиях величина поверхностных потерь не имеет погрешности, но локальная погрешность тепловыделения быстро возрастает по мере углубления в среду.

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. – М.: Высш. шк. – 1978. – 231 с.
2. Брускин Д.Э., Зорохович А.Е., Хвостов В.С. Электрические машины. – М.: Высш. шк. – 1987. – 319 с.
3. Глебов И.А., Данилевич Я.Б. Научные основы проектирования турбогенераторов. – Л.: Наука, 1986. – 184 с.
4. Глухивский Л.И. Алгоритм расчета на ЦВМ бегущей электромагнитной волны в проводящем ферромагнитном слое // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1980. – № 12. – С. 113–118.
5. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир. – 1986. – 320 с.
6. Нейман Л.Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1949. – 190 с.
7. Петухов И. С. Моделирование переменного электромагнитного поля в ферромагнитной проводящей среде методом конечных элементов // Техн. электродинамика. – 2008. – № 4. – С. 18–26.
8. Петухов И.С. Численное моделирование поверхностного эффекта в ферромагнетике при синусоидальном магнитном потоке // Техн. электродинамика. – 2013. – № 6. – С. 24–29.
9. Сергеев П.С., Виноградов Н.В., Горяинов Ф.А. Проектирование электрических машин. – М.: Энергия, 1970. – 632 с.
10. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989. – 616 с.
11. ANSYS Mechanical APDL Low-Frequency Electromagnetic Analysis Guide [Электронный ресурс] ANSYS, Inc. Release 14.5 Southpointe October 2012. – Режим доступа: <http://www.ansys.com/staticassets/ANSYS/Conference/Confidence/Houston/Downloads/structural>
12. COMSOL multiphysics modeling and simulation software - Available at: <http://www.comsol.com/>

УДК 621.3.01

І.С. Петухов, докт. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

Врахування нелінійних властивостей середовища при обчисленні тепловиділення від вихрових струмів у ферромагнетикі за допомогою диференціального гармонічного методу

Нелінійні властивості середовища призводять до спотворення синусоїдальної форми магнітної індукції, напруженості змінного магнітного поля та вихрових струмів у глибині ферромагнетика. Відомо, що в насичених магнітних системах вміст вищих гармонік у струмі живлення та магнітній індукції може досягати значних величин, які необхідно враховувати. Для врахування несинусоїдального характеру змінного електромагнітного поля застосовано метод скінченних елементів з представленням часових залежностей тригонометричним поліномом. Виконано порівняння числових результатів цього підходу з підходом, що використовує метод комплексних амплітуд, який реалізовано в пакеті COMSOL, де нелінійність враховується шляхом встановлення відповідності амплітуд еквівалентних синусоїд магнітної індукції та напруженості поля. Порівняння результатів виконувалось за інтегральним та локальним тепловиділенням за умов синусоїдального струму та синусоїдальної напруги, що збуджують поле. Отримано відносні значення похибок методу комплексних амплітуд. Бібл. 12, рис. 6.

Ключові слова: ферромагнітне середовище, поверхневий ефект, метод скінченних елементів, часові гармоніки, точність моделювання.

I.S. Petukhov

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

Taking into account nonlinear properties of a medium in computing the heat dissipation from eddy currents in the ferromagnet by the differential-harmonic method

Nonlinear properties of the ferromagnetic medium cause the distortion of sine wave of AC magnetic induction, magnetic field and eddy currents within the medium. It is known that in saturated magnetic systems there is a significant content of higher harmonics of the supply current and the flux density which are to be considered. To take into account the non-sine wave form of the electromagnetic field the finite element method was used with representation of the time dependence by the trigonometric polynomial. A comparison of the numerical results of this approach with the approach using the method of complex amplitudes, implemented in the COMSOL package, in which the nonlinearity is taken into account by establishing a conformity of amplitude of the equivalent sine wave of magnetic induction and magnetic field, was done. The comparison of the integral and local heat dissipation under condition of the field excitation by sinusoidal current and the same voltage was performed. The relative errors of the complex amplitudes method were obtained. References 12, figures 6.

Key words: ferromagnetic, skin effect, finite element method, time harmonics, accuracy of modeling.

Надійшла 29.10.2015

Received 29.10.2015