

УДК 621.822:621.318.2

Г. Ю. Мартыненко, канд. техн. наукНациональный технический университет
«Харьковский политехнический институт»
(E-mail: gmartynenko@kpi.kharkov.ua)**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ РАДИАЛЬНЫХ И ОСЕВЫХ СИЛ ОТ СМЕЩЕНИЙ РОТОРНОГО МАГНИТА В РАДИАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОДШИПНИКЕ НА ДВУХ КОЛЬЦЕВЫХ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТАХ**

Рассмотрена конструкция магнитной опоры роторов на двух постоянных кольцевых магнитах. Предложена методика и приведены результаты численного определения зависимостей магнитных сил от смещения ротора в радиальном и осевом направлениях. Выявлена их взаимосвязь. Результаты представлены в виде трехмерных графиков.

Розглянуто конструкцію магнітної опори роторів на двох постійних кільцевих магнітах. Запропоновано методику і наведено результати чисельного визначення залежностей магнітних сил від зміщення ротора в радіальному і осьовому напрямках. Виявлено їх взаємозв'язок. Результати наведено у вигляді тривимірних графіків.

Введение

В современных роторных машинах наряду с подшипниками качения, скольжения, газодинамическими и др. в качестве опор роторов используются магнитные подшипники (МП) [1]. Объектом исследования в работе является радиальный магнитный подшипник на двух постоянных кольцевых магнитах (МППКМ). Кольца радиального МППКМ имеют осевую намагниченность и реализуют подвес за счет сил отталкивания. Два таких подшипника были использованы для осуществления комбинированного магнитного подвеса лабораторной (экспериментальной) модели ротора [2], показанной на рис. 1. Эта модель рассматривается как прототип турбодетандера с ротором в магнитных подшипниках, применение которых позволит исключить трение между ротором и статором, увеличить ресурс опорных узлов, отказаться от маслосистемы и т.д. В данной установке для реализации подвеса ротора кроме двух радиальных МППКМ [3] использован один осевой активный магнитный подшипник (АМП) [4]. Статоры осевого АМП двухстороннего действия представляют собой стальные броневые сердечники. Между внутренними и наружными полюсами статоров

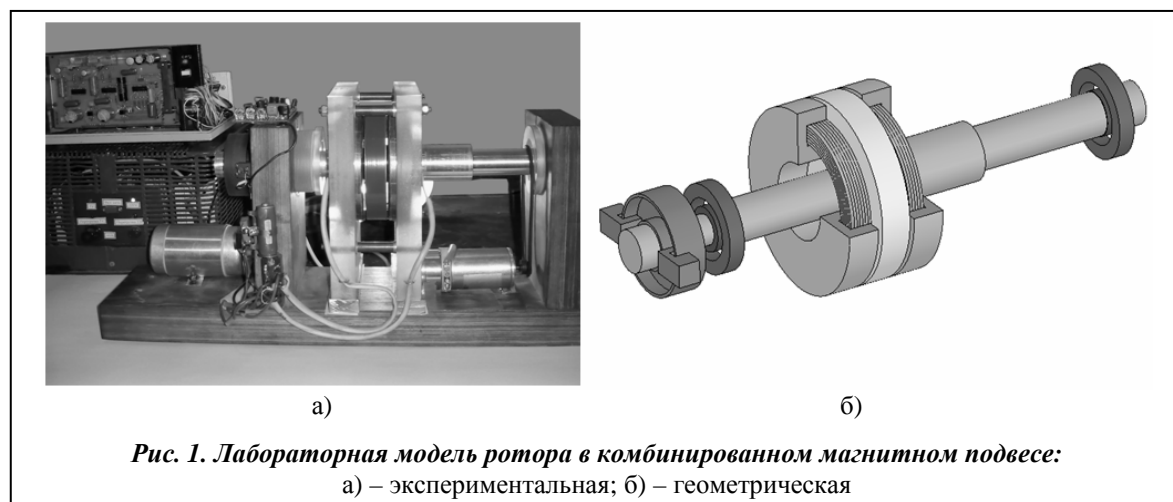
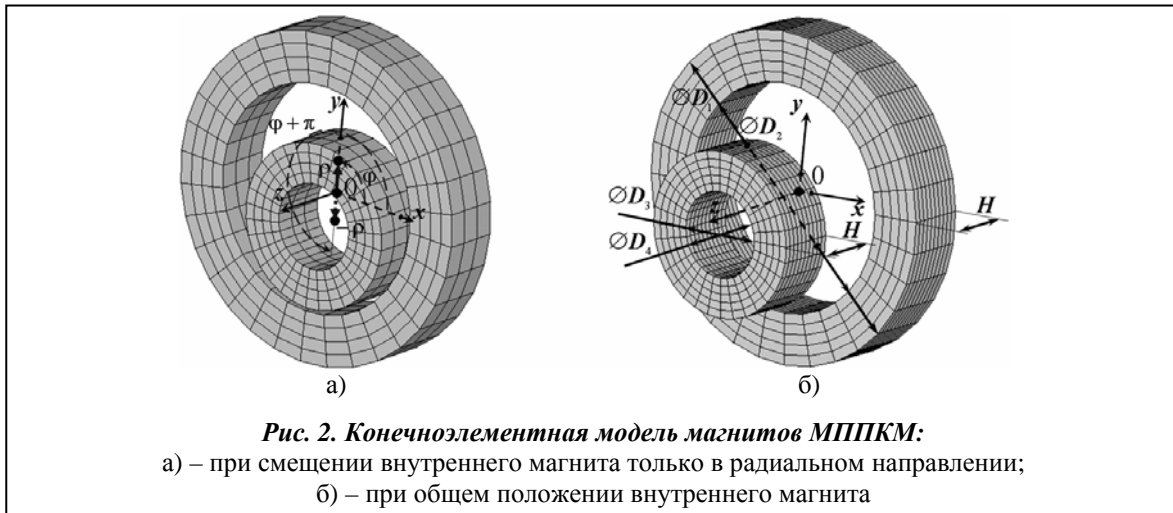


Рис. 1. Лабораторная модель ротора в комбинированном магнитном подвесе:

а) – экспериментальная; б) – геометрическая



АМП расположены катушки, на каждую из которых подается управляющее напряжение. Система измерения осевого перемещения, входящая в систему управления (СУ) осевым движением ротора, включает оптопару (светодиод и фотодиод), а также светонепроницаемый диск в форме стакана, расположенный на роторе. Контроль осевого положения подвешиваемого вала производится по изменению интенсивности светового потока, перекрываемого при смещении ротора.

1. Постановка задачи

В работе [3] изложена методика расчета пондеромоторных (магнитных) сил, возникающих в МППКМ и действующих в направлении, противоположном радиальному смещению внутреннего (роторного) магнита. Расчеты зависимостей магнитных сил основаны на решении серии задач магнитостатики в конечноэлементной постановке для конечного числа положений роторного магнита, соответствующих некоторым дискретным значениям его радиального смещения. Для построения силовых характеристик была выполнена аппроксимация расчетных данных методом наименьших квадратов кубическими полиномами

$$F_{M\rho}(\rho) = f_0 + k_0\rho + k_1\rho^2 + k_2\rho^3, \quad (1)$$

где ρ – смещение центра масс роторного магнита в радиальном направлении.

При этом качество построения расчетной модели позволило обеспечить общую вычислительную погрешность, состоящую из погрешности расчета магнитных сил и погрешности, связанной с аппроксимацией на уровне <3% при сравнении с экспериментальными данными.

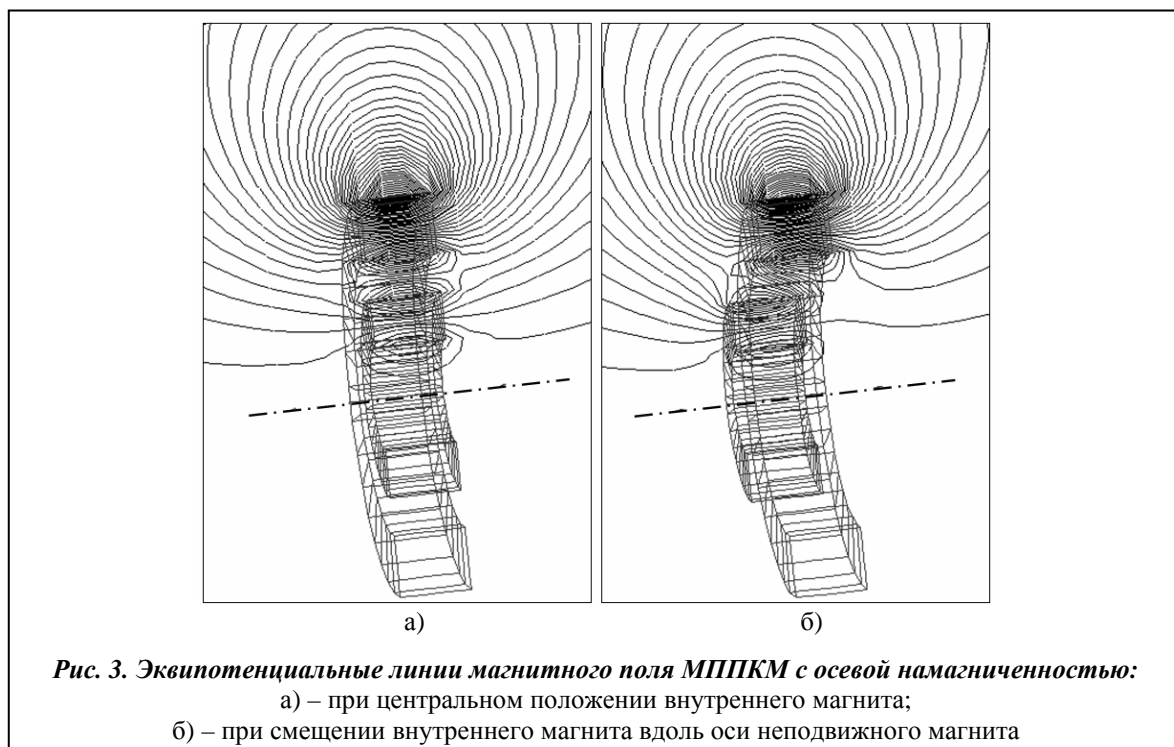
Конечноэлементная модель магнитного подшипника представлена на рис. 2.

Полученные силовые характеристики были использованы в математической модели ротора в комбинированных магнитных подшипниках, предложенной в [5], для подтверждения ее адекватности и применимости при изучении динамики жестких роторов в магнитных подшипниках. Восстанавливающие силы в каждом из радиальных МП, находящиеся в правых частях уравнений движения, описывались следующими выражениями:

$$F_{M_x}(x) = f_0 + k_0x + k_1x^2 + k_2x^3, \quad F_{M_y}(y) = f_0 + k_0y + k_1y^2 + k_2y^3, \quad (2)$$

где x и y – смещение центра масс роторного магнита в направлениях осей декартовой системы координат (СК), центр которой совпадает с центром масс неподвижного магнита, координатная ось Oz – совпадает с его осью, а координатная плоскость Oxy – находится между его плоскими поверхностями (рис. 2).

При анализе расчетных данных наряду с подтверждением тождественности математической модели реальной системе по качественному сравнению поведения ротора в комбинированном магнитном подвесе были также выявлены некоторые количественные несова-



дения. Было определено, что одной из причин этого является неучет зависимости сил в радиальном и осевом направлениях в МППКМ от осевого смещения подвижного кольцевого магнита.

Кроме того, при анализе эквипотенциальных линий магнитного поля МППКМ с осевой намагниченностью, представленных на рис. 3, обнаружено, что при смещении внутреннего магнита в осевом направлении (рис. 3,б) нарушается симметрия поля относительно плоскости проходящей через центр масс неподвижного магнита и параллельной двум его плоским поверхностям (т. е. Oxy), что приводит к возникновению выталкивающей (ввиду одинакового направления намагниченности обоих магнитов) силы в осевом направлении.

Целями данной работы является создание методики и проведение расчетных исследований по определению зависимостей магнитных сил, а именно, их радиальных и осевых составляющих, возникающих при смещении ротора в радиальном и осевом направлениях, а также выявление влияния смещения роторного магнита в осевом направлении на величину радиальной составляющей магнитной силы и наоборот.

2. Специфика расчета магнитных сил в МППКМ при радиально-осевом смещении

Методика расчета магнитных усилий в МППКМ при смещении роторного магнита только в радиальном направлении (рис. 2, а) подробно описана в [3]. Коротко она заключается в следующем: полный номинальный радиальный зазор ($D_2 - D_3 = 2\delta_r$) равномерно разбивался на $2n + 1$ уровень так, чтобы $n + 1$ -й уровень совпадал с центральным положением подвижного кольца, когда координаты его центра масс $x = y = z = 0$ (рис. 3, а). Далее подвижный магнит смещался по оси y (рис. 2, а) так, чтобы его центр масс совпадал с одним из уровней, и при этом взаимном положении проводился электромагнитный статический расчет методом конечных элементов, в результате которого устанавливались распределение магнитной индукции, напряженности магнитного поля и вычислялись суммарные магнитные силы в направлениях осей системы координат по тензору напряжений Максвелла. В результате определено, что при всех положениях роторного магнита суммарные магнитные силы в направлениях x , z равны нулю, а зависимость силы от координаты y центра масс роторного магнита с помощью процедуры аппроксимации по расчетным значениям силы была представлена в полиномиальном виде (1). Графики зависимости магнитной силы строились

в диапазоне $y = [-\delta_r, \delta_r]$. Здесь следует обратить внимание на то, что хотя зависимость радиальной силы была построена от координаты y , на самом деле ее нужно понимать как зависимость силы, действующей в радиальном направлении полярной СК от полярного радиуса ρ (радиус-вектора, т. е. расстояния от полюса O до расчетной точки – центра масс внутреннего магнита). Тогда следует отметить, что под смещением $\rho = [-\delta_r, 0]$ понимается смещение в направлении радиус-вектора, повернутого на угол $\varphi = \pi$ относительно ρ .

В таком случае неадекватность математической модели может быть обусловлена применением в качестве силовых характеристик МППКМ зависимостей (2), где была произведена замена ρ на x для проекции F_{Mx} магнитной силы на ось Ox и на y для проекции F_{My} – на ось Oy без учета формул перехода от координат полярной к координатам декартовой СК.

При расчете магнитной силы, действующей на роторный магнит при его общем положении по отношению к статорному (рис. 2, а), можно применить такую же методику, но для определения этого магнита в пространстве необходимо использовать вместо декартовой СК на плоскости (Oxy) такую же в пространстве ($Oxyz$), а вместо полярной (ρ, φ) – цилиндрическую (ρ, φ, z), полюс которой совпадает с началом O декартовой СК, полярной осью является ось Ox , полярным углом φ – угол между этой полярной осью и радиус-вектором, а преобразование координат в пространстве может быть выполнено с помощью формул

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, & y = \rho \sin \varphi \\ \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, & \text{tg} \varphi = y/x \text{ (при } x \neq 0) \end{cases} \quad (3)$$

Введем обозначения проекций полной магнитной силы F_M , действующей на подвижный кольцевой магнит, на оси пространственной декартовой СК: F_{Mx}, F_{My}, F_{Mz} , и цилиндрической СК: $F_{M\rho}, F_{Mz}$, где под $F_{M\rho}$ будем понимать проекцию магнитной силы F_M на радиус-вектор, начало которого совпадает с полюсом O , а конец – с текущим положением проекции центра масс внутреннего магнита на плоскость Oxy .

В этом случае зависимость между проекциями силы F_M определяется формулами

$$F_{Mx} = F_{M\rho} \cos \varphi; \quad F_{My} = F_{M\rho} \sin \varphi; \quad F_{Mz} = F_{Mz}, \quad (4)$$

а с учетом (3) формулы (4) будут иметь вид

$$F_{Mx} = F_{M\rho} \frac{x}{\rho} = F_{M\rho} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad F_{My} = F_{M\rho} \frac{y}{\rho} = F_{M\rho} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad F_{Mz} = F_{Mz}, \quad (5)$$

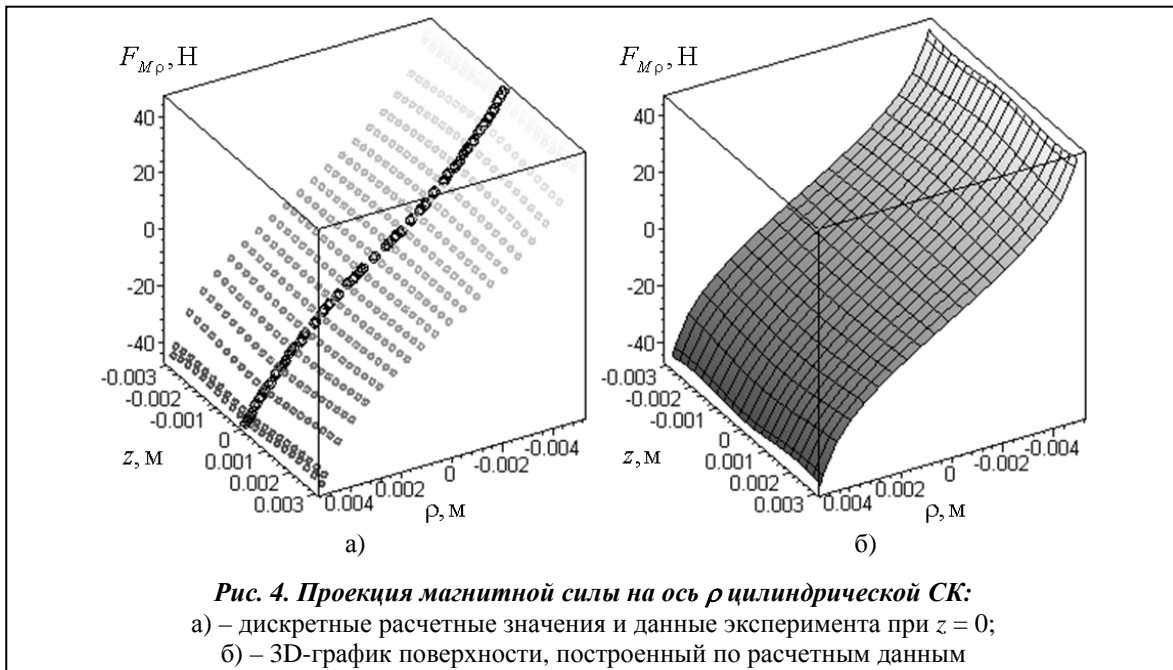
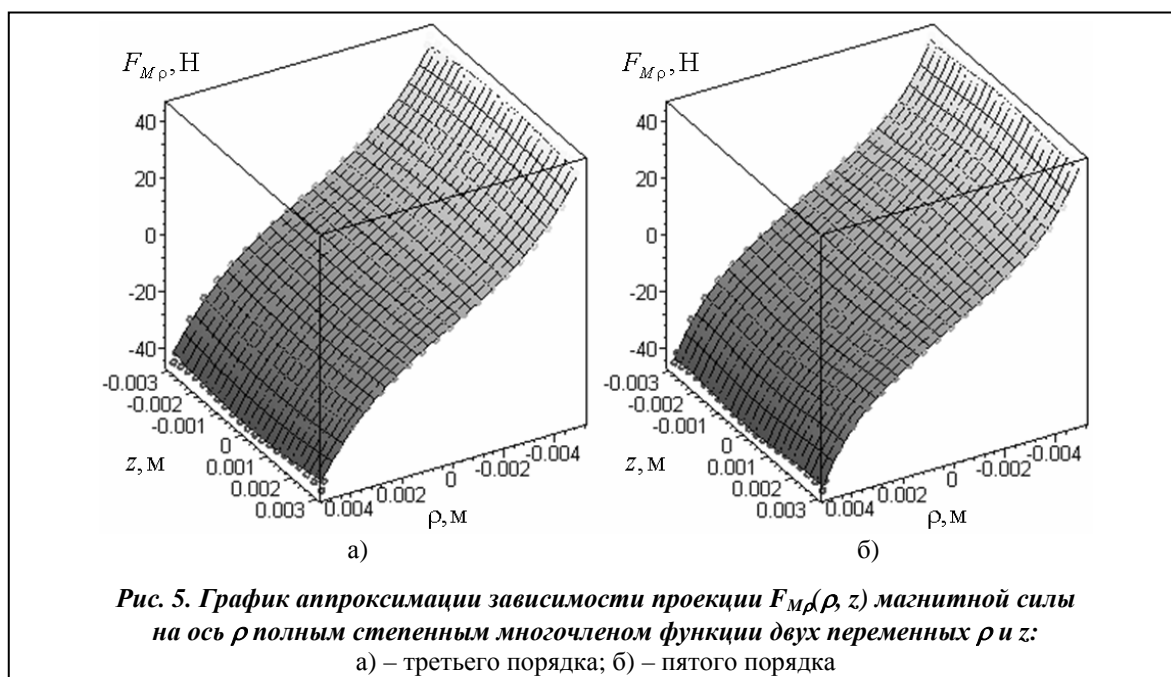
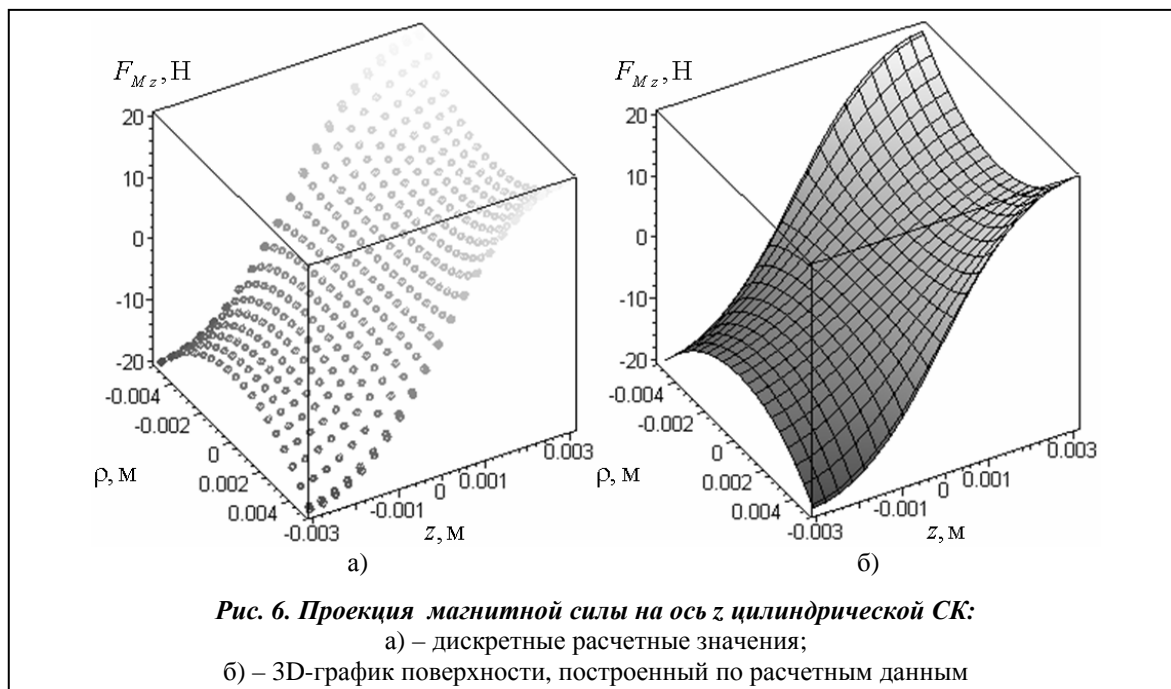


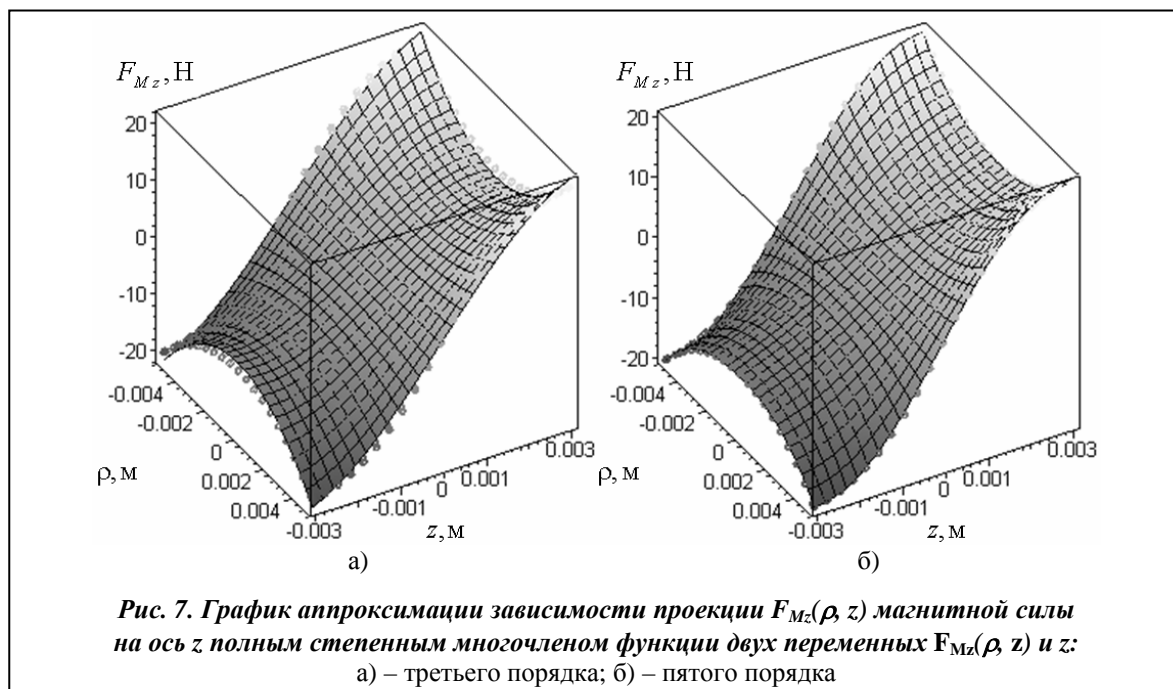
Рис. 4. Проекция магнитной силы на ось ρ цилиндрической СК:
 а) – дискретные расчетные значения и данные эксперимента при $z = 0$;
 б) – 3D-график поверхности, построенный по расчетным данным



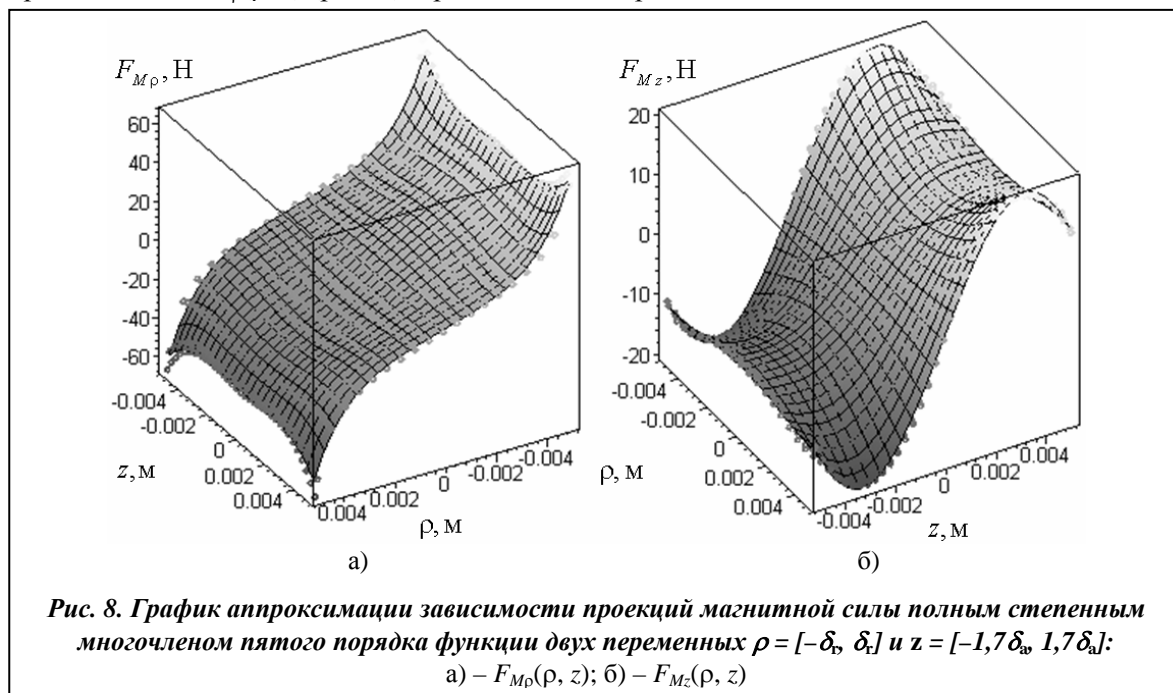
3. Численные эксперименты по определению зависимостей магнитных сил

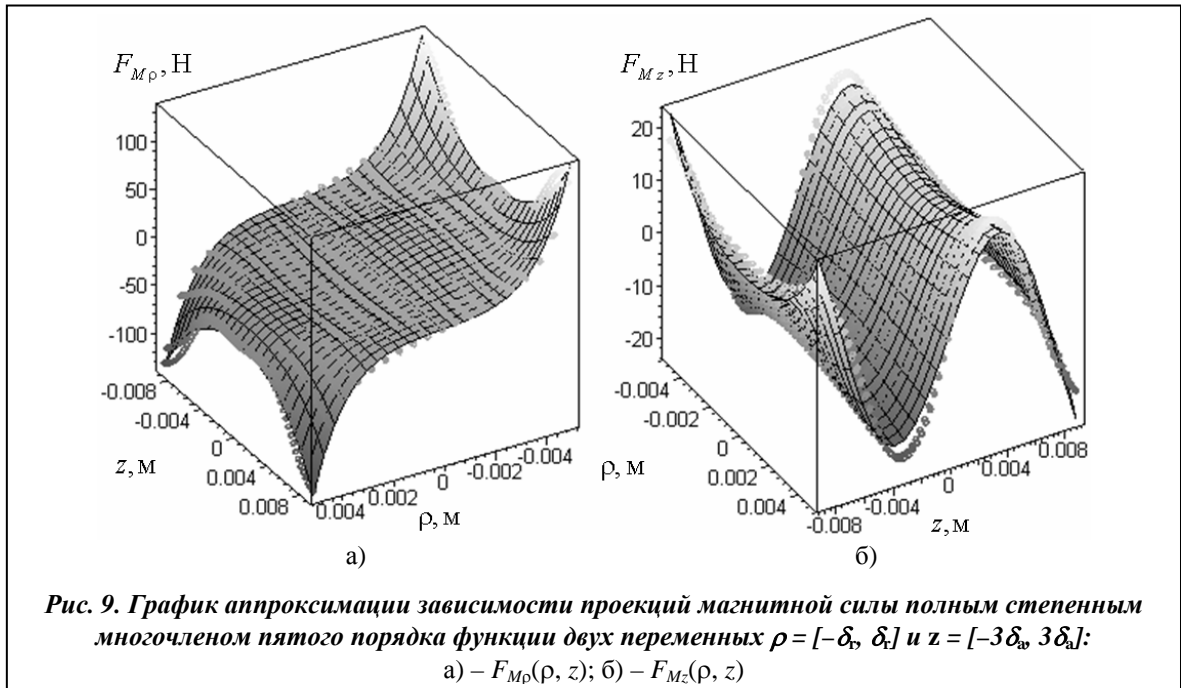
Расчеты магнитных сил проводились для МППКМ с кольцевыми магнитами из сплава NdFeV ($B_r = 1,07$ Тл, $H_c = 808$ кА/м) и с параметрами $D_1 = 58$, $D_2 = 40$, $D_3 = 29$, $D_4 = 15$, $H = 10,5$ мм при отклонениях в направлении координатных осей в пределах $\rho = [-\delta_r, \delta_r]$ и $z = [-\delta_a, \delta_a]$, где $\delta_a = 3$ мм – номинальный зазор осевого АМП (с каждой стороны). Дискретные значения и 3D-график проекции $F_{M\rho}(\rho, z)$ магнитной силы на ось ρ цилиндрической СК, полученные в результате проведения серии расчетов магнитостатики, каждый из которых выполнен при положении внутреннего магнита, определяемом координатами ρ и z его центра масс, представлены на рис. 4 (здесь каждая точка соответствует одному расчету магнитостатики). Аппроксимации зависимости проекции $F_{M\rho}(\rho, z)$ полными степенными многочленами функции двух переменных ρ и z разного порядка в этих же пределах, полученные с





помощью регрессионного анализа (регрессии) с использованием критерия минимума среднеквадратичной ошибки, представлены графиками поверхностей на рис. 5. Для оценки точности аппроксимации на эти графики наложены точки, соответствующие дискретным расчетным значениям магнитной силы. Анализ результатов показывает, что полного полинома третьей степени относительно переменных ρ и z недостаточно для получения функции, позволяющей вычислять силы в заданном диапазоне отклонений вдоль указанных осей (рис. 5, а). Тогда для реализации лучшего приближения необходимо использовать полином пятой степени, который с достаточной точностью ($<0,5\%$) аппроксимирует расчетные данные (рис. 5, б). Дискретные значения и 3D-график проекции $F_{Mz}(\rho, z)$ магнитной силы на ось z цилиндрической СК, полученные в результате тех же расчетов и при тех же значениях координат, что и $F_{M\rho}(\rho, z)$ (рис. 4), представлены на рис. 6.

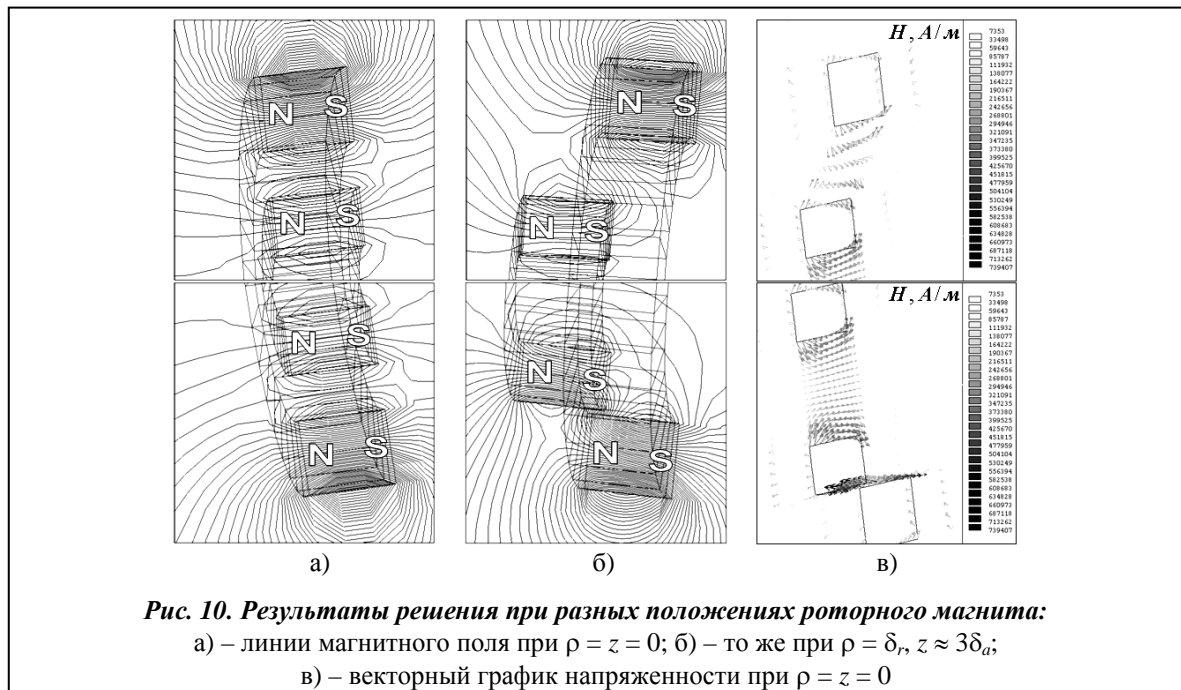


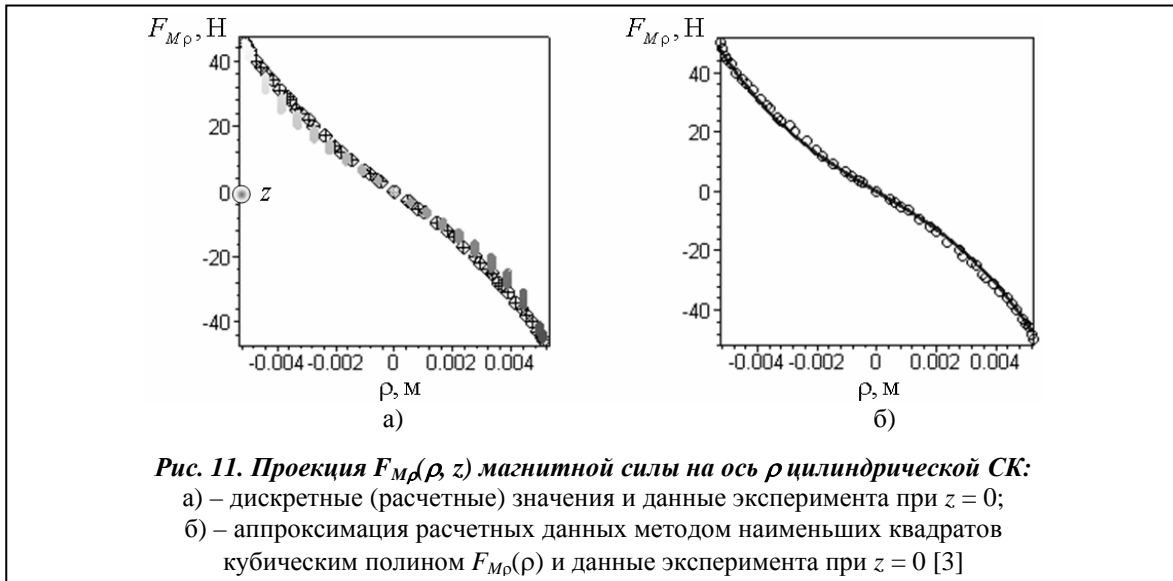


Аппроксимации зависимости проекции $F_{Mz}(\rho, z)$ магнитной силы на ось z полными степенными многочленами функции двух переменных ρ и z третьего и пятого порядков представлены на рис. 7 в виде графиков этих зависимостей с нанесенными на них точками, которые соответствуют дискретным (расчетным) значениям. Так же, как и для проекции $F_{M\rho}(\rho, z)$, реализации лучшего приближения ($<0,5\%$) для $F_{Mz}(\rho, z)$ можно достичь использованием полинома пятой степени (рис. 7, б).

На рис. 8 и 9 показаны графики аппроксимаций полиномами пятой степени проекций $F_{M\rho}(\rho, z)$ и $F_{Mz}(\rho, z)$ магнитной силы по расчетным значениям, которые получены в диапазонах изменения переменных $\rho = [-\delta_r, \delta_r]$, а $z = [-1,7\delta_a, 1,7\delta_a]$ (рис. 8) и $z = [-3\delta_a, 3\delta_a]$ (рис. 9).

Несмотря на то, что переменная z изменялась в диапазонах, превосходящих технически реализуемые в описанной выше лабораторной установке «ротор в комбинированных





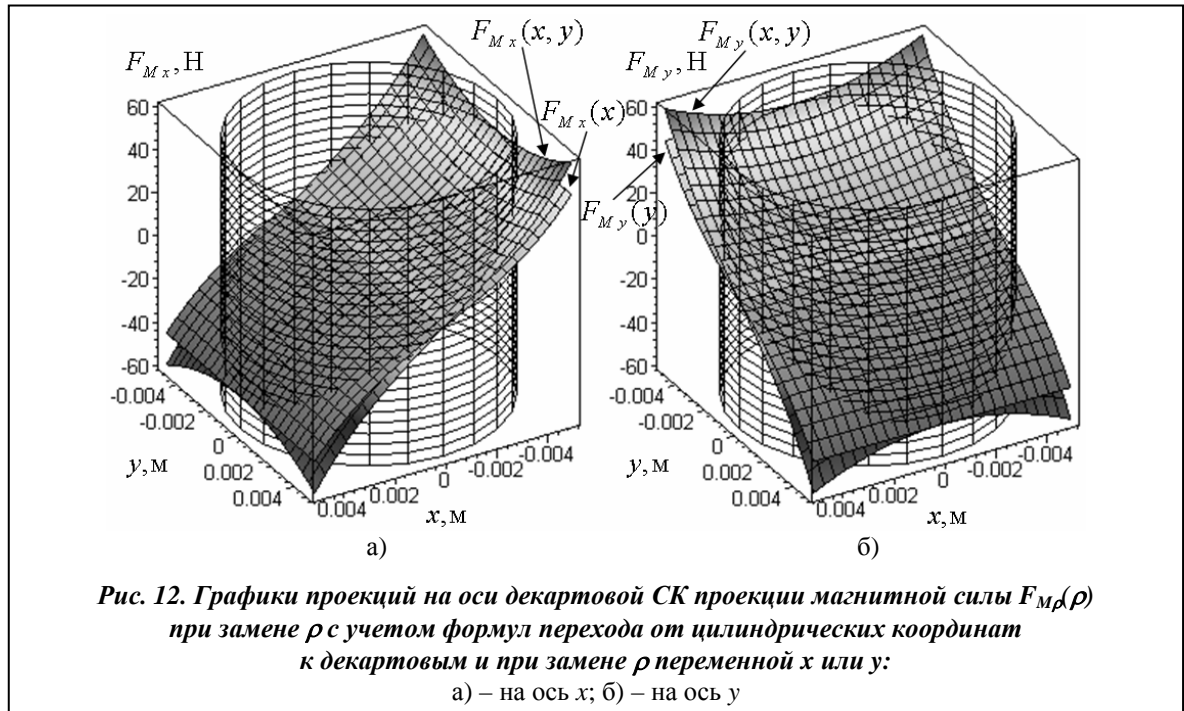
МП» (смещение вдоль оси z ограничено номинальным зазором осевого АМП), данные графики позволяют проследить характер дальнейшего изменения магнитных сил. Так обнаружено, что при достижении некоторого значения осевого смещения $z \approx \pm\delta_a$ отталкивающая сила $F_{Mz}(\rho, z)$ после постоянного роста начинает уменьшаться (рис. 8, б), а восстанавливающая сила $F_{M\rho}(\rho, z)$ – увеличиваться с приращением скорости роста (рис. 8, а).

Дальнейшее смещение от положения равновесия вдоль оси z показывает, что отталкивающая сила $F_{Mz}(\rho, z)$ при некотором значении $z \approx \pm 2\delta_a$ превращается в притягивающую (рис. 9, б), а скорость роста силы $F_{M\rho}(\rho, z)$ еще больше увеличивается, особенно в крайних точках при $\rho = \pm\delta_r$ (рис. 9, а), что объясняется изменением распределения силовых линий и напряженности магнитного поля, графики которых представлены на рис. 10.

Анализируя рис. 10, можно сделать вывод, что такое изменение приводит к перераспределению магнитного взаимодействия между двумя кольцевыми магнитами с чистого отталкивания на комбинацию отталкивания и притяжения между отдельными частями магнитов.

4. Зависимости проекций магнитной силы от смещений в декартовых координатах

Нужно отметить, что модуль магнитной силы, равно как и модули ее проекций $F_{M\rho}(\rho, z)$ и $F_{Mz}(\rho, z)$, не зависят от угловой координаты φ цилиндрической СК в силу осевой симметрии системы (рис. 2, а). От этой координаты зависит только направление проекции $F_{M\rho}(\rho, z)$, которая совпадает с направлением ρ (или $-\rho$, где под $-\rho$ понимается направление радиус-вектора, повернутого на угол $\varphi = \pi$ относительно ρ , см. рис. 2, а). Рассчитанные значения проекции $F_{M\rho}(\rho, z)$ магнитной силы на ось ρ цилиндрической СК (рис. 4, а), а также ее значения $F_{M\rho}$, полученные экспериментально, и график аппроксимации, выполненной по этим значениям с помощью полинома третьей степени $F_{M\rho}(\rho)$ (1), представлены на рис. 11. В данном случае на рис. 11, а отображены те же результаты, что и на рис. 4, а, но в виде проекции точек, определяющих значения силы при некоторых значениях координат, на плоскость $O\rho F_{M\rho}$. Этот рисунок иллюстрирует тот факт, что расхождения вычисленных значений проекции $F_{M\rho}(\rho, z)$ магнитной силы во всем диапазоне $z = [-\delta_a, \delta_a]$ с ее значениями $F_{M\rho}(\rho)$, полученными экспериментально при $z = 0$, не превосходят 4% (см. рис. 12, а), а со значениями, рассчитанными с помощью аппроксимирующей функции $F_{M\rho}(\rho)$ (1), – они меньше 2% (рис. 12, б). Поэтому в дальнейших исследованиях зависимостью проекции $F_{M\rho}(\rho, z)$ от координаты z можно пренебречь и принять аппроксимирующий полином $F_{M\rho}(\rho)$ (1), полученный в [3], в качестве функции изменения этой проекции магнитной силы для всех осевых смещений внутреннего магнита в указанном диапазоне.



Тогда, подставляя в формулу (1) замену переменных (3), получим проекцию $F_{M\rho}(\rho)$ магнитной силы на ось ρ цилиндрической СК в зависимости от декартовых координат

$$F_{M\rho}(x, y) = f_0 + k_0\sqrt{x^2 + y^2} + k_1(x^2 + y^2) + k_2\sqrt{(x^2 + y^2)^3}. \quad (6)$$

Используя выражения (5), приходим к выражениям зависимостей проекций $F_{Mx}(x, y)$, $F_{My}(x, y)$ магнитной силы на оси x , y пространственной декартовой СК от этих координат

$$F_{Mx}(x, y) = F_{M\rho}(x, y) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad F_{My}(x, y) = F_{M\rho}(x, y) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (7)$$

где отсутствие в правых частях z означает, что зависимость проекций $F_{Mx}(x, y)$, $F_{My}(x, y)$ магнитной силы от этой координаты отсутствует, т. е. принято, что для всех значений z значения проекций магнитной силы на оси x , y определяются только данными отклонениями.

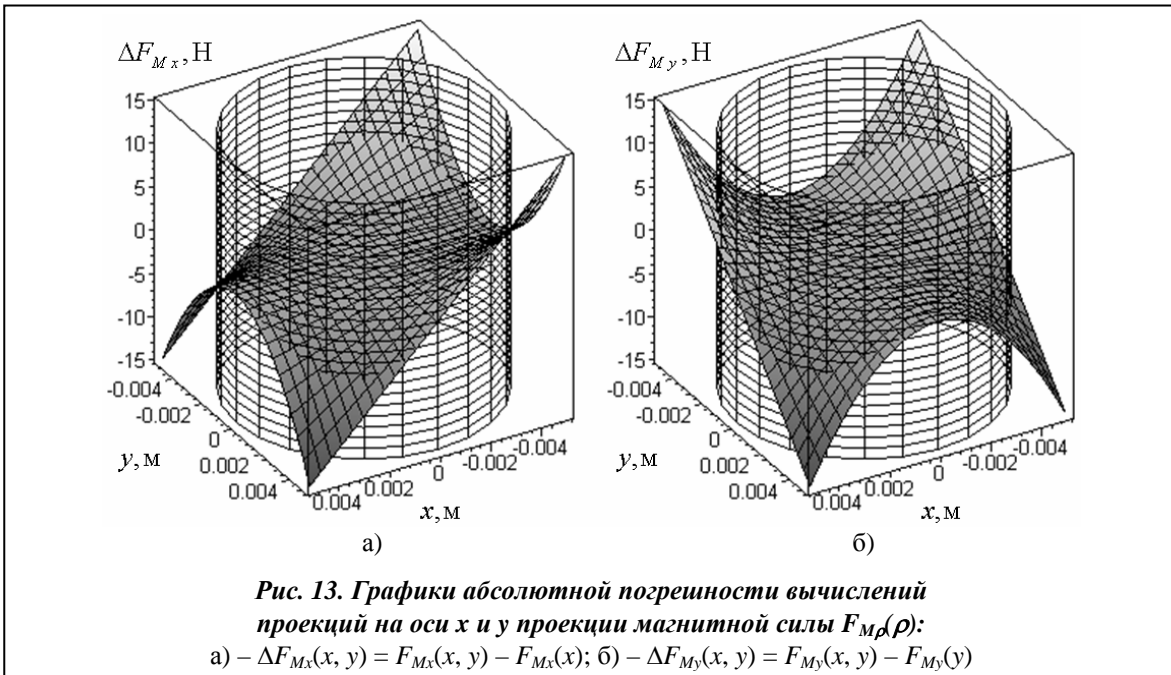
Это возможно, так как показано, что в диапазоне геометрически допустимых смещений $z = [-\delta_a, \delta_a]$ зависимость рассматриваемых проекций магнитной силы от осевого смещения пренебрежимо мала. Если же диапазон осевых смещений будет расширен (рис. 8, а и 9, а), то игнорировать такую зависимость нельзя и нужно использовать формулы

$$F_{Mx}(x, y, z) = F_{M\rho}(\rho, z) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = F_{M\rho}(x, y, z) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad (8)$$

$$F_{My}(x, y, z) = F_{M\rho}(\rho, z) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = F_{M\rho}(x, y, z) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

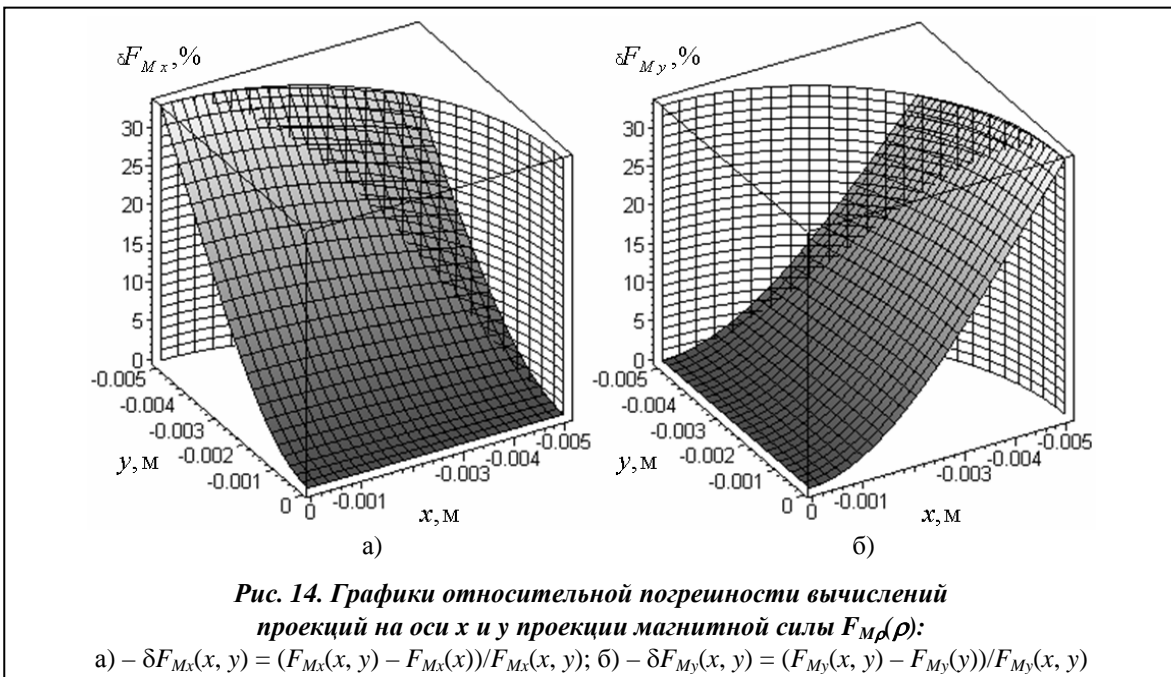
где $F_{M\rho}(\rho, z)$ – аппроксимации зависимости проекции магнитной силы на ось ρ полными степенными многочленами функции двух переменных ρ и z (рис. 5, 8,а и 9,а).

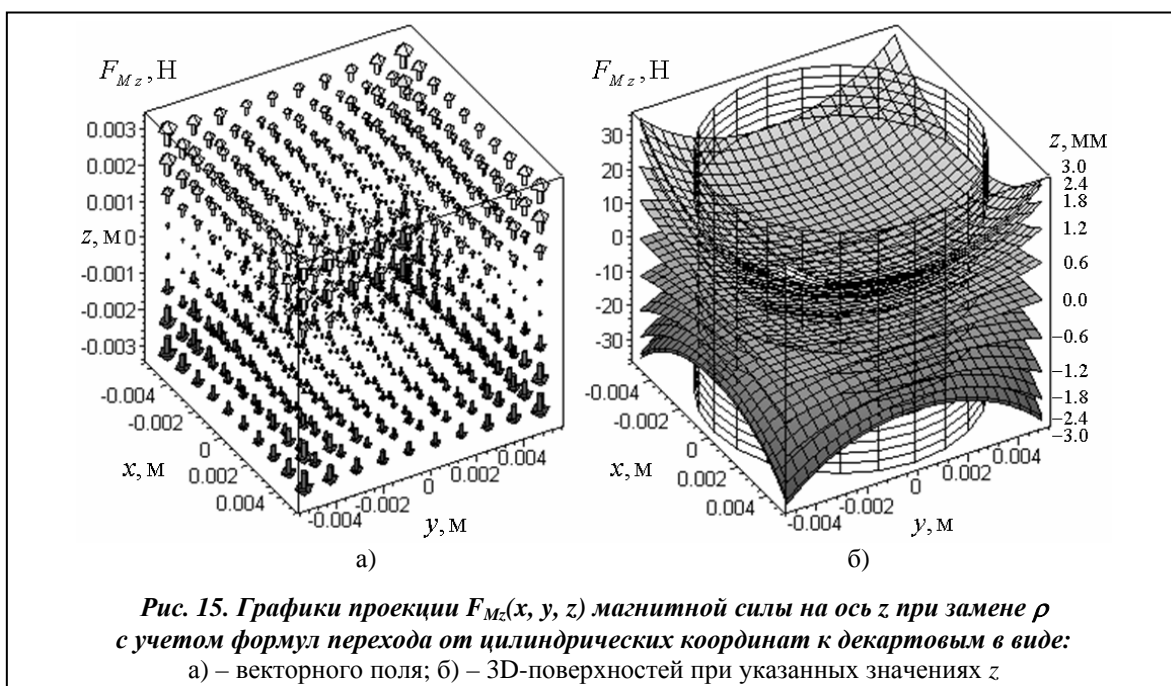
Графики зависимостей проекций F_{Mx} и F_{My} магнитной силы F_M на оси x , y представлены на рис. 12 с целью проведения сравнительного анализа и определения погрешности. Здесь как $F_{Mx}(x, y)$ и $F_{My}(x, y)$ обозначены графики проекций на оси x и y проекции магнитной силы $F_{M\rho}(\rho)$, заданных функциями (7) и (6), а как $F_{Mx}(x)$ и $F_{My}(y)$ – графики проекции $F_{M\rho}(\rho)$ с заменой ρ на x и y соответственно заданной функцией (2). На этом и последующих рисунках цилиндрическая сетка иллюстрирует геометрически возможные отклонения роторного маг-



нита ввиду того, что графики построены в декартовой СК, а возможные смещения ограничены предельным значением радиус-вектора $\rho \leq \delta_r$.

Анализ графически представленных зависимостей проекций F_{Mx} и F_{My} магнитной силы, рассчитанных по упрощенным (2) и уточненным (7) формулам, показал, что абсолютные погрешности ΔF_{Mx} и ΔF_{My} определения этих проекций при некоторых значениях координат x и y могут достигать величины ± 15 Н, что подтверждается графиками погрешности (рис. 13). В пределах зазора (при $\rho = \delta_r$, $\varphi = \pm\pi/4$ и $\varphi = \pm 3\pi/4$) их максимальные абсолютные значения равны ~ 7 Н. Однако несмотря на то, что абсолютные погрешности в точках $\rho = \delta_r$, $\varphi = 0$ и $\varphi = \pm\pi/2$ не превышают 1Н, их относительные значения (δF_{Mx} и δF_{My} соответственно) достигают 30%, что подтверждается графиками зависимостей относительных погрешностей от координат x , y (см. рис. 14).





Такое несоответствие не позволяет отказаться от зависимости проекций F_{Mx} и F_{My} магнитной силы на оси декартовой СК от переменных y и x соответственно и использовать упрощенные зависимости (2), так как это может привести к неадекватности математической модели, описывающей колебания жесткого ротора, что, в частности, и подтверждается сравнением расчетных и экспериментальных данных, приведенных для модели ротора в комбинированных магнитных подшипниках [5].

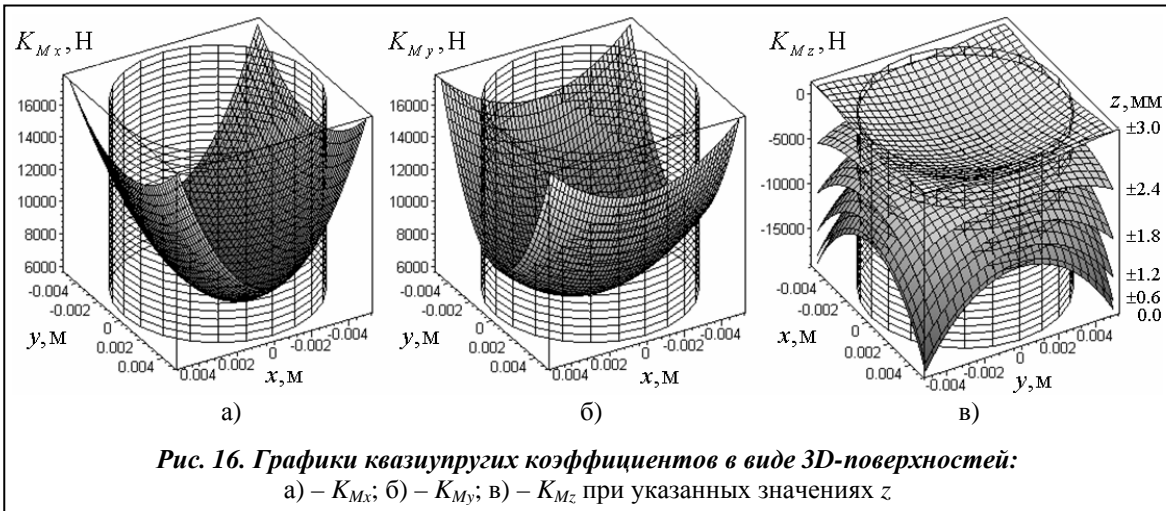
Что касается осевой составляющей магнитной силы (проекция F_{Mz}), то ее величина не зависит от угловой координаты φ цилиндрической СК (см. выше), а оценка графиков рис. 6–9 не позволяет пренебречь ее зависимостью от переменной z (что естественно) и от переменной ρ . Данный вывод справедлив не только для широкого диапазона осевых смещений роторного магнита $z = [-3\delta_a, 3\delta_a]$ (рис. 8, б, 9, б), но и для геометрически реализуемых отклонений $z = [-\delta_a, \delta_a]$ (рис. 6, 7). Тогда, как было показано выше, для достаточно точной аппроксимации функции изменения проекции F_{Mz} магнитной силы должен быть использован полный полином пятой степени относительно двух переменных ρ и z (рис. 7, б), который имеет вид

$$\begin{aligned}
 F_{Mz}(\rho, z) = & a_1\rho^5 + b_1\rho^4 + c_1\rho^3 + d_1\rho^2 + e_1\rho + a_2z^5 + b_2z^4 + c_2z^3 + d_2z^2 + e_2z + f_1\rho^4z + \\
 & + f_2\rho^3z^2 + f_3\rho^2z^3 + f_4\rho z^4 + g_1\rho^3z + g_2\rho^2z^2 + g_3\rho z^3 + h_1\rho^2z + h_2\rho z^2 + k_3\rho z + f_1
 \end{aligned} \quad (9)$$

где a_1, \dots, f_1 – коэффициенты, полученные в результате выполнения процедуры аппроксимации расчетных данных (рис. 6, а) методом наименьших квадратов.

В случае перехода в (9) от цилиндрических координат к декартовым, с использованием формул (3), зависимость проекции $F_{Mz}(x, y, z)$ магнитной силы на ось z от всех трех переменных будет иметь нелинейный характер. Графики, иллюстрирующие данную зависимость, представлены на рис. 15 в двух видах. На рис. 15, а проекция $F_{Mz}(x, y, z)$ магнитной силы изображена в виде векторного поля в трехмерном пространстве. Направления стрелок показывают направление действия силы при положении роторного магнита, определяемом началом стрелки, а ее длина соответствует величине силы. На рис. 15, б проекция $F_{Mz}(x, y, z)$ магнитной силы изображена в виде набора трехмерных поверхностей $F_{Mz}(x, y)$, соответствующих фиксированным значениям координаты z .

Их анализ позволяет обнаружить, что величина осевой составляющей магнитной силы соизмерима с величиной ее радиальной составляющей, восстанавливаемой по проекциям



F_{M_x} и F_{M_y} , и поэтому неучет F_{M_z} в математической модели также может быть причиной расхождения между расчетными и экспериментальными данными [5]. В свою очередь, зависимость $F_{M_z}(x, y, z)$ от всех обобщенных координат обуславливает взаимосвязанность уравнений движения жесткого ротора в МП [6].

5. Квазиупругие коэффициенты МППКМ

Как известно, квазиупругие коэффициенты в нелинейных системах, каковой в данном случае является МППКМ, зависят от обобщенных координат и для проекций магнитной силы могут быть вычислены как производные по соответствующим координатам с помощью следующих формул [7, стр. 14]:

$$K_{M_x}(x, y) = -\frac{\partial F_{M_x}(x, y)}{\partial x}; \quad K_{M_y}(x, y) = -\frac{\partial F_{M_y}(x, y)}{\partial y}; \quad K_{M_z}(x, y, z) = -\frac{\partial F_{M_z}(x, y, z)}{\partial z}. \quad (10)$$

Графики зависимостей этих коэффициентов (10) в виде трехмерных поверхностей представлены на рис. 16. Для смещений роторного магнита вдоль осей x и y квазиупругие коэффициенты K_{M_x} и K_{M_y} являются положительными функциями переменных x и y (рис. 16, а, б), а при $y = 0$ и $x = 0$ эти коэффициенты соответственно полностью совпадают с двухмерными графиками, приведенными в [5]. Положительность данных коэффициентов означает устойчивость положения равновесия $x = y = 0$ [8, стр. 22]. Кроме того, квазиупругие коэффициенты K_{M_x} и K_{M_y} есть функции, постоянно возрастающие в положительном диапазоне изменения соответствующей координаты и убывающие в отрицательном. Тогда, согласно [7], силовые характеристики магнитных сил F_{M_x} и F_{M_y} являются жесткими и, кроме того, симметричными, так как $F_{M_x}(x, y) = -F_{M_x}(-x, y)$ и $F_{M_y}(x, y) = -F_{M_y}(x, -y)$.

При рассмотрении осевого смещения (вдоль z) квазиупругий коэффициент K_{M_z} зависит от всех трех координат (x, y, z), и поэтому графики его зависимости приводятся для некоторых дискретных значений z . Интересен тот факт, что до некоторого значения $z \approx \pm \delta_a$ квазиупругий коэффициент K_{M_z} является отрицательным (рис. 16, в). Это означает, что положение равновесия $z = 0$ неустойчиво [8, стр. 22], а магнитная сила F_{M_z} до этого значения не восстанавливающая, а отталкивающая [8, стр. 17]. Отталкивающей она остается при осевом смещении в пределах $z \approx \pm 2\delta_a$ (рис. 9, б), а, начиная с $z \approx \pm \delta_a$, квазиупругий коэффициент K_{M_z} становится положительным (рис. 16, в). Силовая характеристика магнитной силы F_{M_z} является жесткой во всем рассмотренном диапазоне осевых смещений, а также симметричной, так как $F_{M_z}(x, y, z) = -F_{M_z}(x, y, -z)$.

Заключение

В работе предложена методика численного определения с помощью метода конечных элементов силовых характеристик и квазиупругих коэффициентов магнитного подшипника на постоянных кольцевых магнитах при отклонении роторного магнита от положения

равновесия по всем трем координатам. Достоверность расчетной модели подтверждена сравнением результатов расчетов с экспериментальными данными.

Проведение с помощью этой модели серии численных экспериментов позволило доказать, что магнитные силы, возникающие в МППКМ, зависят от трех координат, определяющих положение подвижного магнита относительно неподвижного.

Для МППКМ с указанными геометрическими и физическими параметрами, которые были использованы в лабораторной экспериментальной установке «ротор на комбинированном магнитном подвесе», показано, что в пределах осевых отклонений, ограниченных номинальными зазорами осевого АМП, для радиальных составляющих магнитной силы можно с сохранением достаточной точности ограничиться зависимостью только от координат x и y , но не от одной из них, как предлагалось ранее. Кроме того, обнаружено, что осевая составляющая магнитной силы в некотором диапазоне является отталкивающей, а после некоторого значения осевого отклонения как в одну, так и в противоположную сторону становится притягивающей. Это подтверждает, что в такой конструкции МППКМ, равно как и во всех других конструкциях радиальных МППКМ, устойчивый подвес реализуется только в радиальном направлении, а в осевом такие МППКМ неустойчивы.

Использование силовых характеристик МППКМ в виде (7) или (8) и (9) с учетом (3) в математических моделях динамики роторов в МП позволит повысить их адекватность, а вид этих характеристик, полученных для МППМ конкретного типа (рис. 12, 15), подтверждает необходимость определения магнитных сил в радиальных МППМ не только в радиальном направлении, но и в осевом, и зависящих не только от радиальных смещений, но и от всех других обобщенных координат.

Литература

1. *Ануров Ю. М.* Разработка и эксплуатация серийных энергетических ГТУ на магнитных подшипниках / Ю. М. Ануров, Е. В. Литвинов // Восточ.-европ. журн. передовых технологий. – 2009. – № 4/4, Ч. 1. – С. 20–24.
2. *Ульянов Ю. М.* Система управління осьовим рухом ротора на комбінованому магнітному підвісі з пасивними радіальними і активним осьовим підшипниками / Ю. М. Ульянов, Г. Ю. Мартиненко, М. М. Смирнов // Зб. наук. пр. УкрДАЗТ. – 2008. – Вип. 97. – С. 107–118.
3. *Мартыненко Г. Ю.* Определение жесткостных характеристик радиальных магнитных подшипников на двух кольцевых постоянных магнитах / Г. Ю. Мартыненко // Вісн. НТУ «ХП». – 2007. – № 38. – С. 83–95.
4. *Мартыненко Г. Ю.* Определение силовых и жесткостных характеристик осевого активного магнитного подшипника при заданном законе управления / Г. Ю. Мартыненко // Вісн. НТУ «ХП». – 2008. – № 36. – С. 133–141.
5. *Мартиненко Г.* Вибір способу математичного опису динаміки ротора в комбінованому магнітному підвісі на підставі експериментальних досліджень / Г. Ю. Мартиненко // Дев'ятий міжнарод. симпозіум україн. інж.-мех. у Львові: Праці. – 2009. – С. 52–53.
6. *Мартыненко Г. Ю.* Математическое описание динамического поведения ротора в магнитных подшипниках в зависимости от принятых упрощений. 1. Жесткий ротор // Вісн. НТУ «ХП». – 2009. – № 30. – С. 95–119.
7. *Вибрации в технике: Справочник.* В 6-ти т. / Ред. В. Н. Челомей. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2: Колебания нелинейных механических систем. – 351 с.
8. *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механических колебаний / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1971. – 240 с.

Поступила в редакцию
21.12.09