

**СТРУКТУРНОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ  
НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ  
ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ  
ОБОБЩЕННЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ КРИТЕРИЕВ\***

**Введение.** В настоящее время все более актуальной становится задача создания эффективных систем структурного распознавания объектов и сигналов различной физической природы, в общем случае стохастических, а ее решение оказывается все более востребованным в различных областях практической деятельности, например в активно развивающихся системах телекоммуникации с кодовым разделением абонентов, в спутниковых радионавигационных системах, в системах защиты информации, радиоастрономии, сейсмологии и т.д. [1–4]. Известны варианты ее решения для непрерывных систем на основе анализа их фазовых портретов [4], мажоритарного анализа апостериорных дисперсий [5, 6], анализа оптимальных решений интегродифференциальных уравнений для апостериорных плотностей вероятности (АПВ) [7] и др. В то же время для дискретных многоструктурных нелинейных стохастических объектов, наблюдаемых в условиях помех с негауссовскими в общем случае распределениями, решение задачи структурной идентификации в общей постановке отсутствует.

В связи с этим рассмотрим общий подход к ее решению и его модификацию для одного из наиболее трудноидентифицируемых вариантов многоструктурного объекта — нелинейного объекта с быстрой сменой структур.

Для наглядности и большей детализации изложения синтеза процедуры структурной идентификации рассмотрим его в скалярном варианте (обобщение на векторный случай, как это видно из последующих построений, не содержит особенностей, требующих отдельного рассмотрения).

**1. Постановка задачи структурной идентификации дискретных систем со случайной сменой структур.** Пусть дискретный объект со случайной сменой структур задан в общем случае нелинейным разностным уравнением

$$x_k = f^{(l)}(x_{k-1}, n_{k-1}^{(l)}), \quad l = \overline{1, s}, \quad x_1 = x(1), \quad (1)$$

где  $k$  — текущий такт времени,  $x_k$  — переменная состояния в  $k$ -й момент времени;  $n_{k-1}^{(l)}$  — случайное возмущающее воздействие для структуры  $l$  объекта с известной плотностью распределения вероятности  $a^{(l)}(n^{(l)}, k)$ ;  $f^{(l)}(x_{k-1}, n_{k-1}^{(l)})$  — соответствующая структуре  $l$  известная нелинейная функция объекта, допускающая обращение.

Дискретное наблюдение переменных состояния в  $k$ -й момент времени осуществляется измерителем, описываемым в общем случае также нелинейным уравнением (уравнением наблюдения)

$$z_k = v(x_k, e_k), \quad (2)$$

где  $e_k$  — шум наблюдения с известной плотностью вероятности  $g(e, k)$ ;  $v$  — известная нелинейная функция наблюдения, допускающая обращение;  $z_k$  — дискретный отсчет сигнала наблюдения в  $k$ -й момент времени.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №12-07-00012-а).

Для сокращения дальнейшей записи набор сигналов наблюдения  $z_i$  ( $i = 1 \dots k$ ) обозначим  $z_1^k$ .

Апостериорные плотности вероятности переменной состояния объекта  $x$ , соответствующие различным структурам, для  $k$ -го момента времени определяются следующей системой уравнений [6, 8] (\* — признак ненормированности функции):

$$p^{*(l)}(x_k | z_1^k) = \frac{p^{*(l)}(x_k) \cdot h(z_k | x_k, l)}{p_z(z_k)} = \frac{p^{*(l)}(x_k) \cdot h(z_k | x_k, l)}{\sum_{i=1}^s \int_{-\infty}^{+\infty} p^{*(i)}(x_k) \cdot h(z_k | x_k, i) dx_k}, \quad l = \overline{1, s},$$

$$p^{*(l)}(x_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} p^{*(l)}(x_{k-1} | z_1^{k-1}) \cdot p^{(l)}(x_k | x_{k-1}) \cdot \left( 1 - \sum_{r=1 \neq l}^s u^{(lr)}(x_{k-1}, k) \right) dx_{k-1} + \quad (3)$$

$$+ \sum_{r=1 \neq l}^s \int_{-\infty}^{+\infty} p^{*(r)}(x_{k-1} | z_1^{k-1}) \cdot q^{(rl)}(x_k | x_{k-1}) \cdot u^{(rl)}(x_{k-1}, k) dx_{k-1},$$

где  $u^{(ij)}(x_{k-1}, k)$  — вероятность перехода процесса из структуры  $i$  в структуру  $j$  на  $k$ -м шаге (в общем случае является функцией переменной состояния объекта  $x_{k-1}$  в силу возможной зависимости процесса смены структуры от изменения состояния объекта);  $q^{(rl)}(x_k | x_{k-1})$  — условная плотность вероятности восстановления реализаций, описывающая распределение процесса  $x_k$  в момент времени  $k$  в структуре с номером  $l$  при условии, что в момент времени  $(k-1)$  реализация процесса была  $x_{k-1}$  в структуре с номером  $r$ ;  $h(z_k | x_k, l)$  — функция правдоподобия, определяемая выражением

$$h(z_k | x_k, l) = g(\bar{v}(z_k, x_k)) \cdot \frac{\partial \bar{v}(z_k, x_k)}{\partial z_k},$$

$\bar{v}(z_k, x_k)$  — функция, обратная функции наблюдения  $v(x_k, w_k)$ ;  $p^{(l)}(x_k | x_{k-1})$  — условная плотность вероятности перехода из состояния  $x_{k-1}$  в состояние  $x_k$  для  $l$ -й структуры,

$$p^{(l)}(x_k | x_{k-1}) = a^{(l)}(\bar{f}^{(l)}(x_k, x_{k-1})) \cdot \frac{\partial \bar{f}^{(l)}(x_k, x_{k-1})}{\partial x_k},$$

$\bar{f}^{(l)}(x_k, x_{k-1})$  — функция, обратная функции объекта  $f^{(l)}(x_{k-1}, n_k^{(l)})$ .

Для наглядности последующего изложения полагаем, что случайные возмущающие воздействия объекта  $n_k^{(l)}$ ,  $l = \overline{1, s}$ , и случайная последовательность шума наблюдения  $e_k$  статистически независимые.

С учетом приведенных выражений АПВ  $l$ -й структуры объекта (1), наблюдаемого измерителем (2), в соответствии с общим выражением (3) примет вид

$$p^{*(l)}(x_k | z_1^k) = \frac{p^{*(l)}(x_k) \cdot g(\bar{v}(z_k, x_k)) \cdot \frac{\partial \bar{v}(z_k, x_k)}{\partial z_k}}{\sum_{l=1}^s \int_{-\infty}^{+\infty} p^{*(l)}(x_k) \cdot g(\bar{v}(z_k, x_k)) \cdot \frac{\partial \bar{v}(z_k, x_k)}{\partial z_k} dx_k} =$$

$$\begin{aligned}
&= L^{(l)}(x_k, u^{(lr)}(x_{k-1}, k), u^{(rl)}(x_{k-1}, k), q^{(rl)}(x_k | x_{k-1})), r=1, 2, \dots, s, r \neq l, \\
p^{*(l)}(x_k) &= \int_{-\infty}^{+\infty} p^{*(l)}(x_{k-1} | z_1^{k-1}) \cdot a^{(l)}(\bar{f}^{(l)}(x_k, x_{k-1})) \times \\
&\quad \times \frac{\partial \bar{f}^{(l)}(x_k, x_{k-1})}{\partial x_k} \cdot \left( 1 - \sum_{r=1 \neq l}^s u^{(lr)}(x_{k-1}, k) \right) dx_{k-1} + \\
&\quad + \sum_{r=1 \neq l}^s \left( \int_{-\infty}^{+\infty} p^{*(r)}(x_{k-1} | z_1^{k-1}) \cdot q^{(rl)}(x_k | x_{k-1}) \cdot u^{(rl)}(x_{k-1}, k) dx_{k-1} \right).
\end{aligned} \tag{4}$$

Таким образом, апостериорную плотность вероятности многоструктурного стохастического объекта можно представить в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{cases}
p^{*(1)}(x_k | z_1^k) = L^{(1)}(x_k, u^{(1r)}(x_{k-1}, k), u^{(r1)}(x_{k-1}, k), q^{(r1)}(x_k | x_{k-1})), r=2, 3, \dots, s, \\
p^{*(2)}(x_k | z_1^k) = L^{(2)}(x_k, u^{(2r)}(x_{k-1}, k), u^{(r2)}(x_{k-1}, k), q^{(r2)}(x_k | x_{k-1})), r=1, 3, \dots, s, \\
\vdots \\
p^{*(l)}(x_k | z_1^k) = L^{(l)}(x_k, u^{(lr)}(x_{k-1}, k), u^{(rl)}(x_{k-1}, k), q^{(rl)}(x_k | x_{k-1})), r=1, 2, \dots, s, r \neq l, \\
\vdots \\
p^{*(s)}(x_k | z_1^k) = L^{(s)}(x_k, u^{(sr)}(x_{k-1}, k), u^{(rs)}(x_{k-1}, k), q^{(rs)}(x_k | x_{k-1})), r=1, 2, \dots, (s-1).
\end{cases} \tag{5}$$

Введем обозначения:

$$\mathbf{u}(x_{k-1}, k) = \begin{vmatrix} 0 & u^{(12)}(x_{k-1}, k) & \dots & u^{(1s)}(x_{k-1}, k) \\ u^{(21)}(x_{k-1}, k) & 0 & \dots & u^{(2s)}(x_{k-1}, k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u^{(s1)}(x_{k-1}, k) & u^{(s2)}(x_{k-1}, k) & \dots & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{u},$$

$$\mathbf{q}(x_k | x_{k-1}) = \begin{vmatrix} 0 & q^{(12)}(x_k | x_{k-1}) & \dots & q^{(1s)}(x_k | x_{k-1}) \\ q^{(21)}(x_k | x_{k-1}) & 0 & \dots & q^{(2s)}(x_k | x_{k-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q^{(s1)}(x_k | x_{k-1}) & q^{(s2)}(x_k | x_{k-1}) & \dots & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{q}.$$

С учетом введенных обозначений систему уравнений (5) можно представить следующим образом:

$$p^{*(l)}(x_k | z_1^k) = L^{(l)}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q}^{(l)}), \quad l = \overline{1, s},$$

где  $\mathbf{q}^{(l)}$  — обозначение векторов, образованных элементами столбца с номером  $l$  в матрице  $\mathbf{q}$ .

Для решения поставленной задачи введем критерий оптимальной идентификации текущей структуры объекта (1) по полученной совокупности наблюдений  $z_1^k$  (2), зависящий в общем случае нелинейно от АПВ всех структур:

$$J = \int_{x_1}^{x_2} \Phi(p^{*(1)}(x_k | z_1^k), p^{*(2)}(x_k | z_1^k), \dots, p^{*(s)}(x_k | z_1^k)) dx_k$$

или с учетом (5)

$$\begin{aligned}
 J &= \int_{x_1}^{x_2} \Phi(L^{(1)}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q}^{(1)}), L^{(2)}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q}^{(2)}), \dots, L^{(s)}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q}^{(s)})) dx_k = \\
 &= \int_{x_1}^{x_2} \Phi(\mathbf{L}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q})) dx_k, \\
 \mathbf{L}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q}) &= \begin{pmatrix} L^{(1)}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q}^{(1)}) \\ L^{(2)}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q}^{(2)}) \\ \vdots \\ L^{(s)}(x_k, \mathbf{u}, \mathbf{q}^{(s)}) \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $\Phi$  — известная нелинейная функция;  $x_1, x_2$  — заданная область определения переменной состояния многоструктурного объекта.

Различные вариации вида критериальной функции  $\Phi$  позволяют охватить достаточно широкий класс критериев оптимальности [7, 8]: для критерия минимума отклонения АПВ от некоторой заданной функции  $d$

$$\Phi(p) = (p - d)^2, \quad \Phi(p) = -p \ln \left( \frac{d}{p} \right)$$

(критерий Кульбака) и т.д.; для критерия максимума (минимума) вероятности существования параметров состояния в некоторой области пространства состояний  $\Phi(p) = \pm p$ ; для критерия максимума информации о текущем состоянии объекта

$$\Phi(p) = -p \left( \frac{\partial \ln p}{\partial x} \right)^2$$

(критерий Фишера),  $\Phi(p) = -p \log p$  (критерий Шеннона) и др.

Формирование конкретного вида вероятностного критерия (6) позволяет из условия обеспечения его оптимума определить неизвестные элементы матриц  $\mathbf{u}$  и/или  $\mathbf{q}$  и по найденным их значениям рассчитать АПВ каждой из структур многоструктурного объекта  $p^{*(l)}(x_k | z_1^k)$  в соответствии с выражением (4).

Окончательное решение задачи оптимальной структурной идентификации в подобной постановке предполагает определение вероятностей каждой из структур многоструктурного объекта на основе их АПВ в соответствии с выражением

$$P^{(l)} = \int_{-\infty}^{\infty} p^{*(l)}(x_k | z_1^k) dx_k, \quad l = \overline{1, s},$$

и последующую интерпретацию полученных результатов в пользу той или иной структуры — например путем выбора структуры с максимальной вероятностью существования. При этом следует отметить, что очевидным условием реализуемости предлагаемого подхода является возможность принципиальной различимости каждой из структур наблюдаемого многоструктурного объекта по характерным особенностям эволюции соответствующих АПВ (4), определяемым в соответствии с видом выбранного обобщенного вероятностного критерия.

**2. Решение задачи структурной идентификации объекта с быстроменяющейся структурой.** Очевидно, что выбор конкретного вида критерия (6), принципиально определяющий эффективность алгоритма идентификации, необходимо

осуществлять, исходя из физических особенностей наблюдаемого многоструктурного объекта и, в частности, такой его характеристики, как скорость смены его структур.

В связи с этим ниже рассмотрим синтез алгоритма структурной идентификации объекта с быстроменяющейся структурой, где для наглядности изложения считаем известной матрицу условных вероятностей восстановления  $\mathbf{q}$  и неизвестными — постоянные (точнее, кусочно-постоянные) элементы матрицы вероятностей перехода  $\mathbf{u}$ , не зависящие от переменной состояния объекта (что соответствует многоструктурным объектам с независимыми переходами). Тогда условие оптимизации вероятностного критерия (6) для рассматриваемого случая может быть определено как

$$\text{opt}_{\mathbf{u}} J = \text{opt}_{\mathbf{u}} \int_{x_1}^{x_2} \Phi(\mathbf{L}(x_k, \mathbf{u})) dx_k. \quad (7)$$

Для нахождения оптимального решения задачи (7) в настоящее время разработано достаточно много методов оптимизации, ориентированных на численную реализацию [9, 10]. При этом заметим, что эффективность того или иного метода существенно зависит от характерных особенностей исследуемого объекта и его наблюдателя. Одним из наиболее универсальных методов, позволяющих (при соответствующем выборе диапазона и шага числовой сетки искомых величин) получать глобальные оптимальные решения практически для любого вида целевой функции, является прямой метод равномерного поиска. Поэтому для решения поставленной задачи зададим предварительно числовую сетку искомых параметров вероятностей перехода в интервале их возможных значений  $[u_{\min}, u_{\max}]$  с шагом  $\Delta u$ . Тогда совокупность всех возможных их наборов можно представить в виде многомерной матрицы, элементами которой будут все различающиеся между собой комбинации значений (числовые матрицы) заданной сетки. Для удобства последующего изложения обозначим произвольный элемент такой многомерной матрицы вероятностей перехода через  $\langle \mathbf{u} \rangle$ .

Разработанный алгоритм идентификации быстроменяющихся структур представляет собой выполнение на каждом  $i$ -м шаге измерения для каждого численно заданного элемента  $\langle \mathbf{u} \rangle$  следующих этапов (субалгоритмов).

1. Производится расчет значений текущих вероятностей каждой структуры в соответствии с выражением

$$P_i^{(l)} = \int_{-\infty}^{\infty} p^{*(l)}(x_i, \langle \mathbf{u} \rangle | z_1^i) dx_i, \quad l = \overline{1, s}, \quad (8)$$

где  $i$  — текущий шаг алгоритма идентификации.

2. Определяется величина изменения вероятности каждой из структур относительно значения, рассчитанного на предыдущем шаге:

$$\Delta P_i^{(l)} = P_i^{(l)} - P_{i-1}^{(l)}, \quad l = \overline{1, s}. \quad (9)$$

Здесь важно заметить, что введение определения этой разности обусловлено спецификой рассматриваемого объекта — относительно быстрой сменой его структур, не позволяющей, как показали результаты моделирования, с необходимой точностью идентифицировать номер структуры, основываясь всегда только на очевидном критерии максимума вероятности структуры (рассчитанной в соответствии с (8)), а требующей также учитывать саму динамику изменения этих вероятностей.

Таким образом, определение номера текущей структуры наблюдаемого объекта производится окончательно в соответствии с правилом

$$\hat{l}_i^{(u)} \rightarrow \begin{cases} \max_l (P_i^{(l)}), & \text{если } \forall l: \Delta P_i^{(l)} \leq \Delta P_{\max} \\ \max_l (\Delta P_i^{(l)}), & \text{если } \exists l: \Delta P_i^{(l)} > \Delta P_{\max} \end{cases}, \quad l = \overline{1, s}, \quad (10)$$

где  $\hat{l}_i^{(u)}$  — оценка номера идентифицируемой структуры на  $i$ -м шаге алгоритма для соответствующей (одной из множества численно заданных) матрицы  $\langle u \rangle$ . При этом  $\hat{l}_1^{(u)} \rightarrow \max_l (P_1^{(l)})$ ;  $\Delta P_{\max}$  — заданное доверительное значение для рассчитываемых изменений вероятностей структур за один такт времени;  $\max_l (P_i^{(l)})$  — функция, значением которой является номер структуры, для которого рассчитанная в соответствии с (8) вероятность  $P_i^{(l)}$  максимальна;  $\max_l (\Delta P_i^{(l)})$  — функция, значением которой является номер структуры, для которого рассчитанное в соответствии с (9) значение изменения вероятности  $\Delta P_i^{(l)}$  максимальное.

3. Рассчитываются совокупности значений оценок номеров структур  $\hat{l}_1^{(u)}, \hat{l}_2^{(u)}, \dots, \hat{l}_i^{(u)}$ , полученных к  $i$ -му шагу алгоритма, значения их относительных частот появления в данной совокупности по формуле

$$O^{(l)} = \frac{N_l}{N_i}, \quad l = \overline{1, s},$$

где  $N_l$  — количество структур с номером  $\hat{l}^{(u)} = l$ , определенным в соответствии с правилом (10) к моменту времени  $i$ ;  $N_i$  — общее количество распознанных к моменту времени  $i$  структур, т.е.  $N_i = i$  и, следовательно,

$$O^{(l)} = \frac{N_l}{i}, \quad l = \overline{1, s}.$$

Далее при соответствующих значениях элементов матрицы вероятностей переходов  $u = \langle u \rangle$  определяются значения стационарных вероятностей всех структур  $P_{cm}^{(l)}$  ( $l = \overline{1, s}$ ), являющиеся решением известной системы уравнений [6, 8] (в предположении, что случайный процесс смены структур объекта является стационарным):

$$\begin{cases} P_{cm}^{(1)} = \sum_{l=1}^s P_{cm}^{(l)} \cdot u^{(1)}, \\ P_{cm}^{(2)} = \sum_{l=1}^s P_{cm}^{(l)} \cdot u^{(2)}, \\ \vdots \\ P_{cm}^{(s)} = \sum_{l=1}^s P_{cm}^{(l)} \cdot u^{(s)}, \\ \sum_{l=1}^s P_{cm}^{(l)} = 1. \end{cases} \quad (11)$$

Следует отметить, что определение вышеуказанных стационарных вероятностей для каждой численной матрицы  $\langle u \rangle$  достаточно произвести только один раз на первом шаге работы алгоритма, поскольку их значения постоянны.

4. Определяется для соответствующей числовой матрицы искомым параметром  $\langle \mathbf{u} \rangle$  значение квадратичного критерия  $J$ , характеризующего степень отклонения от носительных частот появления различных распознанных структур  $O^{(l)}$ ,  $l = \overline{1, s}$ , от рассчитанных в соответствии с (11) значений их стационарных вероятностей:

$$J = \sum_{l=1}^s (O^{(l)} - P_{cm}^{(l)})^2. \quad (12)$$

5. В качестве искомой матрицы вероятностей структурных переходов  $\hat{\mathbf{u}}$ , удовлетворяющей предлагаемому критерию, выбирается матрица  $\langle \mathbf{u} \rangle$ , для которой значение критерия (12) окажется наименьшим, т.е.

$$\langle \hat{\mathbf{u}} \rangle \rightarrow \min_{\langle \mathbf{u} \rangle} (\mathbf{J}),$$

где  $\mathbf{J}$  — многомерная матрица значений критерия (12) с элементами, соответствующими различным числовым матрицам вероятностей перехода  $\langle \mathbf{u} \rangle$ ;  $\min_{\langle \mathbf{u} \rangle} (\dots)$  — функция минимизации по числовой матрице  $\langle \mathbf{u} \rangle$ , результатом которой является матрица вероятностей структурных переходов  $\langle \hat{\mathbf{u}} \rangle$ , для которой значение критерия (12) минимально.

На заключительном этапе после определения оптимальной по критерию (12) матрицы вероятностей структурных переходов  $\langle \hat{\mathbf{u}} \rangle$  в качестве текущей оценки номера структуры  $\hat{l}_i$  выбирается оценка номера структуры  $\hat{l}_i^{\langle \hat{\mathbf{u}} \rangle}$ , сформированная в соответствии с правилом (10) уже для выбранных — оптимальных значений  $\langle \hat{\mathbf{u}} \rangle$ . Для сокращения вычислительных затрат расчет для остальных матриц вести целесообразно до момента отклонения критерия  $J$  от найденного значения  $\min_{\langle \mathbf{u} \rangle} (\mathbf{J})$  на заданную величину  $\sigma$  — при ее превышении расчет ведется уже для всего набора численно заданных матриц вероятностей переходов  $\langle \mathbf{u} \rangle$ .

Эффективность предложенного алгоритма для высокоточной идентификации быстроменяющихся структур нелинейного многоструктурного дискретного объекта проиллюстрирована приведенным ниже примером.

**3. Пример.** Пусть стохастический нелинейный объект со случайной сменой структуры задан следующей системой разностных уравнений:

Эффективность предложенного алгоритма для высокоточной идентификации быстроменяющихся структур нелинейного многоструктурного дискретного объекта проиллюстрирована приведенным ниже примером.

**3. Пример.** Пусть стохастический нелинейный объект со случайной сменой структуры задан следующей системой разностных уравнений:

$$\begin{cases} x_k^{(1)} = f^{(1)}(x_{k-1}^{(1)}, n_k^{(1)}) = x_{k-1}^{(1)} + n_k^{(1)} & \text{— для 1-й структуры, } l_1 = 2, x_1^{(2)} = 1, \\ x_k^{(2)} = f^{(2)}(x_{k-1}^{(2)}, n_k^{(2)}) = 1,3 \cdot \cos(x_{k-1}^{(2)}) + n_k^{(2)} & \text{— для 2-й структуры,} \end{cases} \quad (13)$$

где  $n_k^{(1)}$  — независимая гауссовская последовательность для 1-й структуры с нулевым средним и дисперсией  $D^{(1)} = 0,012$ ;  $n_k^{(2)}$  — независимая гауссовская последовательность для второй структуры с нулевым средним и дисперсией  $D^{(2)} = 0,01$ .

Матрица вероятностей структурных переходов для рассматриваемого примера выбиралась равной

$$\mathbf{u} = \begin{vmatrix} u^{(11)} & u^{(12)} \\ u^{(21)} & u^{(22)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{vmatrix}.$$

На рис. 1 представлены результаты моделирования процесса смены структур рассматриваемого объекта для  $k$  шагов работы алгоритма ( $k = 400$ ).

В качестве элементов матрицы условных плотностей вероятности восстановления реализаций  $q^{(12)}(x_k | x_{k-1})$ ,  $q^{(21)}(x_k | x_{k-1})$  для рассматриваемого примера

были выбраны нормальные плотности распределения с дисперсиями  $D_q^{(12)} = 0,012$ ,  $D_q^{(21)} = 0,01$  соответственно:

$$\mathbf{q}(x_k | x_{k-1}) = \begin{vmatrix} 0 & q^{(12)}(x_k | x_{k-1}) \\ q^{(21)}(x_k | x_{k-1}) & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot D_q^{(12)}}} \exp\left\{-\frac{(x_k - x_{k-1})^2}{2D_q^{(12)}}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot D_q^{(21)}}} \exp\left\{-\frac{(x_k - x_{k-1})^2}{2D_q^{(21)}}\right\} & 0 \end{vmatrix}.$$

Наблюдение переменных состояния заданного объекта осуществлялось линейным измерителем, описываемым уравнением

$$z_k = x_k + w_k,$$

где  $w_k$  — независимая гауссовская последовательность с нулевым средним и дисперсией  $D_w = 0,015$ .

На рис. 2 представлен график сигнала наблюдения заданного объекта для  $k$  шагов работы алгоритма ( $k = 400$ ).

Границы числовой сетки возможных значений искомым параметров вероятностей перехода и ее шаг выбирались равными:  $u_{\min} = 0,05$ ,  $u_{\max} = 0,5$ ,  $\Delta u = 0,05$ .

Априорные плотности вероятности переменных состояния для первой итерации алгоритма, соответствующие различным структурам рассматриваемого объекта, выбирались нормальными с дисперсиями  $D_0^{(1)} = 0,35$ ,  $D_0^{(2)} = 0,35$  и математическими ожиданиями  $m_0^1 = 1,2$ ,  $m_0^2 = 1,15$  соответственно для 1- и 2-й структур. При этом интересно отметить, что, как установлено в процессе эксперимента, отклонения средних значений априорных плотностей от начального значения переменной состояния не оказывают в дальнейшем существенного влияния на качество процедуры идентификации (алгоритм идентификации к ним устойчив).

Ниже представлены графики функций АПВ переменной состояния для каждой из структур  $L^{(1)}(x_k, \mathbf{u})$  (рис. 3) и  $L^{(2)}(x_k, \mathbf{u})$  (рис. 4) для  $k$  шагов алгоритма ( $k = 400$ ). Приведенные зависимости построены для элемента числовой матрицы вероятностей структурных переходов  $\langle \mathbf{u} \rangle$ , соответствующего истинным значениям вероятностей переходов, т.е. для  $\mathbf{u} = \begin{vmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{vmatrix}$ .

Интегралы, входящие в выражение (4), здесь и в дальнейшем определялись численно с использованием квадратурных формул с шагом  $\Delta = 0,005$ . Бесконечные пределы интегрирования по переменной  $x$  были заменены конечными, удовлетворяющими точностным требованиям к алгоритму идентификации ( $x_{\min} = 0,5$ ,  $x_{\max} = 1,2$ ).

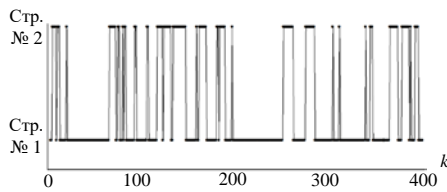


Рис. 1

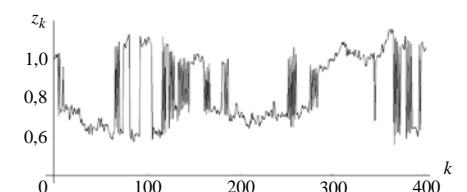


Рис. 2



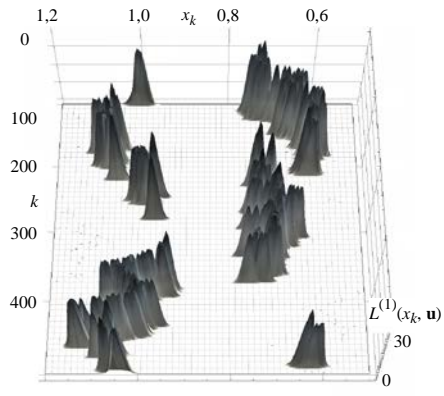


Рис. 3

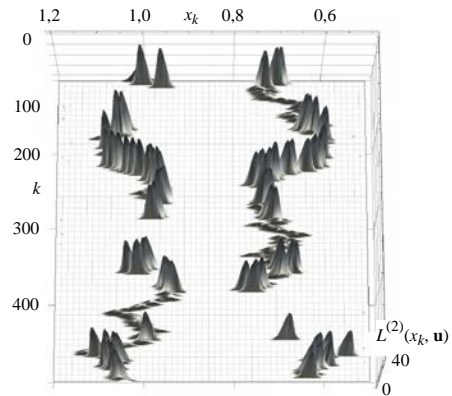


Рис. 4

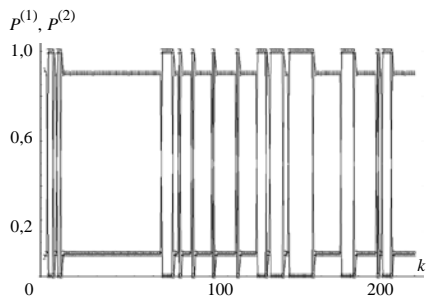


Рис. 5

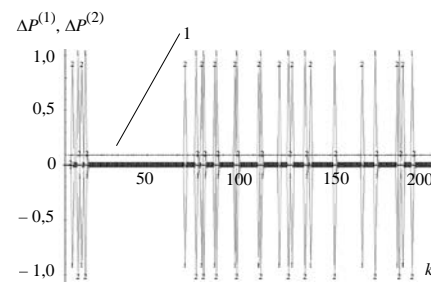


Рис. 6

На рис. 5 представлены временные графики изменения определенных по формуле (8) вероятностей каждой из структур  $P^{(1)}$  и  $P^{(2)}$  (для  $k \leq 200$ ). Здесь и далее значения, соответствующие 1- и 2-й структуре, отмечены на графиках символами 1 и 2 соответственно.

На рис. 6 приведены графики изменения во времени вариаций вероятности каждой из структур  $\Delta P^{(1)}$  и  $\Delta P^{(2)}$ , определенных по формуле (9) (для  $k \leq 200$  и с отмеченным экспериментально установленным пороговым значением  $\Delta P_{\max} = 0,09$ ).

На рис. 7 представлена зависимость значений критерия, входящего в выражение условия оптимизации (7), от идентифицируемых значений элементов матрицы вероятностей переходов  $u^{(12)}$ ,  $u^{(21)}$  для  $k$ -го шага алгоритма ( $k = 200$ ).

Как показали результаты моделирования, приведенная на рис. 7 зависимость характерна для оптимальных численных матриц  $\hat{\mathbf{u}}$ , получаемых на различных итерациях алгоритма. Как видно из приведенного графика, низшая (по ординате) точка построенной поверхности и, следовательно, минимальное значение предлагаемого критерия (7) располагаются в районе истинных значений искомого набора параметров  $u^{(12)} = u_{\text{true}}^{(12)} = 0,1$  и  $u^{(21)} = u_{\text{true}}^{(21)} = 0,2$ .

На рис. 8 представлен график зависимости оптимальных по критерию (7) оценок элементов матрицы вероятностей переходов  $\hat{u}^{(12)}$  и  $\hat{u}^{(21)}$  (обозначены на рисунке цифрами 1 и 2 соответственно) от номера шага работы алгоритма идентификации с отмеченными значениями истинных вероятностей  $u_{\text{true}}^{(12)}$  и  $u_{\text{true}}^{(21)}$  (обозначены на рисунке цифрами 3 и 4 соответственно).

Как видно из графика, отклонение оценок вероятностей перехода  $\hat{u}^{(12)}$ ,  $\hat{u}^{(21)}$  от их истинных значений  $u_{\text{true}}^{(12)}$ ,  $u_{\text{true}}^{(21)}$  после небольшого числа начальных шагов алгоритма идентификации не превышает одного шага выбранной числовой сетки  $\Delta u = 0,05$ .

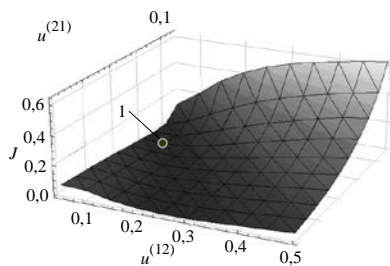


Рис. 7

Для количественной оценки эффективности предлагаемого алгоритма структурной идентификации определим показатель степени точности распознавания структур объекта  $Q$  по формуле

$$Q = \frac{N_{np}}{k} 100 \%,$$

где  $N_{np}$  — количество правильно распознанных структур к  $k$ -му шагу работы алгоритма;  $k$  — номер шага алгоритма идентификации.

На рис. 9 представлена результирующая зависимость степени точности распознавания структур многоструктурного объекта (13)  $Q$  от номера шага работы предложенного алгоритма структурной идентификации.

Как видно из графика, характерными особенностями здесь являются, во-первых, высокая точность распознавания структур, достигнутая уже к 40-му шагу алгоритма, несмотря на высокую частоту смены структур объекта, а во-вторых, ее плавно возрастающий характер по мере увеличения числа шагов идентификации.

**Заключение.** Предложенный подход, позволяя решить задачу оптимальной структурной идентификации нелинейных дискретных объектов в самом общем случае, легко адаптируется к поиску решения для различных практически важных частных случаев, что проиллюстрировано приведенным примером объекта с быстрой сменой структур. Модификация подхода для данного объекта потребовала, в свою очередь, разработки нового критерия оптимизации (7) и нетрадиционного правила распознавания структур (10), ориентированного на их быструю смену.

В качестве основной проблемы практической реализации предлагаемого в работе подхода следует отметить достаточно высокий уровень его вычислительной сложности, однако, учитывая современные тенденции развития вычислительных средств, характер проблемы подобного рода не имеет принципиального значения.

Экспериментально подтвержденная точность и оперативность распознавания быстромменяющихся структур позволяют рекомендовать разработанный подход для практического использования в системах спутниковой навигации, радиолокации, радиоастрономии, сейсмологии и т.д.

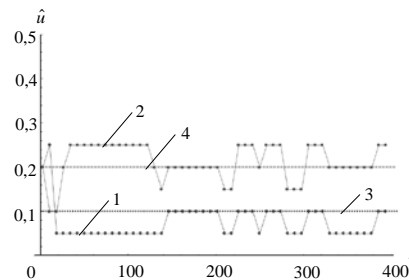


Рис. 8

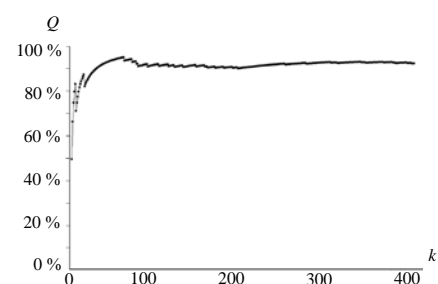


Рис. 9

*П.О. Кучеренко, С.В. Соколов*

## СТРУКТУРНЕ РОЗПІЗНАВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ УЗАГАЛЬНЕНИХ ІМОВІРНІСНИХ КРИТЕРІЇВ

Доведено актуальність дослідження методів стохастичного структурного розпізнавання дискретних багатоструктурних нелінійних об'єктів, що спостерігаються за умов перешкод з негаусівськими в загальному випадку розподілами. Запропоновано підхід до розв'язання задачі структурного розпізнавання дискретних об'єктів з випадковою зміною структури на основі узагальнених імовірнісних критеріїв. Розглянуто модельний приклад розпізнавання структур нелінійного об'єкта з швидкозмінною структурою, що ілюструє ефективність запропонованого підходу.

*P.A. Kucherenko, S.V. Sokolov*

## STRUCTURAL RECOGNITION OF THE NONLINEAR DISCRETE DYNAMIC OBJECTS BASED ON THE GENERALIZED PROBABILISTIC CRITERIA

The urgency of the researches concerning the structural recognition problems of discrete stochastic nonlinear multi-structured objects observed in the presence of the non-Gaussian interferences is proved. An approach to the structure recognition of the discrete random structure systems based on the generalized probabilistic criteria is offered. A numeric example for the object with a rapidly changing structure is considered.

1. *Варакин Л.Е.* Теория систем сигналов. — М. : Сов. радио, 1978. — 304 с.
2. *Соловьев Ю.А.* Спутниковая навигация и ее приложения. — М. : Эко-Трендз, 2003. — 326 с.
3. *Ярлыкова С.М.* Математические модели принимаемых шумоподобных сигналов в спутниковых системах мобильной связи с кодовым разделением каналов // Радиотехника. — 2002. — № 12. — С. 27–35.
4. *Карабутов Н.Н.* Структурная идентификация систем: Анализ динамических структур. — М. : МГИУ, 2008. — 160 с.
5. *Артёмьев В.М.* Теория динамических систем со случайными изменениями структуры. — М. : Высш. шк., 1979. — 160 с.
6. *Казаков И.Е., Артёмьев В.М.* Оптимизация динамических систем случайной структуры. — М. : Наука, 1980. — 384 с.
7. *Хуторцев В.В., Соколов С.В., Шевчук П.С.* Современные принципы управления и фильтрации в стохастических системах. — М. : Радио и связь, 2001. — 808 с.
8. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. — М. : Радио и связь, 1991. — 608 с.
9. *Измаилов А.Ф., Солодов М.В.* Численные методы оптимизации. — М. : Физматлит, 2003. — 304 с.
10. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации. — М. : Факториал, 2002. — 824 с.

*Получено 23.07.2013  
После доработки 22.08.2013*