

М.Ф. Семенюк¹, Г.О. Сіренко², Л.М. Солтис²

Контактні явища на гавсовських анізотропних та ізотропних шорстких поверхнях, змодельованих випадковим полем

¹Хмельницький національний університет,

вул. Інститутська, 11, м. Хмельницький, 29016, Україна

²Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,

вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76025, Україна

Тел. (0342) 77.64.15; (096) 813.93.53, e-mail: sirenkog@rambler.ru

Виходячи з опису гавсовських шорстких поверхонь на основі моделі випадкового поля знайдені математичні вирази для розрахунку: питомої площі анізотропної шорсткої поверхні з жорсткою рівною; питомого об'єму зазору контакту анізотропної шорсткої поверхні з жорсткою рівною; фактичної площі пружно-пластичного контакту (ФПК) шорсткої анізотропної поверхні з жорсткою рівною; коефіцієнта тертя пружного контакту шорсткої анізотропної поверхні з рівною; термічного опору пружно-пластичного контакту шорсткої анізотропної поверхні з жорсткою рівною; адгезійної взаємодії еліпсоїдної вершини виступу шорсткої поверхні з жорсткою рівною поверхнею з урахуванням деформації у зоні контакту. З отриманих формул знайдені аналогічні вирази для ізотропної моделі шорсткої поверхні. За результатами дослідження зношування полімерного композиту під час контакту зі сталним контртілом знайдена залежність величин питомої площі поверхні контртіла від шляху тертя та питомої інтенсивності зношування композиту від питомої площі поверхні контртіла, отриманої під час тертя та зношування.

Ключові слова: питома площа, анізотропна шорстка поверхня, ізотропна шорстка поверхня, жорстка рівна поверхня, модель випадкового поля, номінальна площа, питомий об'єм, коефіцієнт тертя, фактична площа контакту, термічний опір, адгезія.

Стаття постуила до редакції 23.03.2011; прийнята до друку 15.06.2011.

Вступ

1. У [1] приведений аналіз математичних моделей опису шорсткості поверхні твердих тіл на основі теорії випадкового поля, з якого випливають висновки про продуктивність використання цієї моделі.

2. Використовуючи модель випадкового поля шорсткої поверхні і не пов'язуючи її з автокореляційною функцією (АКФ) якогось певного виду, і не використовуючи припущення, які прийняті для опису поверхні одномірними випадковими функціями або поверхні із сильною анізотропією і орієнтованими мікронерівностями, а також не припускаючи певної форми нерівностей, в [2–6] отримано співвідношення для щільності ймовірності розподілу висот вершин, розподілу кривин у вершинах мікронерівностей, градієнту анізотропної та ізотропної поверхонь.

3. Шорсткість поверхні значно впливає на такі процеси: тертя та зношування; контактні деформації; корозійну стійкість; концентрацію напруг; ударну міцність; вібраційну активність; аеродинамічні властивості поверхні; гідродинамічний опір поверхонь; обтікання тіла рідиною та газами; герметичність з'єднань; міцність пресових нерухомих з'єднань;

здатність поверхонь до запилення; електроконтактний та теплоконтактний опори; магнітні властивості; відбивання від поверхні та проходження через прозоре чи напівпрозоре тіло електромагнітних хвиль; розпушення ниток в текстильних машинах і якість тканини; теплопровідність і радіаційні властивості; міцність і якість покриття; змочування поверхні твердих тіл крапельними рідинами та розтопами металів та полімерів; електрохімічне полірування та травлення; конденсація на поверхні та випаровування з поверхні, кипіння; перегін (сублімація) з поверхні та деперегін (конденсація газу або рідини) на поверхню твердого тіла; адсорбція, адгезія, когезія твердих тіл, зчеплення поверхонь; електроконтактні та електрокінетичні явища; електроосмос та електрофорез; розподіл ζ -потенціалу біля поверхонь; течія газів, рідин через зазори та пори; розрахунок фактичної площі контакту, коефіцієнта тертя, питомої поверхні та питомого об'єму зазора між шорсткими поверхнями; переніс енергії від поверхонь у розріджених газах тощо [7–10].

4. У [11–27] показана придатність теорії випадкового поля та, відповідно, отриманих співвідношень [2–6], для опису контактних явищ, при цьому порівняння розрахунків фактичної площі пружно-

пластичного контакту (ФПК) шорсткої гавсовської анізотропної поверхні з рівною методом випадкового поля з результатами експериментального визначення ФПК оптико-акустичним методом показало на близькість експериментальних даних і результатів розрахунків [28–30].

5. Тому, під час опису таких контактних явищ, як тертя, зношування та мащення, адсорбція, змочування, електрокінетичні та електрохімічні процеси, процеси хімічної кінетики та каталізу та ін., необхідно знати питому площу \bar{s} , фактичну площу пружно-пластичного контакту (ФПК) шорсткої поверхні з рівною. Наприклад, крайові кути змочування для рівної (θ) та шорсткої поверхонь (θ_m) пов'язані співвідношенням: $\cos\theta_m = \bar{s} \cos\theta$ [31].

6. Під час визначення термічного опору середовища, характеру витоку газу або рідини через контактні шпарини, впливу шорсткості поверхні на посадку деталей машин тощо дуже важливо знати питомий об'єм зазору між шорсткими поверхнями, тобто об'єм простору між контактуючими поверхнями, що припадає на одиницю номінальної площі. Цей об'єм, який розрахований за допомогою опорних кривих [32–34], має недоліки, які властиві самому методу опорних кривих.

7. Математичний опис шорстких поверхонь дозволяє отримати вирази для розрахунку коефіцієнта тертя пружного контакту шорсткої анізотропної поверхні з рівною, який має місце під час тертя та зношування полімерів по металу. Цей опис дозволяє отримати формулу для розрахунку термічного опору пружно-пластичного контакту шорсткої анізотропної поверхні з рівною та адгезійної взаємодії в зоні контакту цих поверхонь.

I. Теоретична частина

Нехай шорстка поверхня твердого тіла уявляє собою гавсовську модель і описується рівнянням $z = z(x, y)$, де z – висота нерівностей шорсткої поверхні, а x, y – декартові координати. Введемо змінні [2, 6]: $\varepsilon_1 = z$; $\varepsilon_2 = \frac{\partial z}{\partial x}$; $\varepsilon_3 = \frac{\partial z}{\partial y}$. Решта позначень див. [2, 11, 12].

1. Питома площа гавсовської поверхні.

1.1. Введемо означення питомої площі гавсовської анізотропної шорсткої поверхні, яка припадає на одиницю номінальної площі ідеально рівної поверхні, як площу, що дорівнює [11]:

$$s = \frac{1}{L^2} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2} \, dx dy, \quad (1)$$

спільна щільність ймовірностей величин $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ має вигляд [2, 5]:

$$p(\varepsilon_2, \varepsilon_3) = \frac{1}{2p\sqrt{\Delta_1}} \times \exp\left[-\frac{1}{2\Delta_1}(m_{02}\varepsilon_2^2 - 2m_{11}\varepsilon_2\varepsilon_3 + m_{20}\varepsilon_3^2)\right], \quad (2)$$

$$\text{де } \Delta_1 = \begin{vmatrix} m_{20} & m_{11} \\ m_{11} & m_{02} \end{vmatrix};$$

m_{02}, m_{11}, m_{20} – моменти спектральної щільності другого порядку анізотропної шорсткої поверхні [1, 3].

1.2. Математичне сподівання питомої площі анізотропної поверхні дорівнює [11]:

$$\bar{s} = M\bar{s} = M\left(\frac{1}{L^2} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2} \, dx dy\right) = \frac{1}{2p\sqrt{\Delta_1}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2} \times \quad (3)$$

$$\times \exp\left[-\frac{1}{2\Delta_1}(m_{02}\varepsilon_2^2 - 2m_{11}\varepsilon_2\varepsilon_3 + m_{20}\varepsilon_3^2)\right] d\varepsilon_2 d\varepsilon_3,$$

де L – довжина профілю поверхні.

Введемо нові змінні ζ, φ :

$$\begin{cases} \varepsilon_2 = z \cos j; \\ \varepsilon_3 = z \sin j. \end{cases} \quad (4)$$

Площина зміни нових змінних:

$$\begin{cases} 0 \leq j \leq 2p; \\ 0 \leq z < \infty. \end{cases} \quad (5)$$

Тоді питома площа анізотропної шорсткої поверхні дорівнює [11]:

$$\begin{aligned} \bar{s} &= \frac{1}{2p\sqrt{\Delta_1}} \int_0^{2p} \int_0^{\infty} z(1+z^2)^{1/2} \exp\left[-\frac{z^2}{2\Delta_1} \times \right. \\ &\quad \times (m_{02} \cos^2 j - 2m_{11} \sin j \cdot \cos j + \\ &\quad \left. + m_{20} \sin^2 j)\right] dj dz = \Delta_1^{-1/2} \int_0^{\infty} z(1+z^2)^{1/2} \times \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{M_2 z^2}{4\Delta_1}\right) I_0\left[\frac{z^2(M_2^2 - 4\Delta_1)^{1/2}}{4\Delta_1}\right] dz, \end{aligned} \quad (6)$$

де $M_2 = m_{20} + m_{02}$;

I_0 – нульова функція Бесселя з уявним аргументом [32].

Якщо позначити $t = z^2$, то (6) буде зведено до (7):

$$\bar{s} = \frac{1}{2\Delta_1^{1/2}} \int_0^{\infty} (1+t)^{1/2} \left(-\frac{M_2 t}{4\Delta_1}\right) I_0\left[\frac{t(M_2^2 - 4\Delta_1)^{1/2}}{4\Delta_1}\right] dt. \quad (7)$$

1.3. Для ізотропної шорсткої поверхні, коли $m_{02} = m_{11} = m_{20} = m_2$; $M_2 = 2m_2$; $\Delta_1 = m_2^2$, то (7) набуде вигляду для питомої поверхні:

$$\bar{s} = \frac{1}{2m_2} \int_0^{\infty} (1+t)^{1/2} \exp\left(-\frac{t}{2m_2}\right) dt, \quad (8)$$

де m_2 – момент спектральної щільності другого порядку ізотропної шорсткої поверхні [1–6].

Після інтегрування (8) отримуємо у кінцевому вигляді вираз для питомої площі ізотропної шорсткої поверхні [11]:

$$\bar{s} = 1 + \sqrt{\frac{p m_2}{2}} \exp\left(\frac{1}{2m_2}\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2m_2}}\right)\right] =$$

$$= 1 + \sqrt{\frac{p m_2}{2}} \exp\left(\frac{1}{2m_2}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2m_2}}\right). \quad (9)$$

1.4. Інтеграл помилок.

У виразі (9)

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^x \exp(-t^2) dt - \quad (10)$$

інтеграл ймовірностей (інтеграл помилок; функція помилок) [35, 36], де $|x| < \infty$, $x = \frac{1}{\sqrt{2m_2}}$.

У виразі (10) властивості функції помилок:

$$\operatorname{erf}(0) = 0; \quad \operatorname{erf}(0,5) = 0,5284; \quad \operatorname{erf}(x) = -\operatorname{erf}(-x);$$

$$\operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{erf}(x) \rightarrow 1; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{erf}(x) \rightarrow -1 \quad [35, 36];$$

$$\frac{d[\operatorname{erf}(x)]}{dx} = \frac{2}{\sqrt{p}} \exp(-x^2) \quad [37].$$

Додатковий інтеграл ймовірностей (доповнююча функція помилок) [35, 36]:

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt. \quad (11)$$

Неелементарні функції erf(x) і, відповідно, erfc(x) малодосліджені, тому необхідне дослідження кількох формул для їх розрахунку [35–37].

Нами показано [59], що для розрахунку питомої площі та інших характеристик поверхні необхідно піддати аналізу функцію помилок, яка входить у відповідні математичні вирази. Представлення функції помилок у вигляді ряду Тейлора з інтегруванням почленно чи методом ітеративного обчислення, ряду з оберненою функцією помилок, через експоненціальний асимптотичний розклад додаткової функції помилок, представлення інтегралу помилок через гамма-функцію не є продуктивним [35, 38, 39].

Знайдемо наближену формулу для визначення питомої площі. Відомо, що при $0 \leq x < \infty$ має місце наближення [11]:

$$\operatorname{erf} x \approx 1 - \exp(-x^2) \sum_{i=1}^5 a_i y^i, \quad (12)$$

де $y = 1/(1+0,3275911x)$;

a_1, \dots, a_5 – числові коефіцієнти.

Найбільша абсолютна помилка такої заміни складає $1,5 \cdot 10^{-7}$. Тоді за [11] питома площа поверхні:

$$\bar{s} \approx 1 + \sqrt{\frac{p m_2}{2}} \sum_{i=1}^5 a_i \tilde{y}^i, \quad (13)$$

$$\text{де } \tilde{y} = \left(1 + \frac{0,3275911}{\sqrt{2m_2}}\right)^{-1}. \quad (14)$$

2. Питомий об'єм зазору контакту анізотропної шорсткої поверхні з жорсткою рівною.

Отримаємо формулу для визначення питомого об'єму зазору, застосувавши теорію випадкових полів.

Нехай відстань між середньою площиною шорсткої та рівної поверхонь при заданому зусиллі дорівнює d . Введемо безрозмірну величину $h = m_{00}^{-1/2} d$ (де m_{00} – момент нульового порядку спектральної щільності анізотропної шорсткої поверхні [2, 3]), яку назовемо наближенням. Очевидно, що, якщо розглядати виступ висотою e'_1 шорсткої поверхні, то наближення h і зближення h_c зв'язані співвідношенням [11]:

$$h_c(e'_1) = e'_1 - h, \quad (15)$$

де $e'_1 = \frac{z - \bar{z}}{s} = \frac{z - 0}{s} = \frac{z}{s} = \frac{z}{\sqrt{m_{00}}}$ – безрозмірна

висота виступів мікро- або нанощорсткої поверхні; $\bar{z} = 0$ – висота середньої площини.

Зауважемо, що наближення зв'язано з ансамблем нерівностей, а зближення – з одиничною самою високою нерівністю. Як відомо, математичне сподівання питомої площі опорної поверхні на рівні ϵ_1 у випадку гавсовського поля визначається за формулою [10]:

$$\bar{A}_M(\epsilon_1) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\epsilon_1}{\sqrt{2m_{00}}}\right)\right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\epsilon_1}{\sqrt{2m_{00}}}\right). \quad (16)$$

Тоді питомих об'єм зазору під час контакту анізотропної шорсткої поверхні з жорсткою рівною дорівнює [11]:

$$V_3(h) = \int_{-\infty}^d [1 - \bar{A}_M(\epsilon_1)] d\epsilon_1 =$$

$$= \frac{1}{2} m_{00}^{1/2} \int_{-\infty}^h \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{e'_1}{\sqrt{2}}\right)\right] de'_1. \quad (17)$$

Після інтегрування (17) отримаємо у кінцевому вигляді вираз (18) для питомого об'єму зазора під час контакту **гавсовської анізотропної шорсткої поверхні з жорсткою рівною** [11]:

$$V_3(h) = \frac{m_{00}^{1/2}}{2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{p}} \exp\left(-\frac{h^2}{2}\right) + h \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{h}{\sqrt{2}}\right)\right] \right\}, \quad (18)$$

де $h = m_{00}^{-1/2} d$; e'_1 – зведена висота нерівності.

Під час контакту **гавсовської ізотропної шорсткої поверхні з жорсткою рівною**, коли $m_{00} = m_0$, вираз (18) запишемо у вигляді:

$$V_3(h) = \frac{m_0^{1/2}}{2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{p}} \exp\left(-\frac{h^2}{2}\right) + h \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{h}{\sqrt{2}}\right)\right] \right\},$$

де $h = m_0^{-1/2} d$; m_0 – момент нульового порядку спектральної щільності ізотропної шорсткої поверхні.

3. Фактична площа пружно-пластичного контакту (ФПК) шорсткої анізотропної поверхні з жорсткою рівною.

Метод розрахунку ФПК, в основі якого лежить теорія випадкових полів, застосований в [40] для випадку пружного контактування ізотропної поверхні,

при цьому розміри форми мікроставувів були прийняті незмінними за висотою. Так як розміри виступів змінюються з висотою [2, 11], то при розрахунку ФПК пружно-пластичного контакту надалі не буде використовуватися припущення про незалежність кривин і відношення головних кривин вершин мікроставувів від висоти, тобто не буде використовуватися гіпотеза про сталість розмірів форми мікроставувів за висотою. Крім того, будемо враховувати, що виступи, що мають різні розміри, будуть мати і різні критичні зближення, тобто такі зближення, при яких настає пластична деформація. Припустимо, що вершини виступів мають форму еліпсоїдів, що найбільш вірогідно в технологічному відношенні [41].

Під час розрахунку ФПК будемо враховувати осадження пластично деформованих мікроставувів в основний матеріал. Зауважимо, що для розрахунку цього осадження необхідно знати закон розподілу розмірів основ виступів, який пов'язаний із законом розподілу висот мікроставувів, що приводить до вирішення завдання знаходження розподілу амплітуд западин і вершин, яке вирішене лише для випадкових процесів і тільки для вузькосмугастого спектру [42]. У цьому випадку розподіл амплітуд підкоряється закону Релея. Якщо ж спектр не є вузькосмугастим, то відомо лише те, що розподіл амплітуд відрізняється від закону Релея, і тільки. Тому, в першому наближенні за [43] приймемо, що середня висота мікроставувів дорівнює R_z [8, 9].

Будемо притримуватися структури розрахунку ФПК за відомою загальною схемою [44].

Враховуючи [45], площу одиничного контакту A_{iy} і зусилля на контакті N_{iy} для нерівності висотою e'_1 при заданому наближенні h можна у випадку пружного контакту розрахувати за формулами [12]:

$$A_{iy}(e'_1) = \mathfrak{R}_1(e'_1) m_{00}^{1/2} \frac{e'_1 - h}{H(e'_1)}; \quad (19)$$

$$N_{iy}(e'_1) = \mathfrak{R}_2(e'_1) E' m_{00}^{3/4} \frac{(e'_1 - h)^{3/2}}{H^{1/2}(e'_1)}, \quad (20)$$

де
$$\mathfrak{R}_1(e'_1) = \frac{pE(e_y)}{U(e_y)(1 - e_y^2)^{1/2}}; \quad (21)$$

$$\mathfrak{R}_2(e'_1) = \frac{2p}{3U(e_y)} \left[\frac{E(e_y)}{U(e_y)(1 - e_y^2)} \right]^{1/2}; \quad (22)$$

$U(x)$, $E(x)$ – повні еліптичні інтеграли Лежандра 1-го та 2-го роду [35];

e_y – ексцентриситет ділянки контакту пружно деформованого виступу, який визначається за рівнянням [45]:

$$l(e'_1) = \frac{(1 - e_y^2)[U(e_y) - E(e_y)]}{E(e_y) - (1 - e_y^2)U(e_y)}, \quad (23)$$

де $l(e'_1)$ – співвідношення головних кривин у вершині виступу висотою e'_1 .

Втім, для визначення ексцентриситету можна скористатися і наближеною формулою [46]:

$$e_y \approx \sqrt{1 - l^{4/3}(e'_1)}. \quad (24)$$

Критичне зближення $h_{ck}(e'_1)$, яке відповідає переходу виступу з пружного у пластичний стан, можна знайти із співвідношення [12]:

$$q_m = \frac{N_{iy}(e'_1)}{A_{iy}(e'_1)}, \quad (25)$$

де q_m – тиск, що відповідає переходу виступу з пружного у пластичний стан, який, наприклад, для металополімерних пар тертя рівний пружній твердості НВ полімеру [47]. З (25) отримуємо [12]:

$$h_{ck}(e'_1) = \frac{9q_m^2}{4m_{00}^{1/2}(E')^2} \frac{E(e_y)U(e_y)}{H(e'_1)}, \quad (26)$$

де E' – зведений модуль пружності Юнга контактуючих твердих тіл.

Вершини, для яких виконується умова $(e'_1 - h) \geq h_{ck}(e'_1)$, деформуються пластично, а ті вершини, для яких $(e'_1 - h) < h_{ck}(e'_1)$, деформуються пружно.

Розглянемо пластично деформований виступ висотою e'_1 . Площа одиничного контакту при заданому наближенні h [47] дорівнює:

$$A_{in}(e'_1) = 2pm_{00}^{1/2} \frac{e'_1 - h}{K^{1/2}(e'_1)}, \quad (27)$$

де $K(e'_1)$ – повна кривина у вершині мікроставувів висотою e'_1 [2, 11].

Навантаження, що припадає на виступ висотою e'_1 (без урахування осадження основи) дорівнює [12]:

$$N_{in}(e'_1) = 2pm_{00}^{1/2} q_m \frac{e'_1 - h}{K^{1/2}(e'_1)}. \quad (28)$$

Під дією навантаження $N_{in}(e'_1)$ відбувається не тільки пластична деформація вершини, але і занурення основи виступу в основний матеріал. Для того, щоби врахувати це занурення, необхідно знати розміри і ексцентриситет еліптичної основи виступу.

Розмістимо початок системи декартових координат у вершині еліптичного виступу таким чином, щоб вісь oo нормальна до рівної поверхні, а осі ox , oy лежать у площинах головних нормальних перерізів. Якщо $\omega(x,y)$ – рівняння поверхні виступу, то розкладаючи $\omega(x,y)$ у ряд Тейлора [38] і нехтуючи членами третього порядку, отримуємо рівняння еліптичної поверхні в наступному вигляді [12]:

$$w = \frac{1}{2} H_1 x^2 + \frac{1}{2} H_2 y^2, \quad (29)$$

де H_1, H_2 – головні кривини у вершині виступу висотою e'_1 [11].

Переріз на рівні ω представляє собою еліпс [12]:

$$\frac{x^2}{2w/H_1} + \frac{y^2}{2w/H_2} = 1 \quad (30)$$

з півосями

$$a_1 = \sqrt{\frac{2w}{H_2}}; \quad b_1 = \sqrt{\frac{2w}{H_1}}. \quad (31)$$

Ексцентриситет еліпсу

$$e_n = \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{b_1^2}} = \sqrt{1 - l(e'_1)}. \quad (32)$$

Якщо прийняти середню амплітуду висот рівною R_z , то розмір більшої півосі основи виступу буде дорівнювати:

$$b' = \sqrt{\frac{2R_z}{H_1(e'_1)}}, \quad (33)$$

то сумарне переміщення вершини виступу [12]:

$$e'_1 - h = \frac{N_{in}(e'_1)K^{1/2}(e'_1)}{2p m_{00}^{1/2} q_m} + \frac{U(e_n)N_{in}(e'_1)}{p E' b'}$$

Другий доданок отримується для осадження основи виступу, який розглядаємо як вкорінення жорсткого еліптичного циліндричного штамп з ексцентриситетом e_n і великою піввіссю b' у пружний напівпростір. Звідси отримуємо залежність між навантаженням $N_{in}(e'_1)$, що припадає на виступ висотою e'_1 і зближенням $(e'_1 - h)$ з урахуванням осадження основи пластично деформованого виступу [12]:

$$N_{in}(e'_1) = 2p m_{00}^{1/2} q_m \mathfrak{R}_3(e'_1) \frac{e'_1 - h}{K^{1/2}(e'_1)}, \quad (34)$$

$$\text{де } \mathfrak{R}_3(e'_1) = \left\{ 1 + \frac{U(e_n)q_m}{E'} \left[\frac{2H_1(e'_1)m_{00}}{R_z K(e'_1)} \right]^{1/2} \right\}^{-1}; \quad (35)$$

$$\mathfrak{R}_3(e'_1) < 1.$$

Виходячи з щільності вершин мікронерівностей D [48] і щільності ймовірностей висот вершин $p(e'_1)$ [2], отримуємо вирази для щільності плям контакту δ при заданому наближенні [12]:

$$d = D \int_h^\infty p(e'_1) de'_1. \quad (36)$$

Для математичного сподівання площі плями контакту \bar{A}_i та зусилля на плямі контакту \bar{N}_i під час пружно-пластичного контакту маємо [12]:

$$\bar{A}_i = \frac{D m_{00}^{1/2}}{d} \int_h^\infty p(e'_1) (e'_1 - h) \times \left[\mathfrak{R}_1(e'_1) \frac{V_1[x_1(e'_1)]}{H(e'_1)} + \frac{2pV_2[x_2(e'_1)]}{K^{1/2}(e'_1)} \right] de'_1; \quad (37)$$

$$\bar{N}_i = \frac{D m_{00}^{1/2}}{d} \int_h^\infty p(e'_1) (e'_1 - h) \times \left[E' m_{00}^{1/4} \mathfrak{R}_2(e'_1) \frac{(e'_1 - h)^{1/2}}{H^{1/2}(e'_1)} V_1[x_1(e'_1)] + 2pq_m \mathfrak{R}_3(e'_1) \frac{V_2[x_2(e'_1)]}{K^{1/2}(e'_1)} \right] de'_1, \quad (38)$$

де \bar{H} – середня кривина у вершині виступу висотою e'_1 [2];

$$x_1(e'_1) = h_{ck}(e'_1) + (h - e'_1); \quad x_2(e'_1) = (e'_1 - h) - h_{ck}(e'_1); \quad (39)$$

$$V_1(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 > 0; \\ 0, & x_1 \leq 0; \end{cases} \quad V_2(x_2) = \begin{cases} 1, & x_2 \geq 0; \\ 0, & x_2 < 0. \end{cases} \quad (40)$$

Для пружного контакту $V_2=0$, для $V_1=0$. Якщо A_a – номінальна площа контакту, то для ФПК і повного навантаження при заданому наближенні h маємо [12]:

$$A_h = A_a \bar{A}_i d; \quad (41)$$

$$N_h = A_a \bar{N}_i d. \quad (42)$$

Відношення ФПК до номінального

$$h_{h,a} = \frac{A_h}{A_a} = \bar{A}_i d. \quad (43)$$

Номінальна напруга на площині контакту [12]:

$$s_{ном} = \frac{N_h}{A_a} = \frac{D m_{00}^{1/2}}{d} \int_h^\infty p(e'_1) (e'_1 - h) \times \left[E' m_{00}^{1/4} \mathfrak{R}_2(e'_1) \frac{(e'_1 - h)^{1/2}}{H^{1/2}(e'_1)} V_1[x_1(e'_1)] + 2pq_m \mathfrak{R}_3(e'_1) \frac{V_2[x_2(e'_1)]}{K^{1/2}(e'_1)} \right] de'_1. \quad (44)$$

Фактична напруга на площині контакту:

$$s_h = \frac{N_h}{A_h} = \frac{\bar{N}_i}{\bar{A}_i}. \quad (45)$$

Для розрахунку за формулами (34) – (45) необхідно знати механічні характеристики матеріалів (E_i, ν_i), моменти спектральної щільності m_{pq} [2] і величину наближення h за відомою номінальною напругою у вузлі тертя, де ν_i, E_i – коефіцієнти Пуассона та модулі пружності Юнга контактуючих твердих тіл відповідно.

4. Коефіцієнт тертя пружного контакту шорсткої анізотропної поверхні з рівною.

Фактична напруга у випадку пружного контакту дорівнює [12]:

$$s_h = \frac{N_h}{A_h} = \frac{E' m_{00}^{1/4}}{A_h} \frac{\int_h^\infty \mathfrak{R}_2(e'_1) \frac{(e'_1 - h)^{3/2}}{H^{1/2}(e'_1)} p(e'_1) de'_1}{\int_h^\infty \mathfrak{R}_1(e'_1) \frac{e'_1 - h}{H(e'_1)} p(e'_1) de'_1}. \quad (46)$$

Якщо τ_s – опір зрізу полімеру, то у випадку відсутності взаємодії між нерівностями, малій роботі деформації і виконання ще ряду умов [40] коефіцієнт тертя $\mu = \tau_s / \sigma_h$. З врахуванням цього виразимо коефіцієнт тертя через параметри шорсткості і механічні властивості контактуючих матеріалів [12]:

$$m = \frac{t_s}{E' m_{00}^{1/4}} \frac{\int_h^\infty \mathfrak{R}_1(e'_1) \frac{e'_1 - h}{H(e'_1)} p(e'_1) de'_1}{\int_h^\infty \mathfrak{R}_2(e'_1) \frac{(e'_1 - h)^{3/2}}{H^{1/2}(e'_1)} p(e'_1) de'_1} \quad (47)$$

5. Термічний опір пружно-пластичного контакту шорсткої анізотропної поверхні з жорсткою рівню.

Енергія у формі тепла від однієї сполученої поверхні до іншої передається у результаті теплопровідності фактичного контакту і середовища, яке заповнює простір між виступами шорсткої поверхні, а також конвективним переносом тепла середовищем і променевим теплообміном між поверхнями.

Експерименти [32, 49] свідчать про те, що повний термоопір контакту в основному буде визначатися співвідношенням:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_c} \quad (48)$$

де $R_c = V_3(h) / I_c$ – термічний опір газового прошарку;
 R_m – термічний опір фактичного контакту матеріалів;
 I_c – коефіцієнт теплопровідності середовища;
 $V_3(h)$ – питомий об'єм зазору контактуючих тіл [11].

Визначимо термічний опір фактичного контакту матеріалів R_m . Вирішення завдання визначення R_m зазвичай будується на припущеннях [32], що всі плями контакту представляють собою круги та їх розміри однакові (близько 30-40 мкм), що суперечить експериментальним даним [33]. Уявімо пляму контакту у вигляді еліпсу. Електроопір ділянки стягування для еліптичної поверхні $R_{ел}$ виражається через опір кругової поверхні $R_{кр}$ з тією ж площею таким чином [50]:

$$R_{ел} = f(G) R_{кр} \quad (49)$$

де $G = \sqrt{b/a}$ – міра овальності;
 b, a – напівосі площі контакту (нехай $b \geq a$);

$$f(G) = \frac{4G}{p(G^2 + 1)} U \left(\frac{G^2 - 1}{G^2 + 1} \right) \quad \text{– функція форми}$$

плями контакту [50] (рис. 1).

Очевидно, що ексцентриситет площі контакту e і міра овальності G зв'язані співвідношенням [12]:

$$G = (1 - e^2)^{-1/4} \quad (50)$$

За даними [43], відношення головних кривин l у вершинах поверхні може доходити до 1/750.

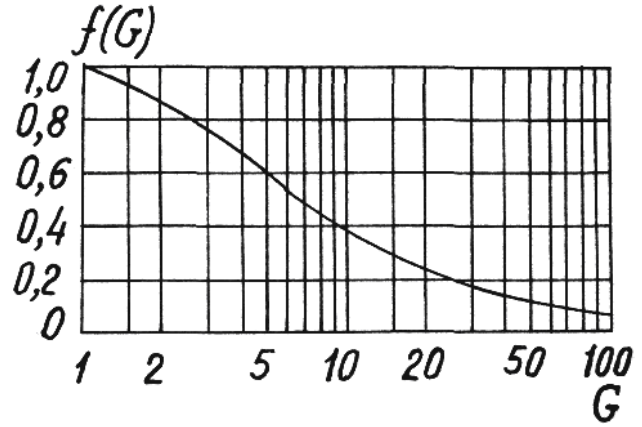


Рис. 1. Функція форми плями контакту [50].

Із співвідношення (24), (32), (50) встановлюємо, що в реальних випадках G може змінюватися в діапазоні від 1 до 5,2 при пластичному контакті та від 1 до 9,1 при пружному контакті. Розрахунки показують, що $f(G) = f(5,2) \approx 0,55$; $f(9,1) \approx 0,41$.

Все сказане вище відносилось до електроопору контакту матеріалів, але воно також справедливе і по відношенню до термічного опору контакту, так як відомо [51], що електричний потенціал у теорії електричного поля відіграє ту ж роль, що і термічний потенціал – температура в теорії теплового поля, а тепловий опір може бути математично виражений точно так само, як і електричний, з тією тільки різницею, що у відповідних формулах питомий електроопір матеріалу має бути замінений оберненою величиною коефіцієнта теплопровідності. При цьому ізотермічні поверхні є аналогом електричних еквіпотенціальних.

Наведені вище міркування свідчать про неприпустимість при вирішенні завдання термоконтактного опору заміни еліптичних площ контакту круговими. Така заміна прийнятна, якщо розглядається поверхня, у якої $f(G)$ незначно відрізняється від 1.

Будемо враховувати те, що плями контакту є еліптичними, розміри і ексцентриситет площ контакту залежать від висоти мікрорівнянь, зближення і виду контакту, а ділянка стягування ліній теплового струму до плям контакту є досить довгою. Виходячи з формули [50] електроопору еліптичної площі контакту з напівосями a, b і ґрунтуючись на [51], отримаємо вираз для термоконтактного опору R_T :

$$R_T = \frac{U(m)}{p(a+b)l} \quad (51)$$

де

$$m = \frac{b-a}{b+a}; \quad \frac{1}{l} = \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \quad (52)$$

l – зведений коефіцієнт теплопровідностей контактуючих твердих тіл;

I_1, I_2 – коефіцієнти теплопровідності контактуючих твердих тіл.

Використовуючи [43, 45], півосі площі контакту мікрорівнянь висотою e'_1 при заданому наближенні h можна визначити за такими співвідношеннями [12]:

під час пружного контакту:

$$b_y = \left[\frac{E(e_y)}{U(e_y)(1-e_y^2)} \right]^{1/2} m_{00}^{1/4} \frac{(e'_1 - h)^{1/2}}{\bar{H}^{1/2}(e'_1)}; \quad (53)$$

$$a_y = b_y \sqrt{1-e_y^2}; \quad m_y = \frac{1-\sqrt{1-e_y^2}}{1+\sqrt{1-e_y^2}}; \quad (54)$$

під час пластичного контакту:

$$b_n = \frac{\sqrt{2}}{(1-e_n^2)^{1/4}} m_{00}^{1/4} \frac{(e'_1 - h)^{1/2}}{K^{1/4}(e'_1)}; \quad (55)$$

$$a_n = b_n \sqrt{1-e_n^2}; \quad m_n = \frac{1-\sqrt{1-e_n^2}}{1+\sqrt{1-e_n^2}}. \quad (56)$$

Тоді для теплової провідності контакту мікрорівня висотою e'_1 маємо [12]:

під час пружного контакту:

$$\frac{1}{R_{iy}} = \mathfrak{R}_4(e'_1) l m_{00}^{1/4} \frac{(e'_1 - h)^{1/2}}{\bar{H}^{1/2}(e'_1)}, \quad (57)$$

де

$$\mathfrak{R}_4(e'_1) = \frac{p(1+\sqrt{1-e_y^2})}{U(m_y)} \left[\frac{E(e_y)}{U(e_y)(1-e_y^2)} \right]^{1/2}; \quad (58)$$

під час пластичного контакту:

$$\frac{1}{R_{in}} = \mathfrak{R}_5(e'_1) l m_{00}^{1/4} \frac{(e'_1 - h)^{1/2}}{K^{1/4}(e'_1)}, \quad (59)$$

де

$$\mathfrak{R}_5(e'_1) = \frac{p\sqrt{2}(1+\sqrt{1-e_n^2})}{U(m_n)(1-e_n^2)^{1/4}}. \quad (60)$$

Математичне сподівання провідності плями в'язко-пружного контакту [12]:

$$M\left(\frac{1}{R_i}\right) = \frac{D}{d} \int_h^\infty p(e'_1) \left\{ \frac{V_1[x_1(e'_1)]}{R_{iy}} + \frac{V_2[x_2(e'_1)]}{R_{in}} \right\} de'_1. \quad (61)$$

Термічний опір фактичного в'язко-пружного контакту матеріалів визначається із співвідношення [12]:

$$\frac{1}{R_M} = D l m_{00}^{1/4} \int_h^\infty (e'_1 - h)^{1/2} p(e'_1) \times \left\{ \frac{\mathfrak{R}_4(e'_1)}{\bar{H}^{1/2}(e'_1)} V_1[x_1(e'_1)] + \frac{\mathfrak{R}_5(e'_1)}{K^{1/4}(e'_1)} V_2[x_2(e'_1)] \right\} de'_1. \quad (62)$$

6. Адгезійна взаємодія з урахуванням деформації у зоні контакту.

Розглянемо адгезійну взаємодію еліпсоїдної частинки (модель одиничного мікрорівня шорсткої поверхні) з жорсткою рівною поверхнею з ураху-

ванням деформації у зоні контакту. Систему декартових координат розташуємо таким же чином, як і при розгляді пластично деформованого виступу.

Нехай зближення частинки H_c , відстань між поверхнями H_p (рис. 2), а $\omega(x,y)$ – рівняння поверхні частинки. Переріз на рівні ω представляє собою еліпс площею [12]:

$$s(\omega) = p \frac{2\omega}{\sqrt{H_1 H_2}} = \frac{2p\omega}{\sqrt{K}}. \quad (63)$$

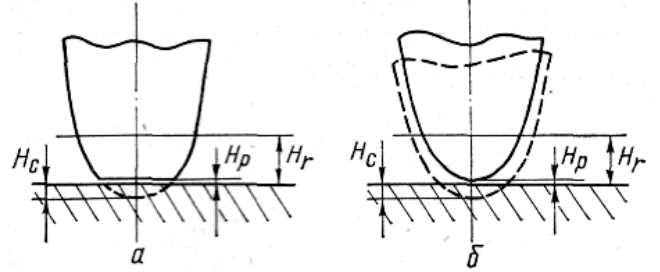


Рис. 2. Схема контакту еліпсоїдної вершини виступу шорсткої поверхні з жорсткою рівною поверхнею: а – пластичний контакт; б – пружний контакт.

Площа перерізу $s_1(\omega)$ на рівні $\omega \geq H_p + H_c$ пружно деформованої еліпсоїдної частинки відрізняється від відповідної площі недеформованої в $\alpha_c(\omega)$ раз [12]:

$$s_1(\omega) = \alpha_c(\omega) s(\omega). \quad (64)$$

На площі контакту маємо: $\omega = H_c + H_p$, а співвідношення $\alpha_c(\omega)$ дорівнює [12]:

$$\alpha_c(H_p + H_c) = \frac{E(e_y)}{U(e_y)(l+1)l^{1/6}}. \quad (65)$$

Згідно (65), α_c залежить лише від геометричного фактору – співвідношення головних кривин у вершині виступу висотою e'_1 (l) і не залежить від силового фактору – чинного зусилля і приблизно дорівнює 0,5 при пружному контакті та зміні l в діапазоні від 0,0005 до 1 (рис. 3). Для пластично деформованої частинки: $\alpha_c(\omega)=1$.

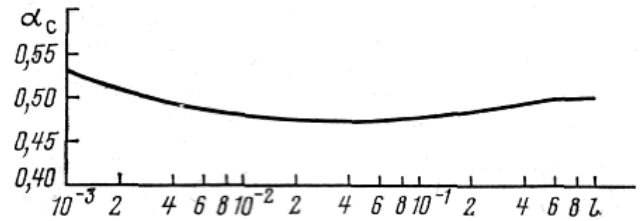


Рис. 3. Залежність відношення площ контакту та перерізу від відношення головних кривин у вершині.

Сила молекулярної взаємодії двох площин у розрахунку на одиницю площі дорівнює [52]:

$$F_1 = \frac{pn_j l_L}{2H_r^4}, \quad (66)$$

де n_j ($j = 1; 2$) – число молекул в одиниці об'єму контактуючих твердих тіл;

λ_L – стала Лондона.

Сила молекулярної взаємодії частинки, що розглядається, і площини дорівнює [12]:

$$F_M = a_c \int_{H_p}^{\infty} \frac{pn_1 l_L n_2}{2H_r^4} \frac{2p(H_r + H_c)}{\sqrt{K}} dH_r =$$

$$= \frac{a_c A}{6H_p^2 \sqrt{K}} \left(3 + 2 \frac{H_c}{H_p} \right), \quad (67)$$

де H_r – відстань між площиною і перерізом;

$A = p^2 n_1 n_2 l_L$ – стала ван дер Валса.

Враховуючи різке спадання сили F_I із зростанням H_r , при виведенні співвідношення (67) були прийняті наступні припущення:

- 1) верхня межа інтегрування дорівнює нескінченності;
- 2) у випадку пружного контакту $\alpha_c(\omega) \approx 0,5$ при $\omega > H_c + H_p$.

Покажемо, що із (67) як окремий випадок витікає результат [52], який відноситься до молекулярної взаємодії сферичної частинки діаметром d з рівною площиною. У цьому випадку $\sqrt{K} = 2/d$. Відмінність площ відповідних перерізів деформованої і недеформованої частин не враховуємо (приймалось $\alpha_c=1$), що вірно лише для пластичного контакту. При цьому замість величини H_c використовується величина H_I , яка дорівнює $H_I = H_c + H_p$. Тоді (67) набуває вигляду [12]:

$$F_M = \frac{Ad}{12H_p^2} \left(3 + 2 \frac{H_I - H_p}{H_p} \right) = \frac{Ad}{12H_p^2} \left(1 + 2 \frac{H_I}{H_p} \right), \quad (68)$$

що співпадає з [52].

У випадку пружного контакту адгезія буде послаблена силою відштовхування F_0 за рахунок пружних властивостей контактуючих тіл (для випадку пластичного контакту $F_0=0$) [12]:

$$F_0 = \mathfrak{R}_2 E' \frac{H_c^{3/2}}{H^{1/2}}. \quad (69)$$

У підсумку сила адгезії дорівнює [12]:

під час пружного контакту:

$$F_y = \frac{A}{12H_p^2 \sqrt{K}} \left(3 + 2 \frac{H_c}{H_p} \right) - \mathfrak{R}_2 E' \frac{H_c^{3/2}}{H^{1/2}}; \quad (70)$$

під час пластичного контакту:

$$F_n = \frac{A}{6H_p^2 \sqrt{K}} \left(3 + 2 \frac{H_c}{H_p} \right). \quad (71)$$

Визначимо питому силу адгезії пружної шорсткої поверхні до жорсткої рівної поверхні при пружно-пластичному контакті. Згідно (70), (71), силу адгезії виступу висотою e'_1 шорсткої поверхні до жорсткої рівної при заданому наближенні h можна розрахувати за такими формулами [12]:

під час пружного контакту:

$$F_{iy}(e'_1) = \frac{A}{12m_{00} h_p^2 \sqrt{K(e'_1)}} \left(3 + 2 \frac{e'_1 - h}{h_p} \right) - \mathfrak{R}_2(e'_1) E' m_{00}^{3/4} \frac{(e'_1 - h)^{3/2}}{H^{1/2}(e'_1)}; \quad (72)$$

під час пластичного контакту:

$$F_{in}(e'_1) = \frac{A}{6m_{00} h_p^2 \sqrt{K(e'_1)}} \left(3 + 2 \frac{e'_1 - h}{h_p} \right). \quad (73)$$

Звідси математичне сподівання сили адгезії плями контакту [12]:

$$\bar{F}_i = \frac{D}{d} \int_h^{\infty} p(e'_1) \{ F_{iy}(e'_1) V_1[x_1(e'_1)] + F_{in}(e'_1) V_2[x_2(e'_1)] \} de'_1. \quad (74)$$

Силу адгезії, що припадає на одиницю номінальної площі анізотропної шорсткої поверхні, назовемо питомою силою адгезії. Питома сила адгезії пружної анізотропної шорсткої поверхні до жорсткої рівної дорівнює [12]:

$$F = D \int_h^{\infty} p(e'_1) \left\{ \left[\frac{A}{12m_{00} h_p^2 \sqrt{K(e'_1)}} \left(3 + 2 \frac{e'_1 - h}{h_p} \right) - \mathfrak{R}_2(e'_1) E' m_{00}^{3/4} \frac{(e'_1 - h)^{3/2}}{H^{1/2}(e'_1)} \right] V_1[x_1(e'_1)] + \frac{A}{6m_{00} h_p^2 \sqrt{K(e'_1)}} \left(3 + 2 \frac{e'_1 - h}{h_p} \right) V_2[x_2(e'_1)] \right\} de'_1, \quad (75)$$

де $h_p = m_{00}^{-1/2} H_p$ – безрозмірна стала величини товщини прошарку між контактуючими твердими тілами.

II. Експериментальна частина

1. Матеріали зразків.

Досліджували зносостійкість композитного матеріалу – карбопластика «флубон-15 (20)» [26, 53, 54] на основі ПТФЕ, наповненого 20% карбонізованого низькомодульного (LM) вуглецевого волокна, отриманого з гідратцелюлозного волокна тканини УТМ-8 під час термообробки за температури 1123 К у середовищі CH_4 в присутності антипіренів $Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$ та $(NH_4)_2HPO_4$.

Дисперсії вуглецевого волокна та композицію матеріалу отримували за технологією [55, 56] тонкого подрібнення волокон та активаційного змішування інгредієнтів композиції при 7000 обертанні ножів за хвилину, частоті обертанні 117 c^{-1} , максимальній лінійній швидкості 75 м/с. Після здрібнення волокна мали широкий розподіл за довжинами від 0 до 3500 мкм з основною фракцією 50–200 мкм, і які мали об'ємний (масовий) розподіл за довжинами за ймовірним гамма-законом розподілу в композиції [57].

У результаті технологічних операцій в композиції отримали волокна, що мали об'ємний (масовий) розподіл за гамма-законом за довжинами з параметрами $\lambda = 0,005 - 0,045 \text{ мкм}^{-1}$, $\theta = 1,0 - 2,55$, отриманих із вихідних вуглецевих волокон, розподілених за довжинами за тим же законом з параметрами розподілу $\lambda = 0,002 - 0,04 \text{ мкм}^{-1}$, $\theta = 0,5 - 2,5$, щільність

ймовірностей розподілу в обох випадках $P_2(l) = (0,2 - 6,0) \cdot 10^{-3} \text{ мкм}^{-1}$ при наборі довжин $l = 0 - 3500 \text{ мкм}$ з основною фракцією $l = 20 - 200 \text{ мкм}$ [55, 56].

2. Фрикційні випробування без мащення.

Зносостійкість композитного матеріалу під час тертя та зношування без мащення досліджували на трибометрі ХТІ-72 за схемою контакту [I-1] [26]: торець пальчика діаметром $10 \pm 0,05 \text{ мм}$ і висотою $15 \pm 0,1 \text{ мм}$ по площині металевого контртіла. Контртіло було виконано порожнистим діаметром $60 \pm 0,15 \text{ мм}$, висотою $35 \pm 0,2 \text{ мм}$, товщиною робочої частини поверхні тертя $5 \pm 0,2 \text{ мм}$. Через порожнину контртіла проходила холодна вода, або розміщувався термонагрівач, завдяки яким підтримувався заданий тепловий режим поверхні тертя вуглецевої сталі 45, термообробленої до НВ 4,5 ГПа, з вихідним середнім арифметичним відхиленням профілю поверхні: $Ra_0 = 0,085 \text{ мкм}$ (дослід №70); $Ra_0 = 0,22 \text{ мкм}$ (дослід №72); $Ra_0 = 0,49 \text{ мкм}$ (дослід №73); $Ra_0 = 0,85 \text{ мкм}$ (дослід №74); $Ra_0 = 1,42 \text{ мкм}$ (дослід №75). Питоме навантаження на 3 зразки складало $p = 3 \text{ МПа}$ (нормальне навантаження на зразок $N_i = 235,62 \text{ Н}$); швидкість ковзання $v = 1,1 \text{ м/с}$; температура $T = 373 \pm 1 \text{ К}$, що була визначена термпарою ХК на відстані $1 \pm 0,05 \text{ мм}$ від поверхні тертя контртіла зі сталі 45, а величини (в mV) записувались на стрічку потенціометра КСП-4. Шлях тертя складав $S = 1000 \text{ км}$ із заміром величини зносу через 100 км .

Знос полімерних зразків визначали за зміною їх висоти Δh до та після кожного етапу зношування (шляху тертя), вимірюючи висоту зразка разом із гніздовою голівкою, після 1 год. релаксації за кімнатної температури, на вертикальному оптиметрі з точністю $\pm 0,5 \text{ мкм}$. За лінійним зносом Δh [мм] розраховували об'ємний знос ΔV [мм³], за яким розраховували об'ємну інтенсивність зношування:

$$J_i = \frac{\Delta V_i}{S} \left[\frac{\text{мм}^3}{\text{м}} \right], \quad (76)$$

де S – шлях тертя [м], а потім об'ємну питому інтенсивність зношування:

$$J = \frac{\Delta V_i}{N_i \cdot S} = \frac{\Delta V}{N \cdot S} \left[\frac{\text{мм}^3}{\text{Н} \cdot \text{м}} \right], \quad (77)$$

де ΔV_i , ΔV – об'ємний знос [мм³] одного або трьох зразків відповідно;

N_i , N – нормальне навантаження [Н] на один (N_i) або три (N) зразки відповідно.

Полімерні зразки послідовно припрацьовували на шліфувальній шкурці, що знаходилась на масивному плоскому металевому тілі, та металевому контртілі при терті та зношуванні. Металево контртіло шліфували, а потім оброблювали на шліфувальній шкурці в одному напрямку (для того, щоб отримати анізотропну поверхню) і у випадкових напрямках (для того, щоб отримати поверхню, яка була б близькою до ізотропної поверхні). Після припрацювання полімерних зразків металеве контртіло знову припрацьовували на шліфувальній шкурці.

3. Методи дослідження мікрошорсткості поверхні. Профілограми мікрошорсткості знімали за допомогою профілометра-профілографа моделі ВрИ

«Калибр» та моделі «252». Для одного напрямку знімали 50-60 базових довжин профілограм для металевого контртіла і 10-15 базових довжин профілограм для полімерного зразка. Для ізотропної поверхні профілограму знімали під кутом $\sim 45^\circ$ до напрямку ковзання. Ділянки зйомки поверхні були рівнорозподілені за слідом тертя. Статистичні характеристики різних ділянок поверхні були однаковими в статистичному відношенні.

Профілограми обробляли за методом МНК: знаходили середньоарифметичне відхилення профілю поверхні R_a , щільність нулів D_0 і щільність екстремумів D_{extr} . Виміряна R_a і розрахована за профілограмами D_0 (для моделі «252» D_0 виміряна) були статистично рівні. За R_a , D_0 , D_{extr} профілограми, використовуючи методику [58], розраховували моменти спектральної щільності ізотропної поверхні: m_0 , m_2 , m_4 .

Великий об'єм виборки і рівномірний розподіл її по поверхні забезпечили рівень вмісту довгохвильових компонентів спектру, і, таким чином, показність m_0 . Межа дрібномасштабних мікронерівностей у ділянці малих довжин хвиль спектру була обмежена величиною, яка не перебільшувала у 2-3 рази похибку вимірювань. Параметр широкосмугастості α був більше 1,8, тобто тієї величини, яка характерна для «білого шуму».

III. Результати та обговорення

1. Результати дослідження інтенсивності зношування (J) зразків полімерного композиту «флубон-15(20)» по контртілу із загартованої сталі 45 та моментів спектральної щільності шорсткої поверхні контртіла від шляху тертя $S = 0 - 1000 \text{ км}$ та шорсткості Ra_0 вихідної поверхні сталі 45 зведені в табл. 1 у [59].

2. За результатами дослідження за формулою (9) та використання виразів (10), (11) та формул для розрахунку інтеграла помилки $\text{erf}(x)$ і гамма-функції [59] знаходили значення питомої поверхні. Виявлено, що жоден вираз (10) – (25) із [59] непридатний для виконання цієї процедури. Найбільш продуктивними виявилися вирази (12) – (14).

На рис. 4 показана якісна картинка зміни питомої поверхні контртіла зі сталі 45 під час тертя та зношування полімерного композиту «флубон-15(20)» на шляху тертя від 0 до 1000 км. Як видно з рис. 4, ці зміни \bar{S}_i визначаються не лише шляхом тертя S , а й, у значній мірі, вихідною шорсткістю поверхні: для відносно рівних поверхонь сталі [$Ra_0 = 0,085 \text{ мкм}$ (дослід №70, рис. 4 а); $Ra_0 = 0,22 \text{ мкм}$ (дослід №72, рис. 4 б)] спостерігається хвильовий характер змін, при цьому коефіцієнти апроксимації залежності $\bar{S}_i = f(S)$ поліномами шостого порядку дорівнюють $R^2 = 0,5773$ та $R^2 = 0,4344$ відповідно. А для більш шорстких поверхонь [$Ra_0 = 0,49 \text{ мкм}$ (дослід №73, рис. 4 в); $Ra_0 = 0,85 \text{ мкм}$ (дослід №74, рис. 4 г); $Ra_0 = 1,42 \text{ мкм}$ (дослід №75, рис. 4 г)] залежності $\bar{S}_i = f(S)$ різко спадають під час зростання шляху тертя від 0 до 100-200 км з подальшою хвильовою зміною \bar{S}_i малої висоти до

1000 км, при цьому коефіцієнти апроксимації становлять $R^2 = 0,9224 - 0,9702$.

Така закономірність зміни питомої поверхні зі шляхом тертя та вихідної шорсткості поверхні контргіла пов'язана із формуванням на поверхні металевго контргіла проміжної плівки із композиту (переважно із ПТФЕ) під час тертя та зношування, стан якої визначається умовами тертя (N, T, v , середовище), вихідною шорсткістю поверхні (Ra_0), складом композиту та технологією її отримання, станом вихідної поверхні металевго контргіла тощо.

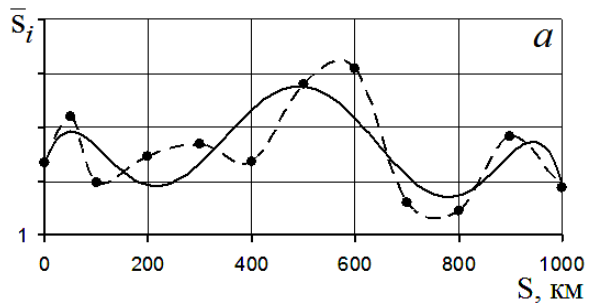
3. Кореляційний аналіз залежностей питомих інтенсивностей зношування полімерних зразків (J) від питомої площі поверхні контргіла: вихідної – перед кожним етапом дослідження $\bar{S}_i = f(S_i)$, де $S_i = 0, 100, 200, \dots, 900$ км ($i = 0, 1, 2, \dots, 9$) (а); після кожного етапу дослідження $\bar{S}_{i+1} = f(S_{i+1})$, де $S_{i+1} = 100, 200, 300, \dots, 1000$ км ($i+1 = 1, 2, 3, \dots, 10$) (б) та середньої за етап $\bar{S}_{i,i+1} = f(S_{i,i+1})$, де $S_{i,i+1} = \frac{0+100}{2}; \frac{100+200}{2}; \frac{200+300}{2}; \dots; \frac{900+1000}{2}$ км ($i, i+1 = 0, 0+1; 1, 1+2; 2, 2+3; \dots; 9, 9+10$) (в) виконаний для всієї вихідної шорсткості поверхонь та шляхів тертя.

Результати розрахунків вибірових коефіцієнтів кореляції (r_p) між величинами інтенсивності зношування полімерного композитного матеріалу та питомою площею поверхні тертя за [63] за $N = 50$ дослідів та перевірку нульової гіпотези $H_0: \rho = 0$ про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції (ρ), статистичною оцінкою якого є вибіровий коефіцієнт кореляції (r_p), проводили за трьома критеріями: критичним значенням коефіцієнта кореляції ($r_{кр.}$), критерієм Стьюдента (t_T) та за Z -перетворенням Фішера ($z_T \cdot \sigma_z$) з рівнями значущості $\alpha = 0,05$ та $\alpha = 0,01$ [60 – 62].

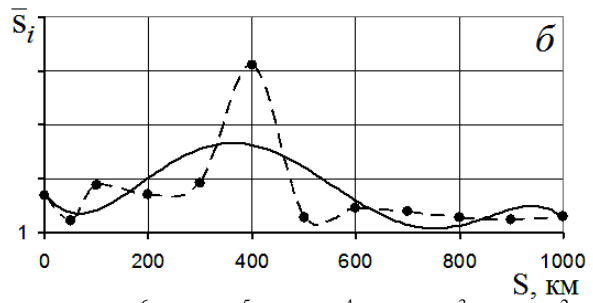
Оцінка ступеня лінійності кореляційного зв'язку за цими критеріями [59] та оцінка нелінійності за залишковим ступенем у лінійному кореляційному зв'язку [59] наведена в табл. 1.

Результати оцінки ступеня лінійності за всіма критеріями та рівнями значущості $\alpha = 0,05$ і $\alpha = 0,01: \xi_2(\theta) > 1$ (табл. 1). Це дозволяє прийняти альтернативну гіпотезу $H_1: \rho \neq 0$, тобто між J_i та \bar{S}_i існує статистично надійний лінійний зв'язок.

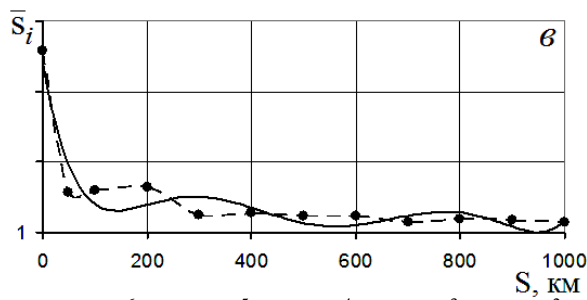
4. На рис. 5 приведені залежності питомої об'ємної інтенсивності зношування полімерного композиту на основі ПТФЕ та карбонізованих волокон («флубон-15(20)») від питомої поверхні (\bar{S}_i) контргіла



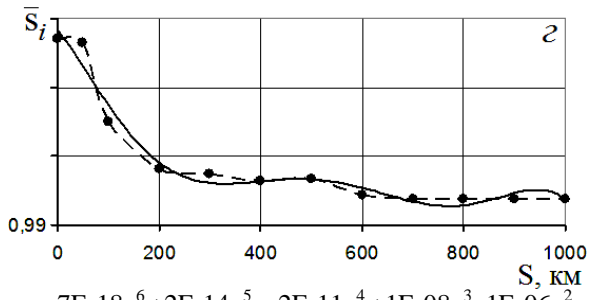
$$y = -1E-18x^6 + 4E-15x^5 - 4E-12x^4 + 2E-09x^3 - 4E-07x^2 + 3E-05x + 1,0013 \quad (R^2 = 0,5773).$$



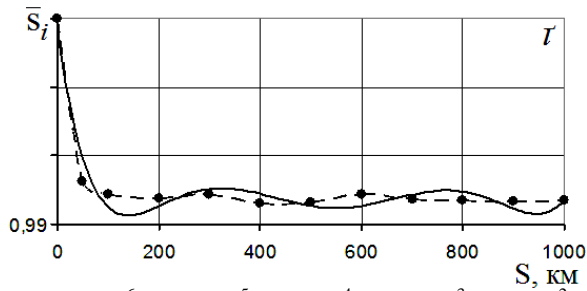
$$y = -2E-19x^6 + 5E-17x^5 + 7E-13x^4 - 9E-10x^3 + 3E-07x^2 - 4E-05x + 1,0021 \quad (R^2 = 0,4344).$$



$$y = 4E-18x^6 - 1E-14x^5 + 2E-11x^4 - 1E-08x^3 + 3E-06x^2 - 0,0004x + 1,0242 \quad (R^2 = 0,9224).$$



$$y = -7E-18x^6 + 2E-14x^5 - 2E-11x^4 + 1E-08x^3 - 1E-06x^2 - 0,0003x + 1,075 \quad (R^2 = 0,9702).$$

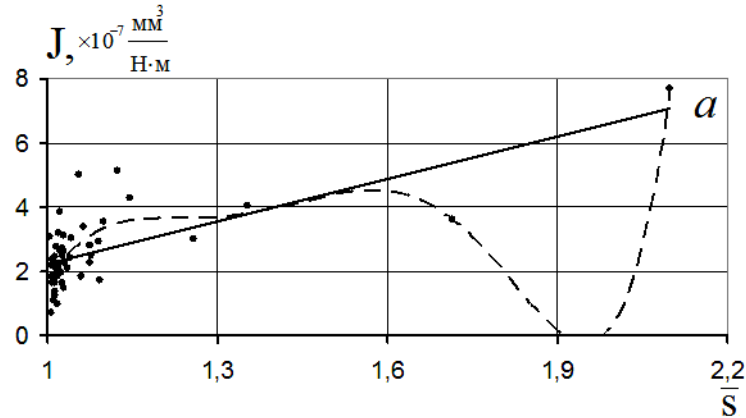


$$y = 2E-17x^6 - 7E-14x^5 + 8E-11x^4 - 5E-08x^3 + 2E-05x^2 - 0,0022x + 1,1048 \quad (R^2 = 0,9567).$$

Рис. 4. Залежності питомої поверхні \bar{S}_i сталього контргіла від шляху тертя під час тертя та зношування полімерного композиту «флубон-15(20)» при вихідній шорсткості поверхні контргіла із сталі 45: а – $Ra_0 = 0,085$ мкм (дослід №70); б – $Ra_0 = 0,22$ мкм (дослід №72); в – $Ra_0 = 0,49$ мкм (дослід №73); г – $Ra_0 = 0,85$ мкм (дослід №74); г – $Ra_0 = 1,42$ мкм (дослід №75). Крикована лінія – експеримент, суцільна лінія – апроксимація поліномом 6-го порядку.

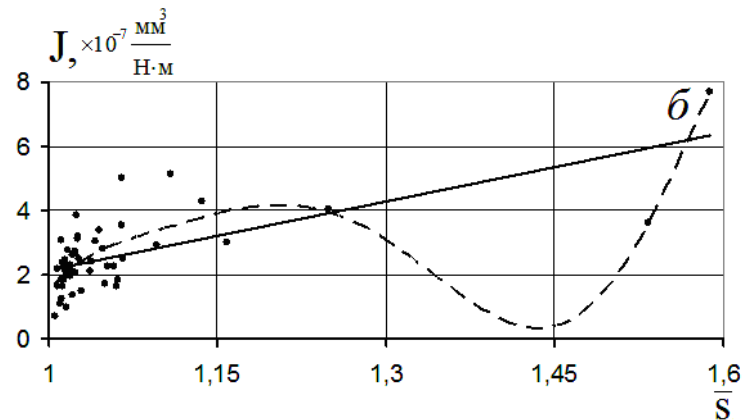
Ступені лінійності $\xi_2(\theta)$ та нелінійності $\xi_1(\theta)$ лінійних кореляційних зв'язків між інтенсивністю зношування (J_i) та питомою поверхнею контргтіла із сталі 45 (\bar{s}_i) [розрахованої за виразом (13)], що утворилася під час тертя та зношування полімерного композиту «флубон-15(20)», за критичним значенням коефіцієнта кореляції ($r_{кр.}$), критерієм Стюдента (t_T) та критерієм Z_T перетворення Фішера ($\theta \equiv r, t, Z$)

Критерій лінійності	(j)	$\alpha=0,05$		$\alpha=0,01$	
		$\xi_2(\theta)$	$\xi_1(\theta)$	$\xi_2(\theta)$	$\xi_1(\theta)$
$r_{кр.}$	a	2,472	0,405	1,908	0,524
	б	1,514	0,660	1,169	0,856
	в	2,416	0,414	1,865	0,536
t_T	a	3,273	0,306	2,454	0,408
	б	1,604	0,624	1,202	0,832
	в	3,138	0,319	2,352	0,425
Z_T	a	2,958	0,338	2,247	0,445
	б	1,574	0,635	1,196	0,836
	в	2,857	0,350	2,171	0,461



$$y_1 = 203,27x^6 - 1518,2x^5 + 4477,2x^4 - 6521,3x^3 + 4694,1x^2 - 1333,3x \quad (R^2 = 0,6065)$$

$$y_2 = 4,4211x - 2,1985 \quad (R^2 = 0,4745)$$



$$y_1 = -14206x^6 + 109173x^5 - 346976x^4 + 584014x^3 - 549308x^2 + 273899x - 56593 \quad (R^2 = 0,624)$$

$$y_2 = 7,1464x - 5,0016 \quad (R^2 = 0,4534)$$

Рис. 5. Залежність питомої об'ємної інтенсивності зношування полімерного композиту «флубон-15(20)» (J_i) від питомої поверхні контргтіла із сталі 45 до та під час тертя та зношування [розрахованої за виразом (13)], за вихідною питомою поверхнею перед кожним етапом \bar{s}_i (а) та середньою питомою поверхнею до та після кожного етапу $\bar{s}_{i,i+1}$ (б) (Суцільна лінія – лінійна апроксимація, крискована лінія – апроксимація поліномом 6-го порядку).

із сталі 45 до і після тертя та зношування [розрахованої за виразом (13)] за вихідною питомою поверхнею перед кожним етапом випробувань \bar{s}_i (а) та середньою питомою поверхнею до і після кожного етапу випробувань $\bar{\bar{s}}_{i,i+1}$ (б). Для побудови залежностей використаний весь масив інформації табл. 1 у [59] (N = 50 даних випробувань для вихідної шорсткості поверхні сталі Ra₀=0,085; 0,22; 0,49; 0,85; 1,42 мкм) та кожного етапу ковзання S_i = 100 км від 0 до 1000 км.

Як видно із підрисункових даних до рис. 5, результати досліджень апроксимуються як поліномами шостого порядку R₁² = 0,6065 (а) та R₁² = 0,6240 (б), так і поліномом першого порядку R₂² = 0,4745; r_{x,y} = 0,6888 (а) та R₂² = 0,4534; r_{x,y} = 0,6734 (б).

Судячи за коефіцієнтами кореляції, лінійна кореляція більше прийнятна у широкому діапазоні питомих поверхонь.

Як видно з рис. 5, інтенсивність зношування полімерного композиту лінійно зростає із збільшенням питомої поверхні металевого контртіла.

Висновки

1. Отримані розрахункові формули для анізотропних та ізотропних нано- та мікросорстких поверхонь твердих тіл на основі моделі випадкового поля для: фактичної площі пружно-пластичного

контакту (ФПК) шорсткої анізотропної поверхні з жорсткою рівною; коефіцієнта тертя пружного контакту шорсткої анізотропної поверхні з рівною; термічного опору пружно-пластичного контакту шорсткої анізотропної поверхні з жорсткою рівною; адгезійної взаємодії еліпсоїдної вершини виступу шорсткої поверхні з жорсткою рівною поверхнею з урахуванням деформації у зоні контакту; питомого об'єму зазору контакту анізотропної шорсткої поверхні з жорсткою рівною; питомої площі гавсовської поверхні.

2. Досліджена зміна питомої площі металеві поверхні від шляху тертя під час зношування полімерного композиту по сталевій поверхні контртіла, при цьому показано, що характер цих змін обумовлений вихідною шорсткістю поверхні.

3. Знайдений надійний лінійний зв'язок між питомою інтенсивністю зношування полімерного композиту та питомою площею поверхні металічного контртіла як вихідною, так й утвореної в процесі тертя та зношування.

Семенюк М.Ф. – професор, доктор технічних наук, професор кафедри машинознавства;
Сіренко Г.О. – професор, доктор технічних наук, завідувач кафедри неорганічної та фізичної хімії;
Солтис Л.М. – аспірант кафедри неорганічної та фізичної хімії.

- [1] Г.О. Сіренко, Л.М. Солтис. Моделі нанометричної та мікрометричної шорсткості поверхні твердих тіл (Огляд) // *Фізика і хімія твердого тіла*, **11** (2), сс. 423-446 (2010).
- [2] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сіренко. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля: 1. Распределение высот вершин, средняя кривизна в вершинах, градиент поверхности // *Трение и износ*, **1** (3), сс. 465-471 (1980).
- [3] Г.О. Сіренко, М.Ф. Семенюк, Л.М. Солтис. Щільність ймовірностей розподілу висот вершин шорстких поверхонь твердих тіл, змодельованих випадковим полем // *Фізика і хімія твердого тіла*, **11** (3), сс. 768-779 (2010).
- [4] Г.О. Сіренко, М.Ф. Семенюк, Л.М. Солтис. Розподіл кривин у вершинах мікро- та нанонерівностей шорстких поверхонь твердих тіл, змодельованих випадковим полем // *Фізика і хімія твердого тіла*, **11** (4), сс. 914-927 (2010).
- [5] М.Ф. Семенюк, Г.О. Сіренко, Л.М. Солтис. Градієнт анізотропної нано- та мікросорсткої поверхні твердого тіла, змодельованої випадковим полем // *Фізика і хімія твердого тіла*, **12** (1), сс. 200-207 (2011).
- [6] П.Р. Найяк. Применение модели случайного поля для исследования шероховатых поверхностей // *Проблемы трения и смазки*, **93** (Ser. F, 3), сс. 85-95 (1971).
- [7] Г. Зонтаг, К. Штрэнге. *Коагуляция и устойчивость дисперсных систем*. Химия, Ленинград. 152 с. (1973).
- [8] И.В. Крагельский. *Трение и износ*. Машиностроение, Москва. 480 с. (1968).
- [9] Д. Мур. *Трение и смазка эластомеров* / Пер. с англ. Г.И. Бродского. Химия, Москва. 264 с. (1977).
- [10] А.П. Хусу, Ю.Р. Витгенберг, В.А. Пальмов. *Шероховатость поверхностей. Теоретико-вероятностный подход*. Наука, Москва. 344 с. (1975).
- [11] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сіренко. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля: 2. Полная кривизна, главные кривизны и отношение главных кривизн в вершинах микронеровностей, удельная площадь гауссовской поверхности и удельный объем зазора // *Трение и износ*, **1** (5), сс. 815-823 (1980).
- [12] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сіренко. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля: 3. Фактическая площадь контакта, коэффициент трения, термическое сопротивление, адгезионное взаимодействие с учетом деформации в зоне контакта // *Трение и износ*, **1** (6), сс. 1010-1019 (1980).
- [13] С.Б. Айнбиндер, Н.Г. Андреева, Э.Л. Тюнина. Параметры шероховатости контртела, определяющие износостойкость полиэтилена // *Трение и износ*, **11** (1), сс. 12-21 (1981).
- [14] С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина. Трение полимерных материалов. Расчет коэффициента трения при контакте изотропных поверхностей // *Механика полимеров*, (2), С. 241 (1977).

- [15] С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина. Трение полимерных материалов. Расчет коэффициента трения при контакте поверхностей с неровностями несферической формы // *Механика полимеров*, (4), С. 651 (1977).
- [16] Н.К. Бачинская. Исследования контактных характеристик шероховатых, сильно анизотропных поверхностей: Дис. ... канд. техн. наук: 05.02.04, Хмельницкий, 166 с. (1994).
- [17] О.В. Романишина, Н.Ф. Семенюк. Предварительное смещение единичного выступа при различных режимах нагружения // *Проблемы трибологии*, (2), сс. 35-51 (1997).
- [18] О.В. Романишина. Исследования предварительного смещения упругого контакта шероховатых изотропных поверхностей: Дис. ... канд. техн. наук: 05.02.04, Хмельницкий, 178 с. (1998).
- [19] Н.Ф. Семенюк, Т.Ф. Калмыкова. Фактическая площадь упругого контакта анизотропной шероховатой поверхности с гладкой // *Трение и износ*, 4 (3), сс. 467-475 (1983).
- [20] Н.Ф. Семенюк, О.В. Романишина. Предварительное смещение шероховатых изотропных поверхностей. I. // *Проблемы трибологии*, (4), сс. 90-101 (1997).
- [21] Н.Ф. Семенюк, О.В. Романишина. Рассеяние энергии на единичном контакте в режиме предварительного смещения // *Проблемы трибологии*, (2), сс. 52-56 (1997).
- [22] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сиренко. Топография и контактные явления анизотропных шероховатых поверхностей трения // Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конфер. «Трибоника и антифрикционное материаловедение». – Новочеркасск. 27-29.05.1980. Изд-во Новочеркас. политех. ин-та, Новочеркасск. С. 22 (1980).
- [23] Н.Ф. Семенюк, Г.С. Калда, Е.С. Соколан. Использование метода случайных полей при расчете параметров шероховатости, влияющих на тепловые процессы в трущихся телах // *Проблемы трибологии*, (1), (1996).
- [24] Г. Сіренко, М. Кедик. Вплив анізотропної шорсткості поверхонь, змодельованих випадковим полем, на контактні явища // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (IV), сс. 50-53 (2004).
- [25] Г. Сіренко, М. Семенюк. Адгезія з деформацією в зоні контакту анізотропних шорстких поверхонь, змодельованих випадковим полем // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (I), сс. 66-85 (2001).
- [26] Г.О. Сіренко. Створення антифрикційних матеріалів на основі порошоків термостійких полімерів та вуглецевих волокон: Дис. ... докт. техн. наук: спец. 05.16.06 – порошкова металургія та композиційні матеріали, Хмельницький технологічний ін-т. – Ін-т проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАНУ; Київ, 537 с. (1997): іл., табл. – Бібліогр.: с. 432-451 (275 назв).
- [27] Г.А. Сиренко. Осложнение контактных явлений поверхности уплотнительных материалов анизотропной микрошероховатости // Тез. докл. 3-го Всесоюз. совещания по уплотнительной технике. ВНИИкомпрессормаш, Сумы, сс. 44-45 (1982).
- [28] А.И. Свириденко, Т.Ф. Калмыкова. Исследование фактической площади фрикционного контакта полимер – металл с помощью акустических колебаний. Сооб. 1 // *Трение и износ*, 1 (5), сс. 898-907 (1980).
- [29] А.И. Свириденко, Т.Ф. Калмыкова, О.В. Холодилов. Исследование фактической площади фрикционного контакта полимер – металл с помощью акустических колебаний. Сооб. 2 // *Трение и износ*, 3 (5), сс. 808-812 (1982).
- [30] N.F. Semenzuk. Entwicklung von Berechnungsverfahren der Reibungs und Verschleißtheorie mit Hilfe des Modells stochastischer Felder: Diss. В an der Technischen Hochschule Zittau - Zittau, 160 s. (1991).
- [31] А.Д. Зимон. Адгезия жидкости и смачивание. Химия, Москва. 416 с. (1974).
- [32] Ю.П. Шлыков, Е.А. Ганин. Контактный теплообмен. Госэнергоиздат, Москва-Ленинград. 144 с. (1963).
- [33] Н.Б. Демкин. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей. Наука, Москва. 227 с. (1970).
- [34] Тадасу Цукизо, Терумаса Хисакадо. О механизме контакта между металлическими поверхностями. Глубина проникновения и средний зазор // *Теоретические основы инженерных расчетов*, 87, сер. Д (3), сс. 147-153 (1965).
- [35] Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Пер. И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Войнштейна и др. Наука, Москва. 832 с. (1978).
- [36] Математическая энциклопедия / глав. ред. И.М. Виноградов; ред. колл. С.И. Адян, П.С. Александров, Н.С. Бахвалов и др. Сов. энциклопедия, Москва. Т. 1. 1152 стб., ил. (1977), Т. 2. 1104 стб., ил. (1979).
- [37] Milton Abramowitz, Irene A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. Dover, New York (1972).
- [38] А.Ф. Бермант. Краткий курс математического анализа. Физматгиздат, Москва. 664 с. (1963).
- [39] <http://functions.wolfram.com/GammaBetaErf/InverseErf/06/01/>.
- [40] С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина. Введение в теорию трения полимеров. Зинатне, Рига. 224 с. (1978).
- [41] И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. Основы расчетов на трение и износ. Машиностроение, Москва. 526 с. (1977).
- [42] D.E. Gartwright, M.S. Longuet-Higgins. The statistical distribution of the maxima of a random function // *Proceedings of the Royal Soc. London*, 237 (A, 1209), pp. 212-232 (1956).
- [43] Э.В. Рыжов. Контактная жесткость деталей машин. Машиностроение, Москва. 196 с. (1966).
- [44] В.А. Белый, А.И. Свириденко, М.И. Петроковец и др. Трение и износ материалов на основе полимеров. Наука и техника, Минск. 432 с. (1976).
- [45] И.Я. Штаерман. Контактная задача теории упругости. Гостехиздат, Москва-Ленинград. 270 с. (1949).

- [46] Я.А. Рудзит. *Микрогеометрия и контактное взаимодействие поверхностей*. Зинатне, Рига. 210 с. (1975).
- [47] Н.М. Михин. *Внешнее трение твердых тел*. Наука, Москва. 222 с. (1977).
- [48] М.С. Лонге-Хиггинс. *Статистическая геометрия случайных поверхностей*. В кн.: Гидродинамическая неустойчивость. Мир, Москва, сс. 124-167 (1964).
- [49] В.М. Попов. *Теплообмен в зоне контакта разъемных и неразъемных соединений*. Энергия, Москва. 216 с. (1971).
- [50] Р. Хольм. *Электрические контакты*. ИЛ, Москва. 314 с. (1961).
- [51] Д. Максвелл. *Избранные сочинения по теории электромагнитного поля*. Гостехиздат, Москва. 364 с. (1952).
- [52] А.Д. Зимон. *Адгезия пыли и порошков*. Химия, Москва. 432 с. (1976).
- [53] Г.А. Сиренко. *Антифрикционные карбопластики*. Техніка, Киев. 195 с. (1985).
- [54] Г.А. Сиренко, В.П. Свидерский, В.Д. Герасимов, В.З. Никинов. *Антифрикционные термостойкие полимеры*. Техніка, Киев. 246 с. (1978).
- [55] А.с. 1635523 (СССР), МКИ С08J5/16; С08L27/18; С08K13/00. *Антифрикционный материал* / Г.А. Сиренко, А.Ф. Будник, Г.М. Сорокин, Л.М. Кириченко, В.И. Ящук (Украина) (1990).
- [56] А.с. 1467893 (СССР), МКИ В32В3/12; D04С5/00; F16С33/12. *Антифрикционный материал* / Г.А. Сиренко, Г.М. Сорокин, А.Ф. Будник, А.М. Сиренко (Украина) (1988).
- [57] Г.О. Сиренко, О.В. Шийчук. Математичний опис процесу дроблення вуглецевих волокон для наповнення полімерів // *Композиційні полімерні матеріали*, XXV (1), сс. 49-53 (2003).
- [58] Г.О. Сиренко, М.Ф. Семенюк, Л.М. Солтис. Методика експериментального дослідження нано- та мікросорсткості поверхні за допомогою моделі випадкового поля // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (X), сс. 123-140 (2010).
- [59] Г.О. Сиренко, Л.М. Солтис, М.Ф. Семенюк. Питома площа гавсовської анізотропної та ізотропної сорстких поверхонь // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (XII), сс. 133-151 (2011).
- [60] П. Мюллер, П. Нойман, Р. Шторм. *Таблицы по математической статистике* / Пер. с нем. и предисловие В.М. Ивановой. Финансы и статистика, Москва. 272 с. (1982).
- [61] Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. *Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента*. Атомиздат, Москва. 232 с. (1978).
- [62] Дж.С. Бендат, А.Г. Пирсол. *Измерение и анализ случайных процессов* / Пер. с англ. Г.В. Матушевского, В.Е. Привальского. Мир, Москва. 408 с. (1971).
- [63] М.Н. Степнов. *Статистическая обработка результатов механических испытаний*. Машиностроение, Москва. 232 с. (1972).

M.F. Semenyuk¹, H.O. Sirenko², L.M. Soltys²

Contact Phenomena on the Gaussian Anisotropic and Isotropic Rough Surfaces Modeled by Random Field

¹Khmelnytsky National University,

11, Instytutska Str., Khmelnytsky, 29016, Ukraine

²Vasyl Stefanyk' Precarpathian National University,

57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76025, Ukraine

Tel. (0342) 77.64.15; (096) 813.93.53, e-mail: sirenkog@rambler.ru

The mathematical expressions for calculation of the specific square of anisotropic rough surface with hard even; specific volume of the contact gap of anisotropic rough surface with hard even; factual contact square of rough anisotropic surface with hard even; coefficient of friction of elastic contact of rough anisotropic surface with even; thermal resistance of elastic-plastic contact of rough anisotropic surface with hard even; adhesion interaction of ellipsoid peak of rough surface with hard even surface considering deformation in the contact zone have been found, based on the description of Gaussian rough surfaces on the base of random field model. From the obtained formulas similar expressions for isotropic model of rough surface have been found. The subjection of values of the specific square surface of counterface from the way of friction and the specific intensity of wear of composite from specific square surface of counterface obtained during friction and wear has been found as a result of research of wear of polymer composite during contact with the steel counterface.

Key words: specific square, anisotropic rough surface, isotropic rough surface, hard even surface, model of random field, nominal square, specific volume, coefficient of friction, factual contact square, thermal resistance, adhesion.