

УДК 621.87

DOI: 10.15276/pidtt.2.61.2019.04

Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Кадикало І. О.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

ОБГРУНТУВАННЯ КРАЙОВИХ УМОВ РУХУ В ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМУ ПОВОРОТУ СТРІЛОВОГО КРАНА

Анотація. В даній статті наведено один із способів вирішення проблеми з усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі під час роботи механізму повороту стрілового крана та мінімізації динамічних навантажень. Розв'язок задачі полягає в оптимізації перехідних режимів пуску механізму повороту стрілового крана. Оптимізацію проведено за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі. Для рішення цієї задачі використовувались методи варіаційного числення. Критерій оптимізації представлений у вигляді інтегрального функціоналу, що відображає небажані властивості системи динамічні навантаження в приводному механізмі, тому його значення зводилось до мінімуму. Розв'язок варіаційної задачі отриманий у вигляді функціональних залежностей режиму руху окремих ланок механізму повороту баштового крана, який представлений у графічному вигляді.

Отриманий оптимальний режим руху механізму повороту крана дозволяє усунути коливання вантажу на гнучкому підвісі під час роботи механізму повороту, а також зменшити динамічні навантаження в приводі та металоконструкції крана. При розв'язанні оптимізаційної варіаційної задачі руху механізму повороту крана обґрунтовано крайові умови руху, які до мінімуму зводять динамічні навантаження в приводному механізмі. Використання оптимальних законів руху дає можливість значно підвищити надійність та продуктивність роботи крана і зменшити аварійні ситуації під час виконання розвантажувально-навантажувальних операцій. Реалізація отриманих оптимальних режимів руху здійснюється за допомогою мехатронних пристроїв системи керування приводним механізмом.

Отримані у даному дослідженні результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі як на стадіях їх проектування / конструювання, так і в умовах реальної експлуатації.

Ключові слова: стріловий кран, механізм повороту, вантаж, динамічні навантаження, мінімізація, оптимізація, коливання,

пружний момент, зміна швидкості, крайові умови.

Постановка проблеми. Під час виконання навантажувально-розвантажувальних робіт в елементах вантажопідйомних кранів, зокрема баштових, виникають значні навантаження, які приводять до зношування та руйнування деталей і конструкції в цілому [1-4]. Особливо небезпечними є динамічні навантаження, які змінюються в часі і приводять до виникнення коливань в елементах конструкції та окремих механізмів вантажопідйомних кранів. Одним із шляхів зменшення цих навантажень є вибір режимів руху приводних механізмів, які усувають небажані явища в конструкції крана в цілому та його окремих елементах [5-7]. При роботі механізму повороту баштового крана мають місце значні розгойдування вантажу та коливань елементів конструкції [8,9,11]. Ці коливання приводять до нерівномірності руху частин приводу механізму повороту та конструкції крана і, як наслідок, зменшують продуктивність та надійність роботи крана, а також приводять до незручностей при експлуатації та збільшують імовірність виникнення аварійних ситуацій.

Покращити умови роботи механізму повороту і крана в цілому можна за рахунок оптимізації режимів руху на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування).

Аналіз публікацій по темі досліджень. З аналізу досліджень по усуненню коливань вантажу на гнучкому підвісі та зменшення динамічних навантажень в елементах механізмів та конструкцій вантажопідйомних кранів встановлено, що більшість досліджень, присвячених даній проблемі, ґрунтуються на використанні математичних теорій оптимальних процесів таких як принцип максимуму, варіаційне числення та динамічне програмування [12-18]. В більшості цих досліджень за параметр керування обирали силову дію на приводні механізми [7,12]. Встановлено, що оптимізації режимів руху механізмом повороту баштових кранів приділено незначну увагу. Разом з тим, при роботі механізму повороту мають місце значні коливання вантажу на гнучкому підвісі і достатньо великі динамічні навантаження в елементах приводу та конструкції крана [9]. Тому питання оптимізації режиму повороту баштового крана є актуальним. Це можна здійснити за допомогою методів варіаційного числення, як це показано в роботах [6,13-22]. Такі методи забезпечують певну зміну кінематичних характеристик механізму повороту і зводять коливання вантажу на гнучкому підвісі до мінімуму. Разом з тим, виникає задача вибору крайових умов руху механізму повороту, при яких критерій оптимізації досягає глобального мінімуму.

Мета даного дослідження

Мета роботи полягає в обґрунтуванні крайових умов руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі: 1) побудувати математичну модель механізму повороту стрілового крана [9]; 2) обрати критерій оптимізації режиму повороту крана та встановити умови його мінімуму, зокрема крайові умови; 3) визначити оптимальний режим руху механізму повороту; 4) провести аналіз отриманих результатів.

Виклад основного матеріалу.

При побудові динамічної моделі (рисунок 1) вважаємо, що усі елементи механізму повороту тверді тіла, окрім елементів передавального механізму привода, а вантажний канат представляється гнучкою нерозтяжною ниткою. При цьому нехтуємо радіальними відхиленнями каната від вертикалі, викликаними відцентровими силами, а враховуємо лише відхилення в дотичному напрямку руху вантажу по колу.

Динамічна модель механізму повороту стрілового крана прийнята аналогічною з попередніми задачами [9].

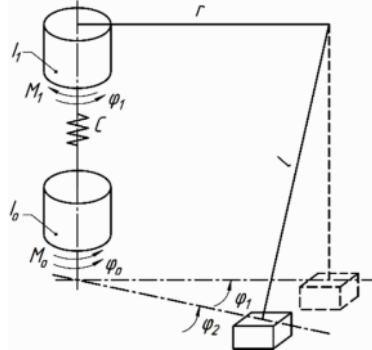


Рисунок.1. – Динамічна модель механізму повороту

За узагальнені координати динамічної моделі прийняті кутові координати повороту зведеної до осі поворота крана маси елементів приводу φ_0 , поворотної башти зі стрілою відносно власної осі обертання φ_1 та вантажу φ_2 .

Рівняння руху, що відповідають цій моделі, мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} I_0 \ddot{\varphi}_0 = M_0 - C \cdot (\varphi_0 - \varphi_1); \\ I_1 \ddot{\varphi}_1 = C \cdot (\varphi_0 - \varphi_1) - m r^2 \frac{g}{l} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) - M_1; \\ \ddot{\varphi}_2 = \frac{g}{l} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2), \end{cases} \quad (1)$$

де m – маса вантажу; I_o – момент інерції приводного механізму, зведений до осі повороту крана; I_1 – момент інерції поворотної частини крана; M_o – рушійний момент двигуна, зведений до осі повороту крана; M_1 – момент опору в поворотній частині крана; C – коефіцієнт жорсткості приводного механізму, зведений до вісі повороту крана; r – довжина стріли; l – довжина гнучкого підвісу вантажу; $g=9,81\text{м/с}^2$ – прискорення вільного падіння.

З останнього рівняння системи (1) маємо:

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2; \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 + \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2; \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 + \frac{l}{g} \dddot{\varphi}_2. \quad (2)$$

За критерій оптимізації режиму повороту стрілового крана оберемо середньоквадратичне значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі. Для визначення цього критерію спочатку з другого рівняння системи (1) визначимо величину пружного моменту в приводному механізмі

$$M_{o1} = C \cdot (\varphi_o - \varphi_1) = I_1 \ddot{\varphi}_1 + mr^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + M_1. \quad (3)$$

Залежність (3) зведемо лише до узагальненої координати φ_2 та її похідних за часом. Для цього скористаємось останньою залежністю системи (2), в результаті чого отримаємо

$$M_{o1} = I_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \ddot{\varphi}_2 + M_1. \quad (4)$$

Взявши похідні за часом від виразу (4), знайдемо швидкість зміни пружного моменту в приводному механізмі

$$\dot{M}_{o1} = I_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \ddot{\varphi}_2. \quad (5)$$

Тоді критерій оптимізації режиму повороту крана матиме вигляд

$$M_{o1ck} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \dot{M}_{o1}^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad (6)$$

де t – час; t_1 – тривалість перехідного процесу (пуску, гальмування).

Зробимо заміну

$$f = \dot{M}_{o1}^2 = \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \ddot{\varphi}_2 \right]^2. \quad (7)$$

Умовою мінімуму критерію (6) з урахуванням виразу(7) є рівняння Пуассона

$$\sum_{i=3}^5 (-1)^i \frac{d^i}{dt^i} \frac{df}{d\varphi_2} = 0. \quad (8)$$

Візьмемо похідні від виразу (7) відповідно до рівняння (8)

$$\begin{aligned} \frac{df}{d\ddot{\varphi}_2} &= 2 \cdot (I_1 + mr^2) \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 \right]; \\ \frac{df}{IV} &= 0; \\ \frac{df}{d\varphi_2} &= 2 \cdot I_1 \cdot \frac{l}{g} \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 \right]; \\ \frac{d^3}{dt^3} \frac{df}{d\ddot{\varphi}_2} &= 2 \cdot \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] \cdot (I_1 + mr^2); \\ \frac{d^5}{dt^5} \frac{df}{d\varphi_2} &= 2 \cdot I_1 \cdot \frac{l}{g} \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Після підстановки виразів (9) в рівняння (8) будемо мати

$$\left(\frac{l}{g} \right)^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + 2 \cdot I_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2)^2 \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 = 0. \quad (10)$$

Розділяємо всі члени рівняння (10) на коефіцієнт біля найстаршої похідної і зробимо заміну

$$k = \sqrt{\left(1 + \frac{mr^2}{I_1} \right) \frac{g}{l}}, \quad (11)$$

в результаті чого отримаємо наступне рівняння

$$\ddot{\varphi}_2 + 2 \cdot k^2 \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 + k^4 \cdot \ddot{\varphi}_2 = 0. \quad (12)$$

Тут k – частота власних коливань системи.

Для розв'язку диференціального рівняння (12) складемо характеристичне рівняння

$$r^{10} + 2 \cdot k^2 \cdot r^8 + k^4 \cdot r^6 = 0. \quad (13)$$

З рівняння (13) маємо:

$$r^6 = 0 \rightarrow r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = 0; \quad (14)$$

$$r^4 + 2 \cdot k^2 \cdot r^2 + k^4 = 0. \quad (15)$$

В рівнянні (15) зробимо заміну $r^2 = p$.

Тоді отримаємо квадратне рівняння

$$p^2 + 2 \cdot k^2 \cdot p + k^4 = 0,$$

розв'язок якого дає:

$$p_1 = r_{7,8} = \sqrt{-k^2} = \pm ki; \quad (16)$$

$$p_2 = r_{9,10} = \sqrt{-k^2} = \pm ki. \quad (17)$$

Відповідно до розв'язків (14), (16) і (17) характеристичного рівняння (13) розв'язок диференціального рівняння (12) має вигляд

$$\varphi_2 = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3 + C_5 t^4 + C_6 t^5 + (C_7 + C_8 t) \cdot \sin kt + (C_9 + C_{10} t) \cdot \cos kt, \quad (18)$$

де C_1, C_2, \dots, C_{10} – постійні, які визначаються з крайових умов руху. Для процесу пуску механізму повороту стрілового крана маємо такі крайові умови:

$$\begin{cases} t=0: \varphi_2 = \varphi_1 = 0; \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = 0; \\ t=t_1: \varphi_2 = \varphi_1; \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = \omega_y, \end{cases} \quad (19)$$

де ω_y – усталена швидкість повороту крана.

Виразимо крайові умови φ_1 та $\dot{\varphi}_1$ через координату φ_2 та її похідні за часом. Для цього скористаємось залежностями (2), які дають:

$$\begin{cases} t=0: \varphi_2=0, \dot{\varphi}_2=0, \ddot{\varphi}_2=0, \ddot{\ddot{\varphi}}_2=0; \\ t=t_1: \dot{\varphi}_2=\omega_y, \ddot{\varphi}_2=0, \ddot{\ddot{\varphi}}_2=0. \end{cases} \quad (20)$$

Розв'язок рівняння (18) містить десять довільних постійних $C_i (i = 1, 2, \dots, 10)$ і для їхнього визначення заданих крайових умов (20) недостатньо. Тому відповідно вищенаведеному, знаходимо варіацію функціонала (6) з урахуванням (7)

$$\begin{aligned} \delta \dot{M}_{олск}[\varphi_2] &= \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 \right] \delta \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \varphi_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] dt = \\ &= \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left\{ I_1 \frac{l}{g} \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\ddot{\varphi}}_2 \right] \delta \varphi_2 + (I_1 + mr^2) \left[I_1 \frac{l}{g} \cdot \varphi_2 + (I_1 + mr^2) \right] \delta \ddot{\varphi}_2 \right\} dt = \\ &= \frac{1}{t_1} \left(I_1 \frac{l}{g} \right)^2 \int_0^{t_1} \left\{ \left[\varphi_2 + \frac{I_1 + mr^2}{I_1 l/g} \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] \delta \varphi_2 + \frac{I_1 + mr^2}{I_1 l/g} \left[\varphi_2 + \frac{I_1 + mr^2}{I_1 l/g} \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] \delta \ddot{\varphi}_2 \right\} dt = \\ &= \frac{1}{t_1} \left(I_1 \frac{l}{g} \right)^2 \left\{ \int_0^{t_1} \left(\varphi_2 + k^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \varphi_2 dt + \int_0^{t_1} k^2 \left(\varphi_2 + k^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

Проінтегруємо по частинах кожний з інтегралів, що входять у вираз (21)

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \int_0^{t_1} \left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \varphi_2 dt = \left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \varphi_2 \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \varphi_2 dt = \\
 &= \left[\left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \varphi_2 - \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} + \int_0^{t_1} \left(\frac{VII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt = \\
 &= \left[\left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \varphi_2 - \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left(\frac{VII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left(\frac{VIII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt = \\
 &= \left[\left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \varphi_2 - \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left(\frac{VII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 - \left(\frac{VIII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} + \int_0^{t_1} \left(\frac{IX}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt = \\
 &= \left[\left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \varphi_2 - \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left(\frac{VII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 - \left(\frac{VIII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left(\frac{IX}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left(\frac{X}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt = \\
 A_2 &= k^2 \int_0^{t_1} \left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt = k^2 \left\{ \left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt \right\} = \\
 &= k^2 \left\{ \left[\left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 - \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} + \int_0^{t_1} \left(\frac{VII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt \right\} = \\
 &= k^2 \left\{ \left[\left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 - \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left(\frac{VII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left(\frac{VIII}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt \right\}.
 \end{aligned}$$

Після цього складемо вирази A_1 та A_2 , в результаті чого отримаємо

$$\begin{aligned}
 A_1 + A_2 &= \left[\left(\frac{V}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \varphi_2 - \left(\frac{VI}{\varphi_2 + k^2 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left(\frac{VII}{\varphi_2 + 2k^2 \ddot{\varphi}_2 + k^4 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 - \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{VIII}{\varphi_2 + 2k^2 \ddot{\varphi}_2 + k^4 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left(\frac{IX}{\varphi_2 + 2k^2 \ddot{\varphi}_2 + k^4 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} - \\
 &\quad - \int_0^{t_1} \left(\frac{X}{\varphi_2 + 2k^2 \ddot{\varphi}_2 + k^4 \ddot{\varphi}_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt.
 \end{aligned} \tag{22}$$

Вираз (22) повинен перетворитись в нуль на екстремалі $\varphi_2(t)$ функціонала (6) з урахуванням виразу (7). З довільності функції $\delta \varphi_2(t)$ випливає, що

$$\frac{X}{\varphi_2(t) + 2k^2 \ddot{\varphi}_2(t) + k^4 \ddot{\varphi}_2(t)} = 0.$$

Це є рівняння Пуассона функціонала (6) з урахуванням виразу (7). Оскільки інтеграл в лівій частині (22) перетворюється в нуль, то крайовий вираз

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[\overset{V}{\varphi_2(t) + k^2 \ddot{\varphi}_2(t)} \right] \delta \overset{IV}{\varphi_2} - \left[\overset{VI}{\varphi_2(t) + k^2 \overset{IV}{\varphi_2(t)}} \right] \delta \ddot{\varphi}_2(t) + \right. \\ & \left. + \left[\overset{VII}{\varphi_2(t) + 2k^2 \overset{V}{\varphi_2(t)} + k^4 \ddot{\varphi}_2(t)} \right] \delta \overset{V}{\varphi_2}(t) - \right. \\ & \left. - \left[\overset{VIII}{\varphi_2(t) + 2k^2 \overset{VI}{\varphi_2(t)} + k^4 \overset{IV}{\varphi_2(t)}} \right] \delta \dot{\varphi}_2(t) + \left(\overset{IX}{\varphi_2(t) + 2k^2 \overset{VII}{\varphi_2(t)} + k^4 \overset{V}{\varphi_2(t)}} \right) \delta \varphi_2(t) \right\} \Big|_0^{t_1} \end{aligned}$$

також повинен перетворюватись в нуль тотожно

Оскільки $\delta \varphi_2(0) = \delta \dot{\varphi}_2(0) = \delta \ddot{\varphi}_2(0) = \delta \overset{IV}{\varphi_2}(0) = \delta \overset{IV}{\varphi_2}(t_1) = \delta \ddot{\varphi}_2(t_1) = \delta \overset{V}{\varphi_2}(t_1) = 0$, то повинна виконуватись рівність

$$\begin{aligned} & \left[\overset{V}{\varphi_2(t_1) + k^2 \ddot{\varphi}_2(t_1)} \right] \delta \overset{IV}{\varphi_2}(t_1) - \left[\overset{V}{\varphi_2(0) + k^2 \ddot{\varphi}_2(0)} \right] \delta \overset{IV}{\varphi_2}(0) + \\ & + \left[\overset{IX}{\varphi_2(t_1) + 2k^2 \overset{VII}{\varphi_2(t_1)} + k^4 \overset{V}{\varphi_2(t_1)}} \right] \delta \varphi_2(t_1) = 0. \end{aligned}$$

Всилу довільності $\delta \varphi_2(t_1)$, $\delta \overset{IV}{\varphi_2}(t_1)$ та $\delta \overset{IV}{\varphi_2}(0)$ отримуємо:

$$\begin{aligned} & \overset{V}{\varphi_2(0) + k^2 \ddot{\varphi}_2(0)} = 0; \\ & \overset{V}{\varphi_2(t_1) + k^2 \ddot{\varphi}_2(t_1)} = 0; \tag{23} \\ & \overset{IX}{\varphi_2(t_1) + 2k^2 \overset{VII}{\varphi_2(t_1)} + k^4 \overset{V}{\varphi_2(t_1)}} = 0. \end{aligned}$$

Умови (23) разом з крайовими умовами (20) однозначно визначають екстремаль з сімейства (18).

Оскільки в умови (20) та (23) входять похідні за часом від функції (18) виключно до дев'ятого порядку, то продиференціюємо цю функцію до дев'ятого порядку включно:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_2 &= C_2 + 2 \cdot C_3 t + 3 \cdot C_4 t^2 + 4 \cdot C_5 t^3 + 5 \cdot C_6 t^4 + (C_8 - C_9 k - C_{10} k t) \cdot \sin kt + \\ & + (C_{10} + C_7 k + C_8 k t) \cdot \cos kt ; \\ \ddot{\varphi}_2 &= 2 \cdot C_3 + 6 \cdot C_4 t + 12 \cdot C_5 t^2 + 20 \cdot C_6 t^3 - (2C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k \sin kt + \\ & + (2C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k \cdot \cos kt ; \\ \ddot{\varphi}_2 &= 6 \cdot C_4 + 24 \cdot C_5 t + 60 \cdot C_6 t^2 - (3C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k^2 \sin kt - \\ & - (3C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k^2 \cdot \cos kt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& IV \\
& \varphi_2 = 24 \cdot C_5 + 120 \cdot C_6 t + (4C_{10} + C_7 k + C_8 kt) k^3 \sin kt - ; \\
& - (4C_8 - C_9 k - C_{10} kt) k^3 \cdot \cos kt \\
& V \\
& \varphi_2 = 120 \cdot C_6 t + (5C_8 - C_9 k - C_{10} kt) k^4 \sin kt + (5C_{10} + C_7 k + C_8 kt) k^8 \cdot \cos kt ; \\
& VI \\
& \varphi_2 = -(6C_{10} + C_7 k + C_8 kt) k^5 \sin kt - (6C_8 - C_9 k - C_{10} kt) k^5 \cdot \cos kt ; \\
& VII \\
& \varphi_2 = -(7C_8 - C_9 k - C_{10} kt) k^6 \sin kt - (7C_{10} + C_7 k + C_8 kt) k^6 \cdot \cos kt ; \\
& VIII \\
& \varphi_2 = (8C_{10} + C_7 k + C_8 kt) k^7 \sin kt - (8C_8 - C_9 k - C_{10} kt) k^7 \cdot \cos kt ; \\
& IX \\
& \varphi_2 = (9C_8 - C_9 k - C_{10} kt) k^8 \sin kt + (9C_{10} + C_7 k + C_8 kt) k^8 \cdot \cos kt . \quad (24)
\end{aligned}$$

Умови (20 та (23) з урахуванням виразів (18) і (24) дають систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення постійних $C_i (i=1,2,\dots,10)$:

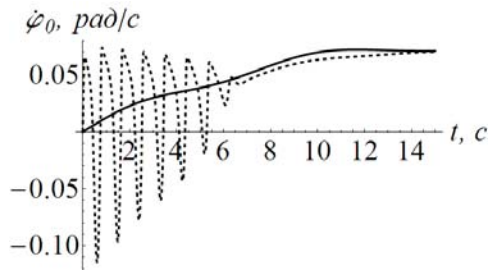
$$\begin{aligned}
& C_1 + C_9 = 0; \quad C_2 + C_{10} + C_7 k = 0; \quad 2 \cdot C_3 + 2C_8 k - C_9 k^2 = 0; \\
& 6 \cdot C_4 - 3C_{10} k^2 - C_7 k^3 = 0; \\
& 120 \cdot C_6 k^4 = 0 \rightarrow C_6 = 0; \quad 120 \cdot C_6 + 6C_4 k^2 + 2C_{10} k^4 = 0; \\
& 120C_6 + (6C_4 + 24C_5 t_1 + 60C_6 t_1) k^2 + 2 \cdot C_8 k^4 \sin kt_1 + 2C_{10} k^4 \cos kt_1 = 0; \\
& C_2 + 2 \cdot C_3 t_1 + 3C_4 t_1^2 + 4C_5 t_1^3 + 5C_6 t_1^4 + (C_8 - C_9 k - C_{10} kt_1) \cdot \sin kt_1 + \\
& + (C_{10} + C_7 k + C_8 kt_1) \cdot \cos kt_1 = \omega_y ; \\
& 2 \cdot C_3 + 6 \cdot C_4 t_1 + 12C_5 t_1^2 + 20C_6 t_1^3 - (2 \cdot C_{10} + C_7 k + C_8 kt_1) \cdot k \sin kt_1 + \\
& + (2 \cdot C_8 - C_9 k - C_{10} kt_1) \cdot k \cdot \cos kt_1 = 0; \\
& 6 \cdot C_4 + 24 \cdot C_5 t_1 + 60C_6 t_1^2 - (3 \cdot C_8 - C_9 k - C_{10} kt_1) \cdot \\
& \cdot k^2 \cdot \sin kt_1 - (3 \cdot C_{10} + C_7 k + C_8 kt_1) \cdot k^2 \cdot \cos kt_1 = 0. \quad (25)
\end{aligned}$$

Для механізму повороту стрілового крана QTZ-80 з параметрами $I_o = 71626,115 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $I_1 = 4920738,85 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

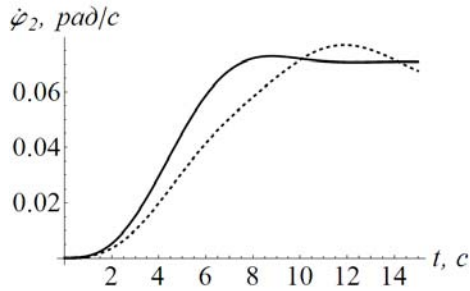
$C = 6626669,045 \text{ Н} \cdot \text{м}/\text{рад}$; $m = 2000 \text{ кг}$; $r = 40 \text{ м}$; $l = 30 \text{ м}$; $M_1 = 1288,79 \text{ Н} \cdot \text{м}$;

$M_H = 36,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $u = 1355,2$; $\eta = 0,86$; $\omega_y = 0,071 \text{ рад}/\text{с}$; $t_1 = 15 \text{ с}$; $\omega_o = 95 \text{ рад}/\text{с}$;

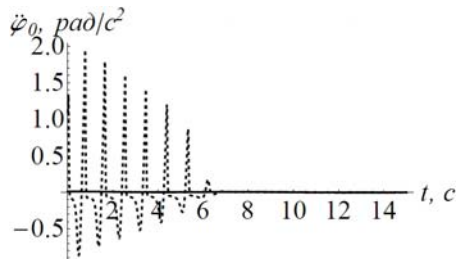
$\omega_H = 95,04 \text{ рад}/\text{с}$; $\lambda = 2,8$; $g = 9,81 \text{ м}/\text{с}^2$ в результаті розв'язку системи (25) визначені постійні $C_i (i=1,2,\dots,10)$, на основі яких встановлено оптимальний (—) режим повороту крана та побудовано наступні графічні залежності, котрі порівняно з режимом руху при ручному (- - -) керуванні.



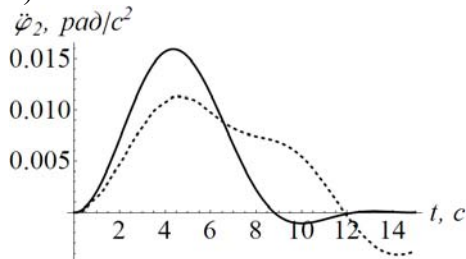
а)



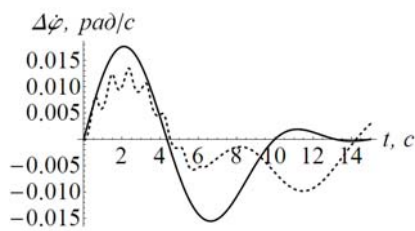
в)



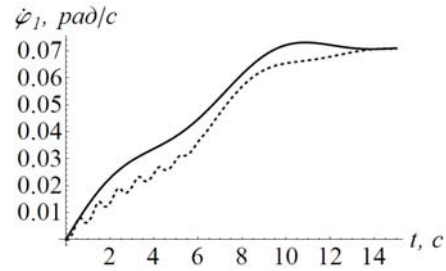
а)



в)

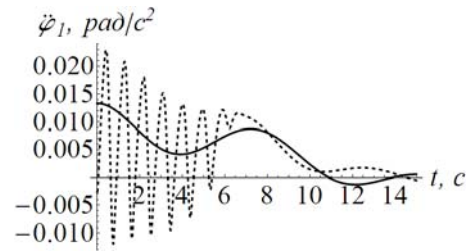


а)



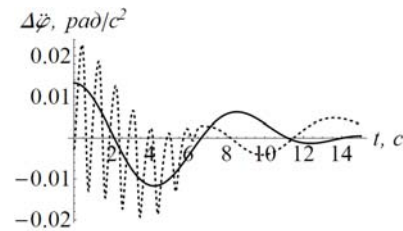
б)

Рисунок 2. – Залежності зміни кутових швидкостей: а) ротора двигуна; б) поворотної частини; в) вантажу при ручному (- - -) та оптимальному (—) керуванні



б)

Рисунок 3. – Залежності зміни кутових прискорень: а) ротора двигуна; б) поворотної частини; в) вантажу при ручному (- - -) та оптимальному (—) керуванні



б)

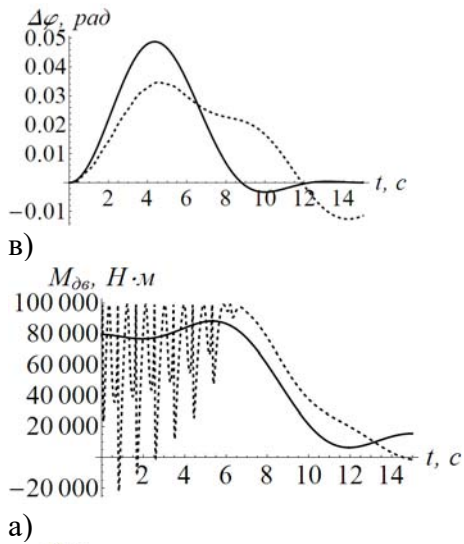


Рисунок 4. – Залежності зміни кута а) швидкості кута; б) прискорення кута; в) відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі при ручному (- - -) та оптимальному (—) керуванні

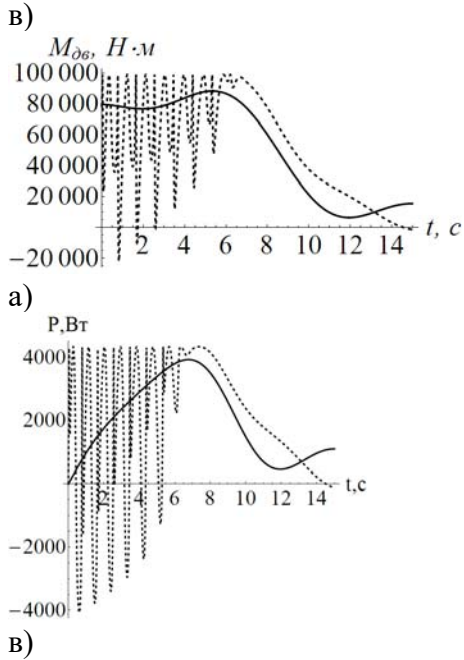


Рисунок 5. – Залежності зміни: а) рушійного моменту двигуна; б) пружного моменту в приводі; в) потужності при ручному (- - -) та оптимальному (—) керуванні

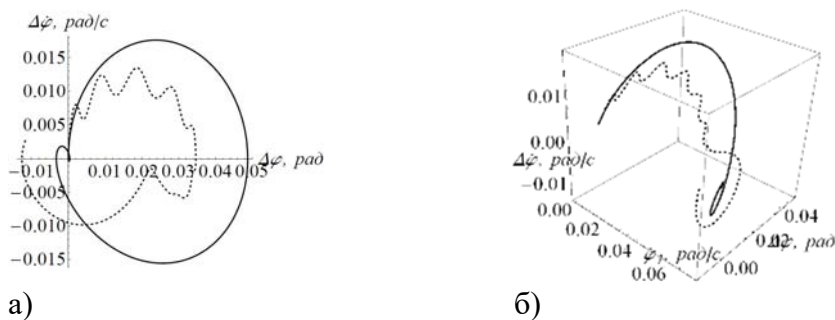


Рисунок 6. – Фазові портрети: а) плоский; б) об'ємний при ручному (- - -) та оптимальному (—) керуванні

Аналіз отриманих залежностей (рисунок 2-6) показав, що при оптимальному режимі руху в порівнянні з ручним керуванням покращуються практично всі кінематичні, силові та енергетичні характеристики механізму повороту баштового крана (таблиця 1).

Таблиця 1. – Характеристики механізму повороту

Характеристики		Максимальні значення		Зменшення характеристик
		Ручне керування	Оптимальне керування	
Кутова швидкість, <i>рад/с</i>	ротора двигуна,	0,115	0,071	1,62
	поворотної частини	0,071	0,072	0,99
	вантажу	0,078	0,072	1,08
	відхилення вантажу	0,013	0,0175	0,74
Кутове прискорення, <i>рад/с²</i>	ротора двигуна	1,92	0,013	147,69
	поворотної частини	0,023	0,013	1,77
	вантажу	0,011	0,016	0,69
	відхилення вантажу	0,022	0,013	1,69
Момент, <i>кН·м</i>	двигуна	99,6	90,1	1,11
	в приводі	126,1	90,1	1,40
Потужність привода, <i>Вт</i>		4,25	4,00	1,06
Відхилення вантажу, <i>рад</i>		0,034	0,048	0,71

Оптимальне керування приводним механізмом в порівнянні з ручним керуванням дало можливість зменшити максимальні значення: кутових швидкостей ротора двигуна на 62% та вантажу на 8%; кутових прискорень поворотної частини на 23% та відхилення вантажу на 31%; моменту на валу електродвигуна на 11% і в приводному механізмі на 40%; потужності привода на 6%. Спостерігається значне зменшення (у 147 разів) кутового прискорення ротора електродвигуна при оптимальному керуванні. Разом з тим, при оптимальному керуванні збільшились максимальні значення: кутового прискорення вантажу на 31%, куткової швидкості відхилення вантажу на 26%, відхилення вантажу на 29% та куткової швидкості поворотної частини на 1%. Однак не зважаючи на те, що при оптимальному керуванні деякі параметри зросли, всі вони характеризуються плавним виходом на усталену швидкість чого не можна сказати про ручне керування. Таким чином, головною особливістю оптимального керування рухом механізму повороту баштового крана є те, що усі характеристики руху мають плавний характер зміни на відміну від ручного керування, де спостерігаються високо - та низькочастотні коливання елементів механізму повороту.

Фазові портрети (рисунок 6) при оптимальному та ручному керуванні показують, що при оптимальному керуванні при виході на усталений рух коливання вантажу та інших елементів усуваються. Разом з тим, цього не можна сказати про ручне керування приводним механізмом повороту крана, де коливання не усуваються.

Висновки.

Таким чином, проведена оптимізація режиму повороту баштового крана за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі дозволила забезпечити плавний без коливань рух механізму повороту, який дозволяє до мінімуму зменшити динамічні навантаження в приводі та елементах конструкції крана. Отримані оптимальні режими руху механізму повороту баштового крана можуть бути реалізовані за допомогою мехатронної системи керування приводним електродвигуном.

Список використаної літератури

1. Аварійна ситуація <https://ua.korrespondent.net/world/3625450-u-tsentri-nui-yorka-vpav-kran-ye-zhertvy#13>. (дата звернення 19.03.2019).
2. Аварійна ситуація <https://ua.korrespondent.net/world/russia/3917077-u-moskvi-vpav-20-metrovyi-bashtovyi-kran>. (дата звернення 19.03.2019).
3. Аварійна ситуація <https://ua.korrespondent.net/tag/5912/>. (дата звернення 19.03.2019).
4. Аварійна ситуація <https://ua.korrespondent.net/ukraine/3934788-na-prykarpatti-kran-vpav-na-vantazhivku-ye-zhertvy>. (дата звернення 19.03.2019).
5. Ловейкін, В.С. Аналіз та синтез режимів руху механізмів вантажопідйомних машин. / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. Монографія. Київ.: ЦП «КОМПРІНТ», 2012. – 299 с.
6. Ловейкін, В.С. Динаміка і оптимізація режимів руху мостових кранів. / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. Монографія. Київ.: ЦП «КОМПРІНТ», 2016. – 314 с.
7. Григоров, О.В. Вантажопідйомні машини: навч. посібник. / О.В. Григоров, О.В. Петренко. Х. НТУ „ХПІ”. 2006. – 304 с.
8. Ловейкін, В.С. Аналіз коливань вантажу на гнучкому підвісі при повороті стріли вантажопідйомного крана. / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, В.В. Мельниченко. Підйомно – транспортна техніка. 2013. №4(40). С. 4 – 16.
9. Ловейкін, В.С. Динамічний аналіз механізму повороту стрілового крана. / В.С. Ловейкін, С.Ф. Пилипака, І.О. Кадикало. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК. Київ. 2017. Вип. 258. С. 192–202.
10. Дьяконов, В. П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах. М.: СОЛОН – Пресс. 2004. – 696 с.
11. Ловейкін, В.С. Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин. / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, М.Г.

Діктерук, С.І. Пастушенко. Моногр. Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. Миколаїв. держ. аграр. ун-т. - К. Миколаїв. Вид-во РВВ МДАУ. 2004. – 288 с.

12. Зубко, Н.Ф. Прогнозирование коэффициентов динамичности в элементах крановых механизмов. Вестник Одесского национального морского университета. Одесса. ОНМУ. 2013. №2(38). С. 63 – 71.

13. Ловейкін, В.С. Оптимізація перехідних режимів руху механізму пересування візка вантажопідійомних машин. / В.С. Ловейкін, В.Ф. Ярошенко, Ю.О. Ромасевич. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. 2007. №59. том 2. С. 452 – 460.

14. Ловейкін, В.С. Оптимізація перехідних режимів руху механічних систем прямим варіаційним методом / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. Монографія. Київ.: Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2010. – 184 с.

15. Ловейкін, В.С. Оптимізація режимів руху кранових механізмів / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. Монографія. Київ.: Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2011. – 307с.

16. Romasevich, Yu.A. Optimization behaviour of variation boom of hoisting crane for singular kinematic alcriteria. / Yu.A. Romasevich, G.V. Shumilov. Motrol. 2011. Vol 13b. 167-173.

17. Loveykin, V.S. Optimizatsiya dinamicheskogo rezhima povorota strelovogo krana. / V.S. Loveykin, V.A. Mel'nichenko. Motrol. 2013. Vol 15. №3. 70 – 75.

18. Loveikin, V.S. The crane's vibrating systems controlled by mechatronic devices with magnetorheological fluid: the nonlinear mathematical model of behavior and optimization of work regimes. / V.S. Loveikin, Yu.V. Chovniuk, A.P. Liashko. Scientific bulletin of National Mining University Scientific and technical journal. Dnipro. 2014. Vol. 6. 97-102.

19. Sa, Y.H., Yi, K.Y., Kim, J.O. An attitude control and stabilization of an unstructured object using balancing beam, new construction machinery. / Y.H. Sa, K.Y. Yi, J.O. Kim. IEEE International Symposium On Industrial Electronics Proceedings. Pusan. South Korea. 2001. Vols. I-III. 792-797.

20. Loveikin, V.S. Dynamic optimization of a mine winder acceleration mode. / V.S. Loveikin, Yu.O. Romasevych. Scientific bulletin of National Mining University Scientific and technical journal. Dnipro. 2017. Vol. 4. 55-61.

21. Ловейкін, В.С. Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідійомних кранів. / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, І.О. Кадикало. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК. Київ. 2017. Вип. 262. С. 177–190.

22. Ловейкін В.С. Оптимізація режимів зміни вильоту вантажу баштового крана. / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич., О.В. Стехно. Монографія. Київ.: ЦП «КОМПРИНТ», 2017. – 172 с.

**THE REASON OF BOUNDARY CONDITION OF MOVEMENT IN
THE OBJECTIVE OPTIMIZATION OF THE MODE SWING
OPERATION OF A JIB CRANE**

Loveykin, V. S., Romasevich Yu. A., Kadykalo I. O.

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

Abstract. In this article it is given one of the ways to solve the problem of eliminating fluctuations of cargo on a flexible suspension during the operation of the rotation mechanism of the jib crane and minimization of dynamic loads. The solution of the problem consists in optimization of the transition modes for starting the rotation mechanism of a jib crane. The optimization was carried out according to the criterion of the RMS (root mean-square) value of the rate of change in the elastic moment in the drive mechanism. For the solution of this problem, the calculus of variations methods were used. The optimization criterion is presented in the form of an integral functional, which displays undesired system properties - dynamic loads in the drive mechanism, so its value was reduced to a minimum. The solution of the variational problem is obtained in the form of functional dependencies of the motion mode of individual parts of the rotation mechanism of a tower crane and is presented in graphical form.

The obtained optimal mode of motion of the rotation mechanism of a crane allows to eliminate the fluctuations of the load on the flexible suspension during the rotation mechanism operation, as well as to reduce the dynamic loads in the drive and metal framework of a crane. During the solution of the optimization variational problem of motion of the rotation mechanism of a crane, it has been justified the boundary conditions of motion, which minimize the dynamic loads in the drive mechanism. The use of optimal laws of motion makes it possible to significantly increase the reliability and performance of the crane operation and reduce emergencies during loading and unloading procedures. The realization of the optimal modes of motion is achieved with the help of the mechatronic devices of the control system of the drive mechanism.

The results obtained in this study can be further used for specification and improvement of existing engineering methods for calculating the rotation mechanisms of cranes with a cargo on a flexible suspension both at the stages of their design / construction, and in conditions of real exploitation.

Keywords: jib crane, rotation mechanism, load, dynamic load, minimization, criterion, optimization, oscillation, elastic moment, speed change, boundary conditions.