АНАЛИЗ ПРАВИЛ КОМБИНИРОВАНИЯ ГРУППОВЫХ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК В КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЯХ

УДК 519.234

КОВАЛЕНКО Игорь Иванович
д.т.н., профессор кафедры программного обеспечения автоматизированных систем
Национального университета кораблестроения им. Макарова, г. Николаев
Научные интересы: методы анализа данных, прикладной системный анализ, теория оптимальных решений, системы поддержки принятия решений.

ШВЕД Алена Владимировна
к.т.н., старший преподаватель кафедры интеллектуальных информационных систем
Черноморского государственного университета им. Петра Могилы., г. Николаев, E-mail: helenashv@mail.ru
Научные интересы: методы анализа данных, математическое моделирование, информационные технологии, системы поддержки принятия решений.

ПУГАЧЕНКО Екатерина Сергеевна
аспирантка, старший лаборант кафедры программного обеспечения автоматизированных систем Национального университета кораблестроения им. Макарова, г. Николаев, E-mail: pugachenko.katya@yandex.ua
Научные интересы: управление проектами, моделирование организационных структур

ВВЕДЕНИЕ

При анализе групповых экспертных оценок эффективные результаты могут быть получены при правильном учете различных НЕ–факторов (неполнота, неопределенность, нечеткость, недостоверность, неоднозначность и др.), что в свою очередь создает основу для выбора соответствующих подходов и методов обработки экспертной информации. Так, например, теория вероятностей предназначена для оперирования шансами случайных событий, при этом предполагается, что все события являются хорошо определенными понятиями. Неопределенность здесь связана только с тем, с какими шансами может произойти случайное событие из полной группы таких событий. Теория нечетких множеств предназначена для оперирования нечеткими концепциями, которые лежат в основе формирования множеств элементов. Неопределенность (неточность, нечеткость) здесь возникает при попытке отнести элементы к некоторым классам (множествам), поскольку эти классы (множества) являются нечеткими, плохо определенными понятиями.

Вместе с тем в реальных условиях могут существовать и специфические формы НЕ–факторов, например, комбинация неопределенности и нечеткости, возникающие в процессе взаимодействия между суждениями экспертов. Структура таких взаимодействий может иметь различных характер — они могут быть согласованными, совместимыми произвольными; могут произвольным образом объединятся и пересекаться. Для анализа указанных структур взаимодействий может быть использована теория свидетельств (теория Демпстера–Шейфера, ТДШ) [1, 2].

В основе данной теории лежит следующее концептуальное положение: основу анализа (множество альтернатив) образует множество взаимно исключающих и исчерпывающих элементов (альтернатив). Это трактуется как рассмотрение всех возможных элементов, так и то, что элементы должны быть уникально определены и отличимы друг от друга. Однако, на практике достичь взаимной исключаемости удается не всегда — некоторые элементы могут в значительной степени перекрываться друг другом. Поэтому выделить полностью различающиеся элементы не представляется возможным [3].

Математическим аппаратом, позволяющим корректно оперировать с такого рода неопределенностями, является теория правдоподобных и парадоксальных рассуждений (теория Дезера–Смарандаке, ТДС), предложенная в работах [3, 4].

Основной процедурой, положенной в основу отмеченных теорий, является комбинирование различных групп экспертных суждений, характеризующихся различными структурами взаимодействий. Правила комбинирования позволяют получать агрегированные (обобщенные) экспертные оценки. Вместе с тем, проблемой такого комбинирования является то, что могут возникать ситуации, при которых пересечение некоторых групп экспертных суждений, например, A_i и B_j может быть пустым: $A_i \cap B_j = \varnothing$. Данная ситуация характеризуется наличием конфликта между экспертными оценками (суждениями, свидетельствами).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью работы является рассмотрение и анализ различных правил комбинирования групповых экспертных оценок с целью получения агрегированной оценки с учетом выбранной модели анализа в условиях наличия конфликта.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

В процессе экспертного оценивания могут возникать ситуации, при которых эксперт выделяет и оценивает не все имеющиеся альтернативы, а лишь некоторые из них.

Пусть имеется исходное множество альтернатив $\mathrm{A} = \{A_i \mid i = \overline{1,n}\}$ и группа экспертов $\mathrm{E} = \{E_j \mid j = \overline{1,m}\}$, выполняющих оценивание.

В нотации математической теории свидетельств [1, 2] (модель Шейфера) эксперт E_j может сформировать систему подмножеств $\mathrm{P}_j = \{B_l \mid l = \overline{1,k}\}$, $k = 2^{|\mathrm{A}|} - 1$, отражающих его предпочтения, таких, что $B_l \subseteq \mathrm{A}$. В рамках данной модели поддерживается предположение, что множество **А** является множеством исчерпывающих и взаимоисключающих элементов. Любое подмножество B_l может быть построено на основе правил:

1. $B_l = \{A_i\}$ — экспертом E_j выбрана одна альтернатива $A_i \in \mathrm{A}$.

2. $B_l = \{A_i \mid i = \overline{1,p}\}$, $p < n$ — экспертом E_j выбрано p альтернатив $A_i \in \mathrm{A}$.

3. $B_l = \mathrm{A} = \{A_i \mid i = \overline{1,n}\}$ — эксперт затрудняется выбрать какую-либо из предложенных альтернатив (все альтернативы равнозначны).

В нотации теории правдоподобных и парадоксальных рассуждений [3] (модель Дезера–Смарандаке) эксперт E_j может сформировать систему подмножеств $\mathrm{P}_j = \{B_l \mid l = \overline{1,k}\}$, $k = \left|D^{\mathrm{A}}\right| - 1$, отражающих его предпочтения, таких, что $B_l \subseteq D^{\mathrm{A}}$, где D^{A} — множество всех возможных подмножеств, выделенных на множестве **А**. В рамках данной модели поддерживается предположение, что множество **А** является множеством исчерпывающих элементов. Любое подмножество B_l может быть построено на основе правил [3,4]:

1. $B_l = \{A_i\}$ — экспертом E_j выбрана одна альтернатива $A_i \in \mathrm{A}$.

2. Если $B_l, B_s \subset D^{\mathrm{A}}$, то $B_l \cap B_s \subset D^{\mathrm{A}}$ и $B_l \cup B_s \subset D^{\mathrm{A}}$, т.е. экспертом могут быть выделены любые подмножества, построенные на множестве $\mathrm{A} = \{A_i \mid i = \overline{1,n}\}$ при помощи операторов $\cap$ и $\cup$, и их комбинаций.

По результатам экспертного опроса может быть сформирована система подмножеств $\mathrm{X} = \{\mathrm{P}_j \mid j = \overline{1,m}\}$, отражающая выбор всех экспертов.

Каждому выделенному подмножеству B_l назначается основное назначение вероятности $m(B_l)$ — степень уверенности в том, что лучший выбор находится в выделенном подмножестве [1, 2]

$$m(B_l) \ge 0, \quad m(\varnothing) = 0, \quad \sum m(B_l) = 1.$$

Для получения агрегированной (обобщенной) оценки в рамках теории свидетельств используется правило комбинирования Демпстера, в рамках теории правдоподобных и парадоксальных рассуждений используется правило комбинирования Дезера–Смарандаке.

Комбинированное основное назначение вероятности $m_{DS}(C)$ согласно правилу Демпстера [1,2] ($m_{DS}(\varnothing)=0$, $\forall(C\neq\varnothing)\in 2^{\mathrm{A}}$) рассчитывается как

$$m_{DS}(C)=\frac{1}{1-k_{12}}\cdot\sum_{\substack{X_1,X_2\in 2^{\mathrm{A}}\\ X_1\cap X_2=C}} m_1(X_1)m_2(X_2) \quad (1)$$

где X_1, X_2 — выделенные экспертами 1 и 2 подмножества альтернатив; 2^{A} — соответствует множеству всех возможных подмножеств, выделенных на множестве **А**; k_{12} — степень конфликтности, которая определяется как

$$k_{12}=\sum_{\substack{X_1,X_2\in 2^{\mathrm{A}}\\ X_1\cap X_2=\varnothing}} m_1(X_1)m_2(X_2) \quad (2)$$

Комбинированное основное назначение вероятности $m_{DSm}(C)$ согласно классическому правилу комбинирования Дезера–Смарандаке [3] ($\forall C\subset D^{\mathrm{A}}$) определяется из выражения

$$m_{DSm}(C)=\sum_{\substack{X_1,X_2\subset D^{\mathrm{A}}\\ X_1\cap X_2=C}} m_1(X_1)\cdot m_2(X_2) \quad (3)$$

Если уровень конфликта значителен, то для агрегирования экспертных оценок может быть применено правило комбинирования PCR5, позволяющее перераспределить конфликтные основные назначения вероятности на подмножества, вовлечённые в локальные конфликты [4].

Комбинированное основное назначение вероятности $m_{PCR5}(C)$ согласно правилу перераспределения конфликтов PCR5 ($\forall C\subset D^{\mathrm{A}}\setminus\{\varnothing\}$) рассчитывается из выражения

$$m_{PCR5}(C)=m_{12}(C)+$$
$$+\sum_{\substack{Y\in D^{\mathrm{A}}\setminus\{X\}\\ X\cap Y=\varnothing}}\left[\frac{m_1(X)^2\cdot m_2(Y)}{m_1(X)+m_2(Y)}+\frac{m_2(X)^2\cdot m_1(Y)}{m_2(X)+m_1(Y)}\right]. \quad (4)$$

где $m_{12}(C)$ — комбинированная масса уверенности для подмножества $C=X\cap Y$, рассчитанная на основе конъюнктивного консенсуса.

Рассмотрим ряд примеров, иллюстрирующих различные подходы при расчете агрегированной оценки в условиях конфликтующих экспертных суждений (свидетельств).

Пример 1. Пусть имеется множество альтернатив (основа анализа) $\mathrm{A}=\{A_1,A_2,A_3,A_4\}$ и два эксперта, выполняющих их оценивание.

В результате проведения экспертного опроса была сформирована система подмножеств $\mathrm{X}=\{\mathrm{P}_1,\mathrm{P}_2\}$, отражающая выбор экспертов 1 и 2. $\mathrm{P}_1=\{B_1^{(1)},B_2^{(1)}\}$ представляет собой множество, которое является совокупностью выделенных экспертом 1 подмножеств $B_1^{(1)}=\{A_2\}$ и $B_2^{(1)}=\{A_4\}$. Экспертом 2 было сформировано множество $\mathrm{P}_2=\{B_1^{(2)},B_2^{(2)}\}$, где $B_1^{(2)}=\{A_1\}$ и $B_2^{(2)}=\{A_3\}$. На рисунке 1 изображены выделенные экспертами 1 и 2 подмножества.

Выделенным подмножествам назначены основные назначения вероятности:

$m_1(A_1)=0$; $m_1(A_2)=0{,}6$; $m_1(A_3)=0$; $m_1(A_4)=0{,}4$;
$m_2(A_1)=0{,}1$; $m_2(A_2)=0$; $m_2(A_3)=0{,}9$; $m_2(A_4)=0$.

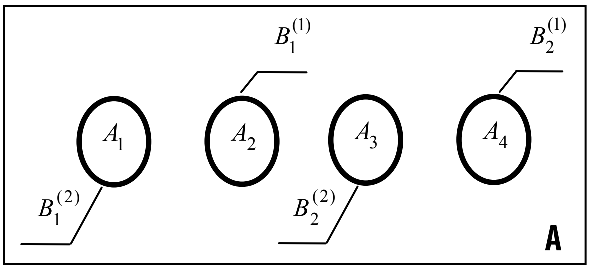

Рисунок 1 – Выделенные экспертами 1 и 2 подмножества (пример 1)

Рассчитаем результирующее основное назначение вероятности $m_{12}(\cdot)$ на основе правил комбинирования Демпстера, Дезера–Смарандаке и правила PCR5. В таблице 1 представлены результирующие подмножества, образованные путем пересечения выделенных экспертами подмножеств.

Коэффициент конфликтности для примера 1 составил

$$k_{12}=m_1(A_2)m_2(A_1)+$$
$$+m_1(A_4)m_2(A_1)+m_1(A_2)m_2(A_3)+$$
$$+m_1(A_4)m_2(A_3)=$$
$$=0{,}6*0{,}1+0{,}4*0{,}1+0{,}6*0{,}9+$$
$$+0{,}4*0{,}9=0{,}06+0{,}04+0{,}54+0{,}36=1.$$

Таблица 1

Степень пересечения выделенных экспертами подмножеств (пример 1)

	Эксперт 1	
$B_j^{(i)}$	$B_1^{(1)} = \{A_2\}$	$B_2^{(1)} = \{A_4\}$
Эксперт 2 $B_1^{(2)} = \{A_1\}$	$B_1^{(1)} \cap B_1^{(2)} = \varnothing$	$B_2^{(1)} \cap B_1^{(2)} = \varnothing$
$B_2^{(2)} = \{A_3\}$	$B_1^{(1)} \cap B_2^{(2)} = \varnothing$	$B_2^{(1)} \cap B_2^{(2)} = \varnothing$

При такой ситуации применение правила Демпстера невозможно т.к. уровень конфликта равен 1.

На основе классического правила комбинирования Дезера–Смарандаке выделены результирующие подмножества:

$m_{12}(A_1 \cap A_2) = 0,06$; $m_{12}(A_1 \cap A_4) = 0,04$; $m_{12}(A_2 \cap A_3) = 0,54$; $m_{12}(A_3 \cap A_4) = 0,36$.

Как видно из таблицы 1 в модели имеются 4 локальных конфликта: $A_1 \cap A_2 = \varnothing$, $A_1 \cap A_4 = \varnothing$, $A_2 \cap A_3 = \varnothing$, $A_3 \cap A_4 = \varnothing$. Суммарное значение которых составляет 1.

Первый локальный конфликт $m_{12}(A_1 \cap A_2) = m_1(A_2)m_2(A_1)$ =0,6*0,1=0,06 пропорционально распределяется между выбором A_1 и A_2 в соответствии с выражением

$$\frac{x_1}{0,1} = \frac{y_1}{0,6} = \frac{0,6 \cdot 0,1}{0,6+0,1} = \frac{0,06}{0,7}.$$

Тогда $x_1 =$ (0,06*0,1)/0,7=0,0086; $y_1 =$ (0,06*0,6)/0,7=0,0514.

Второй локальный конфликт $m_{12}(A_1 \cap A_4) = m_1(A_4)m_2(A_1)$ =0,04 пропорционально распределяется между выбором A_1 и A_4 в соответствии с выражением

$$\frac{x_2}{0,1} = \frac{y_2}{0,4} = \frac{0,4 \cdot 0,1}{0,4+0,1} = \frac{0,04}{0,5}.$$

Тогда $x_2 =$ (0,04*0,1)/0,5=0,008; $y_2 =$ (0,04*0,4)/0,5=0,032.

Третий локальный конфликт $m_{12}(A_2 \cap A_3) = m_1(A_2)m_2(A_3)$ =0,6*0,9=0,54 пропорционально распределяется между выбором A_2 и A_3 в соответствии с выражением

$$\frac{x_3}{0,6} = \frac{y_3}{0,9} = \frac{0,6 \cdot 0,9}{0,6+0,9} = \frac{0,54}{1,5}.$$

Тогда $x_3 =$ (0,54*0,6)/1,5=0,216; $y_3 =$ (0,54*0,9)/1,5=0,324.

Четвертый локальный конфликт $m_{12}(A_3 \cap A_4) = m_1(A_4)m_2(A_3)$ =0,4*0,9=0,36 пропорционально распределяется между выбором A_3 и A_4 в соответствии с выражением

$$\frac{x_4}{0,9} = \frac{y_4}{0,4} = \frac{0,9 \cdot 0,4}{0,9+0,4} = \frac{0,36}{1,3}.$$

Тогда $x_4 =$ (0,36*0,9)/1,3=0,249; $y_4 =$ (0,36*0,4)/1,3=0,111.

Результирующие основные назначения вероятности в соответствии с правилом PCR5:

$m_{12}(A_1)$ =0+0,0086+0,008=0,0166; $m_{12}(A_2)$ =0+0,0514+0,216=0,2674;

$m_{12}(A_3)$ =0+0,324+0,249=0,573; $m_{12}(A_4)$ =0+0,032+0,111=0,143.

$$\sum_{i=1}^{4} m_{12}(A_i) = 1.$$

Пример 2. Пусть имеется множество альтернатив (основа анализа) $\mathrm{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ и два эксперта, выполняющих их оценивание.

В результате проведения экспертного опроса была сформирована система подмножеств $\mathrm{X} = \{\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2\}$, отражающая выбор экспертов 1 и 2. $\mathrm{P}_1 = \{B_1^{(1)}, B_2^{(1)}\}$ представляет собой множество, которое является совокупностью выделенных экспертом 1 подмножеств $B_1^{(1)} = \{A_2\}$ и $B_2^{(1)} = \{A_4\}$. Экспертом 2 было сформировано множество $\mathrm{P}_2 = \{B_1^{(2)}, B_2^{(2)}, B_3^{(2)}\}$, где $B_1^{(2)} = \{A_1\}$, $B_2^{(2)} = \{A_3\}$ и $B_3^{(2)} = \{A_4\}$. На рисунке 2 изображены выделенные экспертами 1 и 2 подмножества.

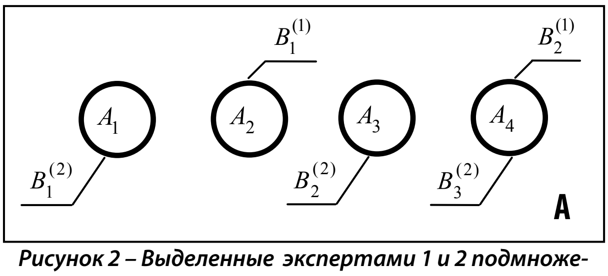

Рисунок 2 – Выделенные экспертами 1 и 2 подмножества (пример 2)

Выделенным подмножествам назначены основные назначения вероятности:

$m_1(A_1)=0$; $m_1(A_2)=0,998$;

$m_2(A_1)=0,998$; $m_2(A_2)=0$;

$m_1(A_3)=0$; $m_1(A_4)=0,002$;

$m_2(A_3)=0,001$; $m_2(A_4)=0,001$.

Рассчитаем результирующее основное назначение вероятности $m_{12}(\cdot)$ на основе правил комбинирования Демпстера, Дезера–Смарандаке и правила PCR5. В таблице 2 представлены результирующие подмножества, образованные путем пересечения выделенных экспертами подмножеств.

Таблица 2

Степень пересечения выделенных экспертами подмножеств (пример 2)

		Эксперт 1	
	$B_j^{(i)}$	$B_1^{(1)}=\{A_2\}$	$B_2^{(1)}=\{A_4\}$
Эксперт 2	$B_1^{(2)}=\{A_1\}$	$B_1^{(1)}\cap B_1^{(2)}=\varnothing$	$B_2^{(1)}\cap B_1^{(2)}=\varnothing$
	$B_2^{(2)}=\{A_3\}$	$B_1^{(1)}\cap B_2^{(2)}=\varnothing$	$B_2^{(1)}\cap B_2^{(2)}=\varnothing$
	$B_3^{(2)}=\{A_4\}$	$B_1^{(1)}\cap B_3^{(2)}=\varnothing$	$B_2^{(1)}\cap B_3^{(2)}=\{A_4\}$

Коэффициент конфликтности для примера 2 составил

$$k_{12}=m_1(A_2)m_2(A_1)+m_1(A_4)m_2(A_1)+m_1(A_2)m_2(A_3)+m_1(A_4)m_2(A_3)+m_1(A_2)m_2(A_4)=$$
$$=0,998*0,998+0,002*0,998+0,998*0,001+0,002*0,001+0,998*0,001=$$
$$=0,996004+0,001996+0,000998+0,000002+0,000998=0,999998.$$

Результирующие основные назначения вероятности:

– Правило Демпстера:

$$m_{12}(A_4)=m_1(A_4)m_2(A_4)=$$
$$=0,002*0,001/(1-0,999998)=.$$
$$=0,000002/0,000002=1$$

– Классическое правило комбинирования Дезера–Смарандаке:

$m_{12}(A_4)=0,000002$; $m_{12}(A_1\cap A_2)$=0,996004; $m_{12}(A_1\cap A_4)$=0,001996;

$m_{12}(A_2\cap A_3)$=0,000998; $m_{12}(A_2\cap A_4)$ =0,000998; $m_{12}(A_3\cap A_4)$=0,000002.

Как видно из таблицы 2 в модели имеются 5 локальных конфликтов: $A_1\cap A_2=\varnothing$, $A_1\cap A_4=\varnothing$, $A_2\cap A_3=\varnothing$, $A_2\cap A_4=\varnothing$, $A_3\cap A_4=\varnothing$. Суммарное значение которых соответствует значению коэффициента конфликтности k_{12}.

Первый локальный конфликт $m_{12}(A_1\cap A_2)=m_1(A_2)m_2(A_1)$ =0,996004 пропорционально распределяется между выбором A_1 и A_2 в соответствии с выражением

$$\frac{x_1}{0,998}=\frac{y_1}{0,998}=\frac{0,996004}{1,996}.$$

Тогда $x_1=$ y_1 =(0,996004*0,998)/1,996=0,498002.

Второй локальный конфликт $m_{12}(A_1\cap A_4)=m_1(A_4)m_2(A_1)$ =0,001996 пропорционально распределяется между выбором A_1 и A_4 в соответствии с выражением

$$\frac{x_2}{0,998}=\frac{y_2}{0,002}=\frac{0,001996}{1}.$$

Тогда $x_2=$ (0,998*0,001996)=0,001992; $y_2=$ (0,002*0,001996)=0,000004.

Третий локальный конфликт $m_{12}(A_2\cap A_3)=m_1(A_2)m_2(A_3)$ =0,000998 пропорционально распределяется между выбором A_2 и A_3 в соответствии с выражением

$$\frac{x_3}{0,998}=\frac{y_3}{0,001}=\frac{0,000998}{0,999}.$$

Тогда x_3 =(0,000998*0,998)/0,999=0,000997; y_3 =(0,000998*0,001)/0,999= 0,000000999.

Четвертый локальный конфликт $m_{12}(A_3\cap A_4)=m_1(A_4)m_2(A_3)$ =0,000002 пропорционально распределяется между выбором A_3 и A_4 в соответствии с выражением

$$\frac{x_4}{0,001} = \frac{y_4}{0,002} = \frac{0,000002}{0,003}.$$

Тогда x_4 =(0,001*0,000002)/0,003=0,000000667; y_4 =(0,002*0,000002)/0,003= =0,000001335.

Пятый локальный конфликт $m_{12}(A_2 \cap A_4) = m_1(A_2)m_2(A_4)$ =0,000002 пропорционально распределяется между выбором A_2 и A_4. Учитывая, что $m_2(A_4) = m_2(A_3)$, то $x_5 = x_3$ и $y_5 = y_3$.

Результирующие основные назначения вероятности, полученные на основе правила PCR5:

$m_{12}(A_1)$ =0+0,498002+0,001992=0,499994;

$m_{12}(A_2)$
=0+0,498002+0,000997+0,000997=0,499996;

$m_{12}(A_3)$
=0+0,000000999+0,000000667=0,000001666;

$m_{12}(A_4)$
=0,000002+0,000001335+0,000000999+0,000004=0,000008334.

Пример 3. Пусть имеется множество альтернатив (основа анализа) $\mathrm{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ и два эксперта, выполняющих их оценивание.

В результате проведения экспертного опроса была сформирована система подмножеств $\mathrm{X} = \{\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2\}$, отражающая выбор экспертов 1 и 2. $\mathrm{P}_1 = \{B_1^{(1)}, B_2^{(1)}\}$ представляет собой множество, которое является совокупностью выделенных экспертом 1 подмножеств $B_1^{(1)} = \{A_2\}$ и $B_2^{(1)} = \{A_4\}$. Экспертом 2 было сформировано множество $\mathrm{P}_2 = \{B_1^{(2)}, B_2^{(2)}\}$, где $B_1^{(2)} = \{A_1\}$ и $B_2^{(2)} = \{A_4\}$. На рисунке 3 изображены выделенные экспертами 1 и 2 подмножества.

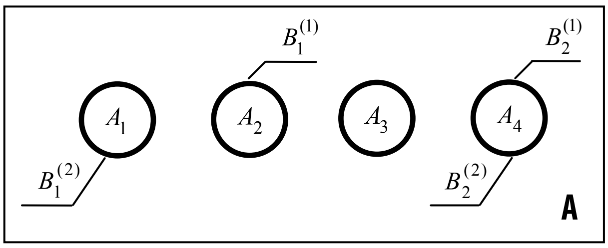

Рисунок 3 – Выделенные экспертами 1 и 2 подмножества (пример 3)

Выделенным подмножествам назначены основные назначения вероятности:

$m_1(A_1) = 0$; $m_1(A_2) = 0,99$;

$m_2(A_1) = 0,99$; $m_2(A_2) = 0$;

$m_1(A_3) = 0$; $m_1(A_4) = 0,01$;

$m_2(A_3) = 0$; $m_2(A_4) = 0,01$.

Рассчитаем результирующее основное назначение вероятности $m_{12}(\cdot)$ на основе правил комбинирования Демпстера, Дезера–Смарандаке и правила PCR5. В таблице 3 представлены результирующие подмножества, образованные путем пересечения выделенных экспертами подмножеств.

Коэффициент конфликтности для примера 3 составил

$$k_{12} = m_1(A_2)m_2(A_1) + m_1(A_4)m_2(A_1) + m_1(A_2)m_2(A_4) =$$
$$= 0,99*0,99 + 0,01*0,99 + 0,99*0,01 = 0,9999.$$

Таблица 3

Степень пересечения выделенных экспертами подмножеств (пример 3)

		Эксперт 1	
	$B_j^{(i)}$	$B_1^{(1)} = \{A_2\}$	$B_2^{(1)} = \{A_4\}$
Эксперт 2	$B_1^{(2)} = \{A_1\}$	$B_1^{(1)} \cap B_1^{(2)} = \varnothing$	$B_2^{(1)} \cap B_1^{(2)} = \varnothing$
	$B_2^{(2)} = \{A_4\}$	$B_1^{(1)} \cap B_2^{(2)} = \varnothing$	$B_2^{(1)} \cap B_2^{(2)} = \{A_4\}$

Результирующие основные назначения вероятности:

– Правило Демпстера:

$$m_{12}(A_4) = m_1(A_4)m_2(A_4) =$$
$$= 0,01*0,01/(1-0,9999) = 0,0001/0,0001 = 1.$$

– Классическое правило комбинирования Дезера–Смарандаке:

$m_{12}(A_4) = 0,0001$; $m_{12}(A_1 \cap A_2)$ =0,9801; $m_{12}(A_1 \cap A_4)$ =0,0099; $m_{12}(A_2 \cap A_4)$ =0,0099.

– Правило перераспределения конфликтов PCR5:

$$m_{12}(A_1) = 0 + \frac{0,99^2 \cdot 0,99}{0,99+0,99} + \frac{0,99^2 \cdot 0,01}{0,99+0,01} =$$
0,499851;

$$m_{12}(A_2) = \frac{0,99^2 \cdot 0,99}{0,99+0,99} + \frac{0,99^2 \cdot 0,01}{0,99+0,01} = 0,499851;$$

$m_{12}(A_3)$ =0;

$$m_{12}(A_4) = 0,01 \cdot 0,01 + \frac{0,01^2 \cdot 0,99}{0,01 + 0,99} + \frac{0,01^2 \cdot 0,99}{0,01 + 0,99} =$$

0,000298.

ВЫВОДЫ

В статье рассмотрен ряд правил комбинирования на основе конъюнктивного консенсуса, которые позволяют получать агрегированные оценки в условиях противоречивой экспертной информации.

Рассмотренные примеры и полученные результаты дают возможность сформулировать следующие утверждения:

1. Правило комбинирования Демпстера относит назначения вероятности, связанные с конфликтующими подмножествами, к пустому множеству и использует их только для нормализации полученных результатов. В случае значительного конфликта это приводит к некорректным (неправдоподобным) результатам. Правило Демпстера может быть использовано при условии незначительного конфликта, если суждения экспертов признаны согласованными, и количественное значение полного незнания (основного назначения вероятности отнесенного множеству $\{A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n\}$) намного меньше суммарного назначения вероятности, относящейся ко всем выделенным подмножествам.

2. Правило комбинирования Дезера–Смарандаке показывает лучшие результаты по сравнению с правилом Демпстера, так как позволяет получать более полную информацию о характере взаимодействия экспертных суждений (в процессе анализа образуются результирующие подмножества экспертных суждений не только на основе операции $\cup$, как в теории свидетельств, но и при помощи операции $\cap$), а также корректно обращаться с неопределенными (эксперт затрудняется с выбором), парадоксальными и противоречивыми данными. Степень неопределенности возрастает с ростом массы уверенности (основного назначения вероятности) отнесенной к множеству $\{A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n\}$, доля парадоксальности возрастает с ростом $m(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n)$. Классическое правило комбинирования Дезера–Смарандаке позволяет обрабатывать экспертные суждения в ситуации, когда конфликтная масса уверенности достигает 1, но при этом возможна ситуация при которой не будет выделено результирующих одноэлементных подмножеств соответствующих исходным альтернативам.

3. Правило комбинирования PCR5 перераспределяет основное назначение вероятности, отнесенное к пустому множеству, на подмножества, вовлечённые в конфликт, пропорционально основным назначениям вероятности этих подмножеств. Это свойство позволяет корректно обращаться с обобщенной массой уверенности (основному назначению вероятности) отнесенной к пустым пересечениям. Правило комбинирования PCR5 позволяет обрабатывать экспертные суждения в ситуации, когда конфликтная масса уверенности достигает 1, при этом будут рассчитаны комбинированные основные назначения вероятности для всех выделенных экспертами подмножеств, включая одноэлементные.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Beynon M. The Dempster–Shafer theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling / Malcolm Beynon , Bruce Curry, Peter Morgan // Omega. — 2000. — Vol. 28, № 1. — P. 37— 50.
2. Shafer Glenn. A mathematical theory of evidence / Glenn Shafer. — Princeton: Princeton University Press, 1976. — 297 p. — ISBN 0–691–08175–1.
3. Smarandache Florentin. Advances and applications of DSmT for Information Fusion. Vol.1 / F. Smarandache, J. Dezert. — Rehoboth: American Research Press, 2004. — 438 p. — ISBN 1–931233–82–9.
4. Smarandache Florentin. Advances and applications of DSmT for Information Fusion. Vol.2 / F. Smarandache, J. Dezert. — Rehoboth: American Research Press, 2006. — 461 p. — ISBN 1–59973–000–6.