



# МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ АВТОМОБІЛЬНОГО ТРАНСПОРТУ В УМОВАХ ШВИДКІСНОЇ МАГІСТРАЛІ

УДК 519:514.174.6

## **ЗІНОВЄЄВ Ігор Валерійович**

к.ф.-м.н., доцент кафедри алгебри та геометрії Запорізького національного університету.

**Наукові інтереси:** механіка деформівного твердого тіла, математичне моделювання.

**e-mail:** zinoveyev@mail.ru

## **КОНДРАТ'ЄВА Наталія Олександрівна**

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної

математики й механіки Запорізького національного університету.

**Наукові інтереси:** теорія систем, математичне моделювання, теорія прийняття рішень.

**e-mail:** n-kondr@mail.ru

## **МАНЬКО Наталія Іванівна-Володимирівна**

старший викладач кафедри алгебри

та геометрії Запорізького національного університету.

**Наукові інтереси:** механіка деформівного твердого тіла, математичне моделювання, методика викладання математики.

**e-mail:** manko\_nataly@mail.ru

### **ВСТУП**

Багато явищ у навколишньому середовищі пов'язані з виникненням та розвитком стійких або динамічних структур із певним рівнем самоорганізації в межах складних просторово розподілених, неоднорідних систем. Динаміка таких систем найбільш ефективно може бути описана в термінах клітинних автоматів, які дозволяють моделювати просторово неоднорідні нелінійні процеси за допомогою простих локальних правил переходів. До таких систем відносяться системи автотранспортних потоків і зокрема потоків швидкісних магістралей.

Збільшення у рази кількості транспортних засобів в останні десятиріччя призвело до значного зростання інтенсивності і щільності руху транспортних потоків. У транспортному потоці за умови високої щільності та інтенсивності руху, швидкісному режимі водій вже не вільний у своєму пересуванні, виборі швидкості руху, лінії поведінки, що значною мірою визначається загальними тенденціями, ритмом та правилами динамічного існування автотранспортного потоку [1].

Дослідження закономірностей автомобільних потоків, впливу різноманітних факторів на характеристики транспортних потоків з метою підвищення ефективності експлуатації транспортної мережі, пошук ефективних стратегій управління транспортними потоками, регулювання швидкісних режимів автомагістралей є актуальними та вкрай важливими задачами сучасного суспільства.

Відповіді на всі ці питання можна дати, використовуючи різноманітні моделі, і, зокрема, математичні, які здатні адекватно описувати поведінку учасників транспортного потоку й правильно відтворювати параметри й характеристики руху.

### **АНАЛІЗ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ДОРОЖНЬОГО РУХУ**

Для моделювання транспортних потоків створено багато математичних моделей, що дозволяють дослідити різні параметри руху транспортних потоків, підходи до їх керування. В роботах [1, 2], наприклад, наводяться достатньо ґрунтовні переліки та описи ос-

новних методів та ідей в області математичного моделювання транспортних потоків, обговорюються питання моделювання завантаження транспортних мереж, динаміки транспортних потоків.

Серед задач дослідження транспортних потоків, що розв'язуються за допомогою моделювання, можна виділити наступні: дослідження саме транспортних потоків; дослідження впливу на роботу транспортної системи змін її елементів, наприклад, введення нової смуги руху або навпаки закриття на ремонт, встановлення блокувань; дослідження перерозподілів потоків транспорту внаслідок непередбаченої ситуації, наприклад, аварії або пошкодження частини дорожнього полотна; дослідження впливу різних швидкісних режимів на конфігурацію потоків.

Існують декілька класифікацій математичних моделей транспортних потоків. Історично склались два основних підходи – детерміністичний та імовірнісний (стохастичний), кожний з яких може бути реалізований на макро або на мікро рівні. В основі детермінованих моделей лежить функціональна залежність між окремими показниками [3], наприклад, швидкістю й дистанцією між автомобілями, моделлю поведінки й швидкісними обмеженнями. У стохастичних моделях автопотік розглядається як імовірнісний процес із застосуванням відповідного математичного апарату [5].

Згідно з однією з класифікацій, наприклад в [4], моделі прийнято розбивати на три класи: моделі-аналоги, моделі проходження за лідером та імовірнісні моделі, кожна з яких, в свою чергу, реалізує один з зазначених вище підходів – *детермінований* або *стохастичний*. В моделях-аналогах транспортний потік розглядається на макрорівні як рух транспортного засобу в фізичному потоці з використанням законів гідро й газодинаміки (моделі Гріншилдса, Лайтхіла-Уізема, моделі ударних хвиль у транспортному потоці та гідродинамічні моделі першого і другого порядку), короткий опис яких можна знайти в роботах [1, 2].

В імовірнісних моделях транспортний потік розглядається на мікрорівні як результат взаємодії (має стохастичний характер) окремих транспортних засобів на елементах транспортної мережі [6]. Окремі моделі використовують принципи клітинних автоматів. І хоча моделі на клітинних автоматах поступаються в точності часово-неперервним моделям, вони здатні відтворити велику кількість дорожніх ситуацій.

Метою даної роботи є розробка гібридної моделі руху автомобільного транспорту в умовах багатосмугової швидкісної автомагістралі, що базується на основних принципах функціонування клітинного автомата та принципах розвитку популяцій, сформульованих та реалізованих Дж. Конвеем у грі "Життя".

### ОСНОВНІ ПРАВИЛА ТА ПРИНЦИПИ КЛАСИЧНОЇ ГРИ ДЖ. КОНВЕЯ «ЖИТТЯ» ТА ЇЇ МОДИФІКАЦІЇ

У 40-х роках ХХ сторіччя відомий математик Джон фон Нейман (John von Neumann) розробив математичну модель гіпотетичної машини, яка може відтворювати саму себе, але набір правил її існування був дуже складним. Джон Конвей (John Horton Conway) зацікавився проблемою, запропонованою Нейманом та спробував спростити запропоновані ним ідеї та правила. Результатом цієї праці стала гра «Життя», перше описання якої було опубліковано у 1970 році в журналі *Scientific American*, в рубриці Мартіна Гарднера «Математичні ігри», в якому сформульовано основні правила функціонування гри.

Основні правила гри «Життя»:

1. Місце дії гри – «всесвіт» – розмічена на клітинки поверхня або площина – безмежна, обмежена, або замкнена.

2. Кожна клітинка на цій поверхні може перебувати у двох станах: бути «живою» або бути «мертвою» (порожньою). Клітинка має вісім сусідів (навколишніх клітинок).

3. Розподіл живих клітинок на початку гри називається першим поколінням. Кожне наступне покоління розраховується на основі попереднього за такими правилами: в порожній (мертвій) клітинці, поруч із якою рівно три живі клітинки, зароджується Життя; якщо у живої клітинки є два або три живих сусіда, то ця клітинка продовжує жити; а якщо ні (якщо сусідів менше двох або більше трьох), то клітинка вмирає (« від самотності» або « від перенаселеності»).

4. Гра припиняється, якщо на полі не залишиться жодної «живої» клітинки, якщо при черговому кроці жодна із клітинок не змінює свого стану (складається стабільна конфігурація) або якщо конфігурація на черговому кроці в точності (без зрушень і поворотів) повторить себе ж на одному з більш ранніх кроків (утворюється періодична конфігурація).

5. Гравець не приймає прямої участі в грі, а лише розставляє або генерує початкову конфігурацію «жи-



клітинці (розміри ділянки дороги, що відповідає одній клітинці в базовій моделі обирались  $4m \times 3m$ ).

У кожному наступному поколінні можливі такі випадки: у порожній клітинці може з'явитися автомобіль; автомобіль, що перебуває в одній із клітинок може продовжити рух або зупинитися; порожня клітинка залишається порожньою, якщо в ній не з'явився жоден з автомобілів.

В математичному плані в конкретний момент часу  $t$  від початку моделювання стан автомату моделі характеризується сукупністю  $m \times n$  векторів вигляду  $((x, y), s, t, v)$ , а кожна клітинка повністю описується п'ятьма змінними, де:  $(x, y)$  – поточні координати клітинки ( $x, y \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq n, 1 \leq y \leq m, m = 3, 4, 5$ ,  $x$  – поперечна координата,  $y$  – номер смуги полотна);  $s$  – стан клітинки;  $v$  – швидкість автомобіля в момент часу  $t$  (початкова швидкість кожного авто або нульова, або в межах від 60 км/год до 90 км/год).

Зробимо декілька припущень: кожне авто не порушує правил дорожнього руху; кожний водій, якщо швидкість його авто менша за максимально дозволена на цьому відрізку магістралі прагне її досягти прискорюючи своє авто.

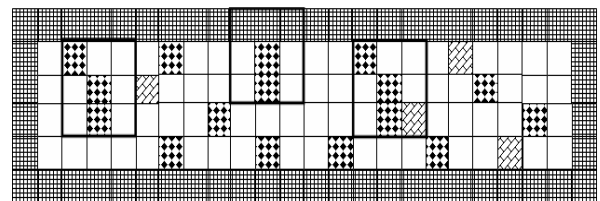
**Множина можливих станів клітинки.** Введення більшої кількості станів ускладнює побудову правил переходу із стану в стан, тому для спрощення моделі обмежимося трьома станами  $s \in \{0, 1, 2\}$ . Якщо в момент часу  $t$  ділянка дорожнього полотна вільна від авто, то  $s = 0$ ; якщо ділянка зайнята автомобілем, що рухається або в наступний момент часу буде в русі, то  $s = 1$ ; якщо ділянка зайнята і недоступна для проїзду, то  $s = 2$  (наприклад, клітинка відповідає припаркованому автомобілю). Введення в модель стану 2 дає можливість вивчати такі питання, як заборона паркування в правому ряду автомагістралі, або досліджувати залежність середньої швидкості на ділянці автостради від імовірності ДТП на ньому.

**ПРАВИЛА ЗМІНИ СТАНІВ ТА ПЕРЕХОДІВ МІЖ СТАНАМИ**

Обмежимося розглядом змін в моделі конфігурації рухомих автомобілів: поява нових рухомих автомобілів в лівому стовпці прямокутної сітки; зміна вже рухомих автомобілів – перехід із стану 1 в стан паркування;

перехід в стан ДТП – спонтанний перехід в стан 2. Для цього вводяться наступні правила: для кожної клітинки  $(i, y)$  в стані 0 або в стані 1 визначається вірогідність  $p = p(y, t)$  появи на наступному кроці  $t+1$  нового автомобіля в стані 1 (якщо випадкове  $p$  виявляється менше, ніж задане в моделі  $p_n$ , то клітинка  $(i, y)$  залишається в стані 0, в протилежному випадку в клітинці з'являється новий автомобіль в стані 1; стан 1 клітинки  $(x, y)$  в момент часу  $t$ , на наступному кроці  $t+1$  цілком визначається станами клітинок свого околу (на рис.2 прямокутниками  $3 \times 3$  зображено околиці трьох клітинок; клітинка, для якої побудовано оточення – центральна прямокутника), тобто восьми сусідніх клітинок (сусідніми вважаються клітинки, що мають хоча б одну спільну точку), а саме клітинками з координатами  $(x \pm 1, y \pm 1), (x \pm 1, y), (x, y \pm 1)$  на кроці  $t$  за допомогою функції  $f$  зміни станів.

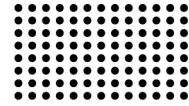
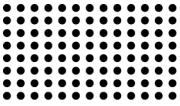
Для коректного завдання граничних умов, універсального запису стану всіх клітинок для клітинок по краях від дорожньої ділянки, що розглядається, вводиться псевдо стан  $s = -1$ . Для кращого візуального представлення на рис.2 проілюстрована ділянка дорожнього полотна із позначенням клітинок у відповідності до свого стану та зображенням оточень трьох клітинок.



– клітинка в стані -1, □ – клітинка в стані 0,  
 – клітинка в стані 1, – клітинка в стані 2

Рисунок 2 – Модель дорожнього полотна з урахуванням станів клітинок

Стан 0 може змінитись лише на стан 1. Стан 1 може перейти у стан 0 (рухомий автомобіль звільняє клітинку без заміни іншим авто), або в стан 1 (автомобіль звільняє клітинку із заміною іншим авто), або в стан 2 (авто зупиняється, паркується, стає учасником ДТП). Стан 2 може перейти у стан 0 (автомобіль пошкоджено та він починає рух, звільняє клітинку, авто прибирається з дороги або завершено ремонт) або в стан 2 (залишається в цьому стані до кінця прогону



моделі), що визначається відповідним параметром моделі на початку моделювання.

### ДИНАМІКА КЛІТИННОГО АВТОМАТУ

Нехай в момент часу  $t$  клітинний автомат, що моделює дорожній рух, знаходиться в стані  $A : (t, S[n \times m])$ , а в момент часу  $t+1$   $A' : (t, S'[n \times m])$ , де  $S'[n \times m]$  – змінена матриця станів і функція  $F : S[n \times m] \rightarrow S'[n \times m]$  сформована відповідно до правил переходу клітинного автомата та залежить тільки від поточної матриці станів. Тобто, стан автомата в момент  $t$  виражається за допомогою  $t$  – кратного застосування до початкового стану функції  $F$ , а саме  $A : (t, S[n \times m]) = A : (0, F \circ F \circ \dots \circ F[n, m])$ . Зауважимо, що внаслідок того, що функція  $F$  має ймовірнісний характер, результат  $t$  – кратного застосування також носить ймовірнісний характер і може відрізнитись від повторного такого ж застосування при тих самих вихідних даних. Однак при достатній кількості випробувань можна отримати найбільш типові структури розміщення транспортних засобів на дорожньому полотні, які в свою чергу при порівняно великих значеннях  $t$  будуть знаходитись в межах трьох основних станів: 1) починаючи з деякого кроку, картина руху автомобілів по автомагістралі практично перестав змінюватися (пробка, ділянка вільна від машин, стала конфігурації груп авто); 2) циклічне повторення основних показників; 3) хаотичний характер змін станів.

Будемо вважати, що в результаті послідовного застосування ймовірнісної функції  $F$  до початкового стану автомата існує крок  $t_0$ , починаючи з якого стан моделі збігається до одного із трьох описаних вище типових станів.

Таким чином, при виклику функції  $F$  складається список з координат всіх клітинок автомата, які знаходяться в стані, у порядку, в якому цей список відсортований, для кожної клітинки із списку визначається зміна конфігурації рухомого автомобіля а для клітинок найлівішого ряду дорожнього полотна, відповідно до критеріального значення ймовірності  $p_n$ , заповнюються рухомими автомобілями. Отже, складовими частинами моделі є визначення представлення та розбиття дорожнього полотна; визначення функції  $F$  перетворення стану дорожнього полотна; заповнення рухомими автомобілями клітинок першого вертикаль-

ного ряду; визначення функції  $f$ , яка змінює стан кожного конкретного рухомого автомобіля.

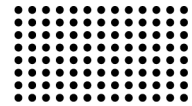
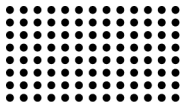
Математична модель дорожнього руху  $W : (M, A)$  на момент запуску повинна містити в собі опис правил та параметрів екземпляру моделі  $M$  та початковий стан клітинного автомата  $A_0 : (0, S[n \times m])$ .

Нехай функція  $f$  визначає зміну конкретного рухомого автомобіля. Аргументами  $f$  виступає впорядкований набір станів сусідніх клітинок. Таким чином, множина можливих аргументів функції  $f$  є дискретний простір вигляду  $[S_{x,y}^t, V_{x,y}^t, S_{x,y}^{t+1}, v_{x,y}^{t+1}]$ , де  $S_{x,y}^t, V_{x,y}^t$  – матриці розмірності  $3 \times 3$ , що описують стан та швидкість кожної клітинки  $(x, y)$  та всіх клітинок її околу в момент часу  $t$ , а для завдання повного набору правил переходу в клітинному автоматі потрібно визначити множину всіх значень функцій  $f$  на всіх можливих наборах аргументів. Для кожної з можливих конфігурацій функція  $f$  задається двоелементними списками виклику  $(s'_i, m_i)$ , після спрацьовування правила  $i$ ,  $i = \overline{1, k}$ . Тут  $s'_i = 1$  або  $2$  – визначає стан, в якому опиняється автомобіль;  $m_i = 0, 1, 2$  або  $3$  – номер клітинки, в якій автомобіль виявляється ( $0$  – автомобіль залишається в поточній клітинці;  $1$  – автомобіль в русі перебудовується в ліву смугу;  $2$  – автомобіль рухається прямо вперед;  $3$  – автомобіль в русі перебудовується в праву смугу). Таким чином, значення станів трьох клітинок праворуч від даної передаються на вхід функції  $f$ , визначається один із можливих станів функції  $f$  (генерація випадкового числа в діапазоні від  $1$  до  $k$ , яке визначає, номер правила поведінки автомобіля (водія) із списку можливих значень функції зміни станів).

### ФОРМАЛЬНИЙ ОПИС БАЗОВОЇ МОДЕЛІ

Базовий екземпляр моделі визначає розміри прямокутної сітки  $n \times m$ ,  $25 \leq n \leq 1000$ ,  $3 \leq m \leq 5$  дорожнього полотна, ймовірність  $p_n$  і набір правил, за якими, якщо не обумовлене інше, відбуватимуться перетворення в клітинному автоматі.

Четвертим елементом у визначенні екземпляра моделі є сукупність правил визначення значень функції  $f$  для різних конфігурацій клітинок дорожнього полотна (деякі проілюстровано на рис. 3). У базовому варіанті моделі не відбуватиметься ні паркування, ні ДТП. Таким чином, в стані  $2$  знаходитимуться лише ті клітинки, які знаходилися в



цьому стані спочатку. Звідси витікає, що клітинний автомат перестає бути в базовому варіанті імовірнісним, і модель дорожнього руху стає практично визначеною.

Сформулюємо базові правила переходу в автоматі: якщо клітинка попереду автомобіля вільна (другий аргумент функції  $f$  дорівнює нулю), то рух прямо (перший пріоритет); якщо клітинка зайнята – перебудова, за можливості, в лівий ряд (другий пріоритет);

якщо зайняті передня і ліва клітинка, то перебудова направо (третій пріоритет). Якщо в своєму оточенні рух вперед неможливий, автомобіль залишається в тій ж конфігурації. На рис. 3 проілюстровані деякі із базових правил переходу в автоматі для випадків, коли ті із восьми клітинок–сусідів, що знаходяться в стані 1 або 2, розташовані в правому стовпці околу.

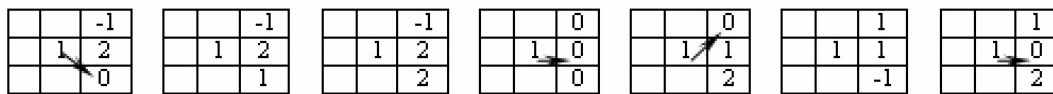


Рисунок 3 – Ілюстрація деяких базових правил переходу в автоматі

Математичний опис базового екземпляра моделі містить в собі: розміри полотна  $n \times m$ ,  $n = 25, 1000$ ,  $m = 3, 5$ ; правила зміни станів клітинок, серед яких правила появи в моделі автомобілів; правила виходу автомобіля за межі моделі; правила зміни смуги руху для випадку нерухомої перепони попереду; правила зміни смуги руху для випадку рухомого авто попереду; описання випадків, що унеможливають перебудову конфігурації.

Початковий стан дорожнього полотна в базовий моделі – порожня автомагістраль, яка не заповнена ні рухомими, ні припаркованими на ній автомобілями. Матриця дорожнього полотна початкового стану є нульовою.

Базовий початковий стан дає можливість вивчення процесу переходу в моделі від вільного руху до щільного руху, і потім – аж до утворення пробки.

При проведенні конкретних досліджень описаний базовий варіант моделі може бути використаний з наступними модифікаціями: рівномірно заповнена автомобілями (клітинками в стані 1) магістраль; рівномірно заповнена в правій смузі припаркованими автомобілями (клітинками в стані 2); автомагістраль з деякою кількістю перешкод (кліток в стані 2).

Зрозуміло, що для випадку більшої кількості смуг та більшої довжини дорожнього полотна, принципіальні положення побудови автомату, правила його функціонування не змінюються, що й було використано при програмній реалізації найпростішої моделі.

**Приклад програмної реалізації найпростішої моделі. Перспективи подальших досліджень.** За описаними правилами була створена комп'ютерна

програма, що дозволяє наочно досліджувати закони «еволюційного» розвитку гри «Життя-рух» – модифікації гри «Життя».

Описана вище базова модель була реалізована програмно для випадків від 3-х до шести смуг та довжиною полотна від 25 до 1000 клітинок. Розроблена програма дозволяє візуально отримати представлення про роботу описаного вище найпростішого клітинного автомату, що моделює дорожній рух. Програма має простий та зрозумілий інтерфейс та дозволяє отримати уявлення про ситуацію на магістралі, а також видати рекомендації щодо обмежень на швидкість на відрізку дороги, що розглядається, рекомендації до необхідності розширення дороги, рекомендації до регулювання систем паркування автомобілів у крайній смузі.

На наведених нижче скріншотах (рис. 4, 5) для групи із 9 «клітинок-авто» на п'ятисмуговому полотні продемонстровано приклад роботи створеної програми.

Вихідні матриці для заданої групи із 9 клітинок (обведено прямокутником на першому скріншоті) матри-

ця станів  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , матриця швидкостей

$\begin{pmatrix} 70 & 65 & 60 \\ 70 & 65 & 60 \\ 70 & 65 & 60 \end{pmatrix}$  та моделі поведінки клітинок кожного

стовпця однакові. Гру зупинено у зв'язку із сталістю конфігурації, при цьому при різних варіантах поведінки клітинок – авто (водіїв) отримано дві схожі візуально конфігурації C та G типів (рис. 5).

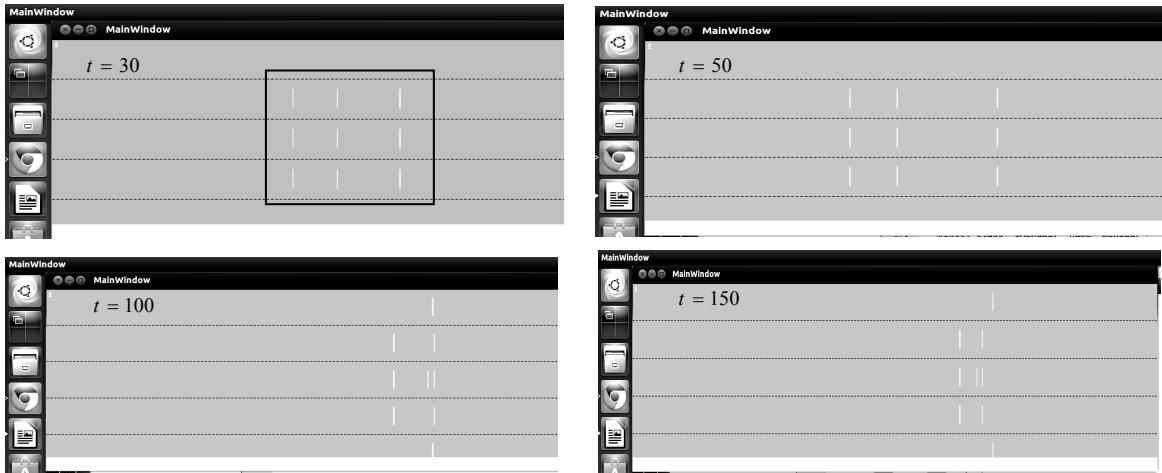


Рисунок 4 – Ілюстрація динаміки автомату для випадку групи 9 авто

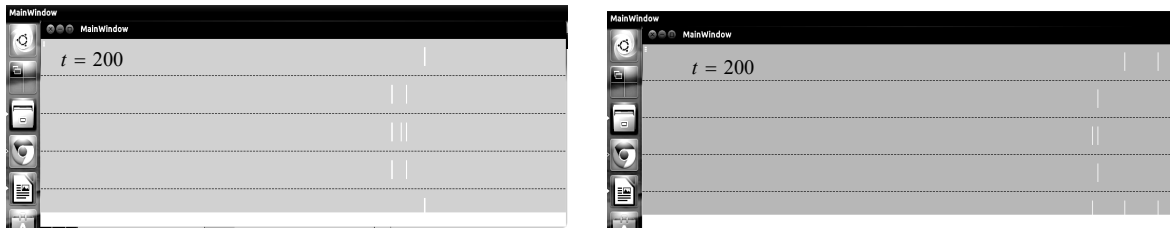


Рисунок 5 – Ілюстрація сталих конфігурацій автомату для випадку групи 9 авто

Зрозуміло, що наведений матеріал є таким, що враховує не всі, а тільки найбільш типові фактори, що впливають на транспортний потік. Тому врахування додаткових факторів є шляхом вдосконалення описаної моделі, її розвитку та побудови ієрархічної системи моделей.

### ВИСНОВКИ

Базуючись на основних принципах функціонування клітинного автомата та принципах функціонування гри

Дж. Конвея «Життя», пропонується підхід до моделювання задачі дослідження автомобільного руху в умовах багатосмугової швидкісної автомагістралі. Описаний підхід до моделювання може служити основою для розробки конкретних програм керування рухом та відповідних пристроїв, що надасть можливість проводити наочні експерименти при аналізі можливих ситуацій на дорозі.

### ЛІТЕРАТУРА:

1. Gasnikov, A.V. Vvedenie v matematicheskoe modelirovanie transportnyh potokov: ucheb. posobie /Klenov S.L., Nurminskiy E.A., Holodov Y.A., Shamraj N.B; Pod red. A.V. Gasnikova – M.: MFTI, 2010. – 361 s.
2. Shvecov, V.I. Matematicheskoe modelirovanie transportnyh potokov /V.I. Shvecov //Avtomatika i telemehnika. – 2003. – №11. – S.3-46.
3. Lighthill M.J., Whitham F.R.S. On kinetic waves II. A theory of traffic flow on crowded roads //Proc. of the Royal Society Ser. A. 1995. – Vol. 229. – No.1178. – P.317-345.
4. Brajlovskiy N.O., Granovskiy B.I. Modelirovanie transportnyh sistem. – M.: Transport, 1978. – 125 s.
5. Semenov, V.V. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki transportnyh potokov megalopolisa /V.V. Semenov //Matematicheskie metody v sinergetike. – Rezhim dostupu: <http://www.uran.donetsk.ua/~master/2005/kita/shapovalova/library/semenov.pdf>
6. Wiedemann R. Modeling of RTI-Elements on multi-lane roads. Advanced Telematics in Road Transport edited by the Commission of the European Community. DG XIII. Brussels. 1991.

**Рецензент:** д.т.н., проф. Гоменюк С.І.,  
Запорізький національний університет.