

DOI 10.15421/4222104
УДК 539.3

*Л. О. Григор'єва, канд. фіз.-мат. наук
С. А. Григор'єв, канд. техн. наук*

МОДЕЛЮВАННЯ РЕЖИМІВ РОБОТИ КОНСОЛЬНИХ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ЗБІРНИКІВ ЕНЕРГІЇ

Досліджуються коливання стержневого консольного збірника енергії з п'єзоелектричною накладкою та приєднаною масою при гармонічних збуреннях за допомогою скінченноелементного обчислювального пакету. Визначаються власні частоти та форми коливань, робочі резонансні частоти для різних матеріалів консолі, знаходиться напруга на обкладках п'єзоелемента. Проводиться аналіз частотних кривих для переміщень та згенерованої напруги при збуреннях бази та силовому навантаженні, визначається імпеданс п'єзоелемента при заданій різниці потенціалів.

Ключові слова: консольний збірник енергії; САПР-симуляція; п'єзокерамічна накладка; робочі частоти п'єзоелектричного перетворювача; вимушені коливання; генерація та збір енергії.

Вступ. Енергія навколишнього середовища (сонячна, тепла, вітрова, механічна) може бути зібрана та перетворена в електричну з метою накопичення для подальшого використання або слугувати безпосереднім джерелом струму для електронних приладів. Збір механічної енергії коливань (energy harvesting) значно розвинувся протягом останніх кількох років завдяки зростанню потреби портативних та безпровідних електронних пристроїв з подовженим терміном роботи [5]. Суспільство зацікавлене в нових електронних девайсах з надійними альтернативними джерелами струму. У важкодоступних портативних електронних пристроях, таких як кардіостимулятори, сейсмодатчики, пристрої моніторингу стану конструкції і т. ін., відмова від електрохімічних батарей є критичною, і їх місце повинні зайняти елементи, здатні забезпечити їх автономну роботу. На сучасному етапі розвитку мікроелектроніки створено багато пристроїв, потреби в живленні яких складає кілька міліват, що відповідає можливостям п'єзокерамічних збірників енергії.

Пристрій збору енергії зазвичай складається з приймача енергії, здатного перетворювати енергію зовнішнього середовища (сонячну, теплову, вітрову, механічну) в електричну, шунтувального ланцюга (shunts), випрямляча та накопичувача (батарей або акумулятора). Загальна схема системи збору енергії зображена на рис. 1.

Вібраційні п'єзокерамічні збірники енергії здатні конвертувати механічну енергію зовнішніх коливань в електричний струм. Зазвичай енергія зовнішнього середовища характеризується відносно низьким рівнем

прискорення (до 1 г) і низькою частотою коливань (до 1 кГц) [10]. При гармонічних збуреннях п'єзоелементи виробляють змінний електричний струм, виявляючи найбільшу ефективність на резонансних частотах.



Рис. 1 – Схема системи збору енергії

Одними з найбільш поширених є консольні перетворювачі енергії, що складаються зі сталевого консольного стержня прямокутного поперечного перерізу з п'єзоелектричними накладками та зосередженою масою на кінці. Їх використовують для перетворення зайвих або небажаних коливань конструкції в електричну з подальшим її використанням для автономної роботи пристрою моніторингу або накопиченням в акумуляторах (батареях) [7]. Максимально ефективною є робота елемента на резонансних частотах, тому важливою характеристикою п'єзоелемента є широта діапазону робочих (власних) частот.

Дана робота присвячена дослідженню вимушених коливань консольних збірників енергії з п'єзокерамічними накладками. Фундаментальні принципи роботи п'єзокерамічних сенсорів та актуаторів з врахуванням зовнішнього середовища описано в [9]. Раніше в [1] вивчалися резонансні коливання п'єзокерамічних циліндрів з дисипацією енергії. Багаточисельні п'єзокерамічні елементи розглядаються в [8]. Найбільш сучасний огляд робіт з п'єзоелектричного збору енергії знайдено в [11]. В [12] розглянуто застосування консольних збірників енергії в тротуарах, в [6] – для збору енергії звуку. В [4] описується експериментальне дослідження реакції консольних збірників енергії на динамічне навантаження мосту.

Постановка задачі. Для сумісної роботи потрібно узгоджувати власні частоти збірника енергії з робочою частотою конструкції [9]. Це робиться шляхом варіювання розмірів і матеріалу основного стержня, а також маси та її положення на кінці стержня. Для максимально ефективною роботи перетворювача використовується п'єзоелектричний матеріал, що має високий коефіцієнт електромеханічного перетворення. Консоль складається з сталевого або пластичного стержня (сталь, латунь, алюміній) прямокутного поперечного перерізу з досить малою жорсткістю в напрямку коливань (рис. 2). П'єзоелектричні прямокутні поляризовані за товщиною елементи прикріплюються як накладки на частину стержня, що зазнає максимальних деформацій. На кінці прикрі-

плюється додаткова маса у вигляді сталевого циліндра або паралелепіпеда, що знижує робочу частоту елемента.

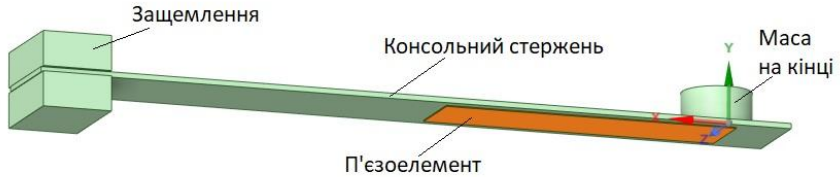


Рис. 2 – Розрахункова модель збірника енергії

Розрахунок проводиться в кілька етапів: визначення власних частот для різних конструктивних варіантів; аналіз форм коливань для визначення робочих частот; дослідження гармонічних коливань консолі на робочих частотах; визначення різниці потенціалів, що генерується на електродах п'єзоелемента; визначення потужності збірника енергії.

Власні коливання консольного стержня. Диференціальне рівняння поперечних коливань стержня має вигляд

$$a^2 \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{d^2 w}{dt^2} = 0, \quad (1)$$

де $a^2 = \frac{EI}{A\rho}$.

Застосовуємо процедуру розділення змінних [3]

$$w(x, t) = X(x)T(t). \quad (2)$$

Отримуємо два диференціальні рівняння з відповідними зв'язками:

$$X^{IV} = \frac{\omega^2}{a^2} X = k^4 X, \quad (3)$$

$$X = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 \operatorname{sh} kx + C_4 \operatorname{ch} kx, \quad (4)$$

$$T'' + \omega^2 T = 0, \quad T = A \sin \omega t + B \cos \omega t. \quad (5)$$

Коефіцієнти в (4), (5) визначаються з граничних та початкових умов. При відсутності приєднаної маси маємо граничні умови

$$X(0) = 0, \quad X'(0) = \varphi(0) = 0, \quad (6)$$

$$M(l) = X''(l) = 0, \quad Q(l) = X'''(l) = 0. \quad (7)$$

При приєднанні маси на кінці балки маємо граничну умову [3]

$$Q(l) = EI \frac{d^3 w}{dx^3} = m_1 \frac{d^2 w}{dt^2}, \quad \text{або} \quad \frac{d^3 X}{dx^3} + \frac{m_1}{EI} \omega^2 X = 0,$$

або

$$\frac{d^3 X}{dx^3} = -\alpha \beta^2 X \quad \text{при} \quad x = l. \quad (8)$$

$$\text{Тут} \quad \alpha = \frac{m_1}{\rho A l}; \quad \beta^2 = r^4 = \frac{\omega^2}{a^2} = \frac{\omega^2 A \rho}{EI}.$$

Доповнюємо (6), (7) умовою (8) і отримуємо характеристичне рівняння

$$1 + \cos klch \, kl - \alpha kl (\sin klch \, kl - sh \, kl \cos kl) = 0. \quad (9)$$

Шукаємо корені k_i рівняння (9) та отримуємо власні кругові частоти

$$\omega_i = k_i^2 a. \quad \text{Відповідні частоти коливань} \quad f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}.$$

Для кожного k_i будується амплітудна функція X_i за (4). Загальний розв'язок рівняння (1) має вигляд

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) (A_i \sin \omega_i t + B_i \cos \omega_i t). \quad (10)$$

Для прикладу розглянемо консольні збірники енергії, що використовуються для збору енергії коливань мостової конструкції в [4]. Розміри основного стержня 220x26x1,5 мм, матеріал – латунь, защемлення – блоки 20x30x10 мм, маса на кінці циліндру діаметром 20 мм та висотою 10 мм, матеріал – конструкційна сталь. П'єзоелемент 85x20x0,3 мм, матеріал – кераміка PZT-4.

При згині в напрямку меншої жорсткості маємо частоти

$$f_i = \{13,4 \ 112 \ 336,4 \ 685,7 \ 1161,3 \ 1763,2 \ 2491,7 \ 3346,8 \dots\} \text{Гц}.$$

Скінченноелементний програмний комплекс [2] видав наступні власні частоти:

$$f_i = \{13,5 \ 113,8 \ 196,7 \ 286,8 \ 346 \ 704 \ 8961191 \ 1577,7 \ 1767 \ 1807 \ 2496,8 \dots\} \text{Гц}.$$

З них згинальними є перша, друга, п'ята, шоста, восьма, одинадцята (рис. 3). Третя, четверта, сьома, дев'ята, десята є крутними (рис. 4). Крутні частоти не є перспективними для збору енергії, тому їх бажано виключати або гасити.

Різниця між знайденими аналітично та отриманими програмно власними частотами на згин знаходиться в межах 5%. Бачимо, що скінченноелементна модель дає більш повну картину деформованого стану та, на відміну від аналітичного способу, враховує форму поперечного перерізу, умови закріплення та приєднану масу як деформоване тіло, тобто є більш точною. Аналітичний метод більш зручний тим, що дає змогу варіювати параметри стержня та навантаження і будувати функціональні залежності частот від розмірів і маси.

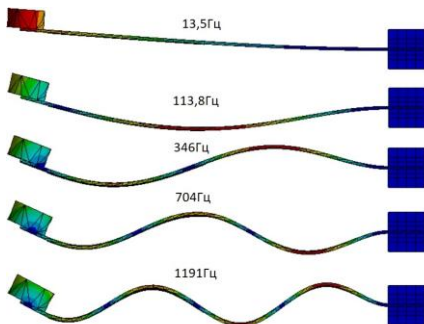


Рис. 3 – **Форми згинальних мод**

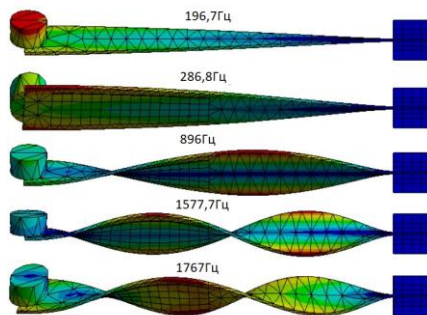


Рис. 4 – **Форми крутних мод**

Проаналізуємо залежність власних частот від матеріалу консолі. Для сталевого стержня тих же розмірів (конструкційна сталь) маємо резонанси:

19,1 156,5 277,5 408,8 474,7 964,6 1251,7 1629,7 2234,6 2474,4 ... Гц.

3 них згинальними є

19,1 156,5 474,7 964,6 1629,7... Гц.

Для алюмінієвого сплаву

13,1 147,2 186,7 335,4 462,3 927,8 1219,9 1558,6 2177,6 2284,3... Гц.

3 них на згин працюють

13,1 147,2 462,3 927,8 1558,6 ... Гц.

Для пластику (полівінілхлорид)

2,9 41,7 46,3 83,7 156,3 298 427,3 517,8 706 719 757,6... Гц.

Згинальні

2,9 46,3 156,3 298 517,8 ... Гц.

Отже, для узгодження робочих частот збірника енергії з частотами збурення конструкції можна варіювати розмірами консолі, матеріалом, вагою приєднаної маси і т.д. Для більш жорстких матеріалів маємо вищі

власні частоти і менші прогини, але їх перевагою є більша механічна міцність конструкції.

Вимушені коливання. Проведемо аналіз вимушених коливань розглянутого консольного елемента за допомогою гармонічного аналізу. Моделюємо реальні умови роботи елемента, задаючи коливання бази з амплітудою 1 мм в напрямку меншої жорсткості елемента.

На рис. 5 наведено переміщення кінця стержня та згенерованої на обкладках напруги в залежності від частоти збурення. Бачимо, що резонансні збурення виникають лише на частотах згинальних мод (рис. 3). На розглянутому інтервалі присутні шість резонансних частот із відповідною зміною фазового кута.

В сенсі генерації напруги перші три частоти є найбільш сильними. На частотах 875 Гц та 1475 Гц різниця потенціалів падає до нуля та відбувається зміна фазового кута, тобто змінюється знак згенерованої напруги. На другій і третій міжрезонансній ділянці генерується напруга порядку 1,8 V. В резонансах напруга досягає 324 V, але в даному розрахунку не враховується дисипація енергії, тому в реальному тілі матимемо значно нижчі значення.

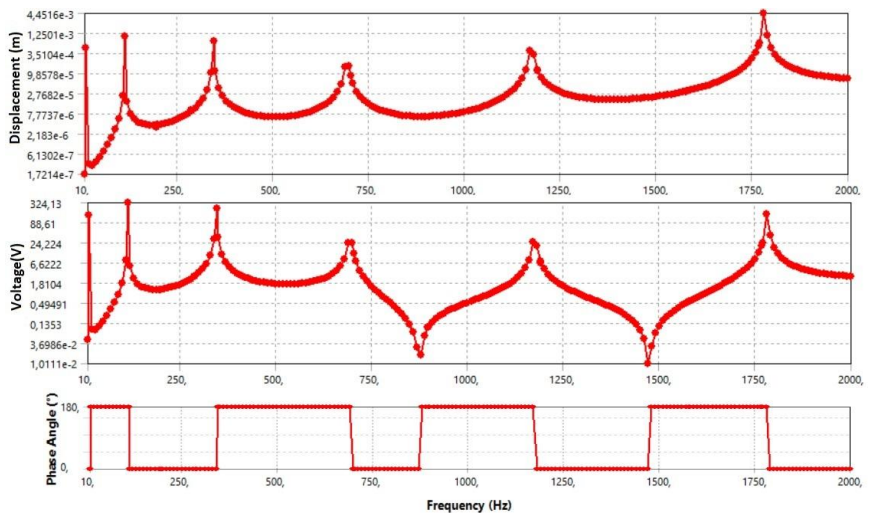


Рис. 5 – Частотна залежність переміщень та згенерованої напруги при збуреннях бази

Розглянемо реакцію консолі на механічне збурення тиском 1 Па по поверхні тіла, що змінюється по гармонічному закону. Таким чином, можна моделювати збір віetroвої та водяної енергії. На рис. 6, де наведено залежність переміщення кінця стержня від частоти, всі шість резонансів проявилися піками кривих. Переміщення максимальні на першому резонансі і досягають 0,5 мм. При частотах 1310 Гц та 1575 Гц має

місце механічний антирезонанс. В цих точках спостерігається зміна фазового кута, тобто напрямок коливань змінюється на протилежний.

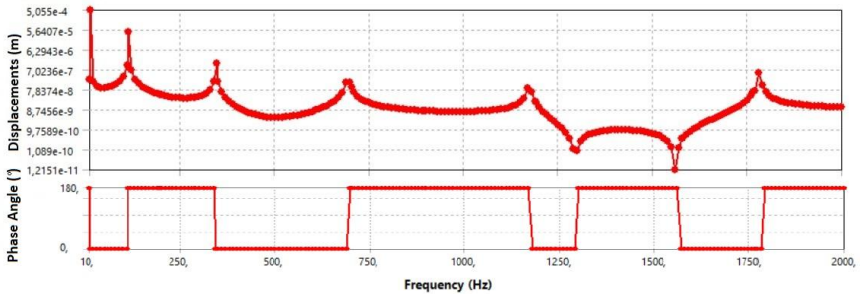


Рис. 6 – Частотна залежність переміщень при навантаженні тиском

Аналізуючи згенерований вольтаж (рис. 7) між першим і другим резонансом, отримуємо більше 2,68 V, між другим і третім більше 1 V, далі напруга значно нижча. Даний результат є позитивними, оскільки вітрове і водяне навантаження не може змінюватися з високою частотою. Спостерігається незначне зміщення нульових точок згенерованої напруги порівняно з попереднім випадком. Цим точкам відповідає зміна фазового кута напруги. Цікаво, що падіння переміщень при 1310 Гц не відобразилося на напрузі (рис. 7) і ми отримуємо 0,037 V. При 1575 Гц напруга складає 0,0043 V, тобто вона досить мала, щоб нею знехтувати.

Важливим пунктом в дослідженні п'єзокерамічних перетворювачів є аналіз електричного імпедансу. На рис. 8 наведено дійсну частину електричного імпедансу п'єзокерамічного елемента вищеописаної консолі при навантаженні різницею потенціалів в 1 V. Імпеданс являє собою відношення різниці потенціалів до струму і при прямому п'єзоєфекті не визначається, оскільки різниця потенціалів шукається через струм при конкретному значенні опору.

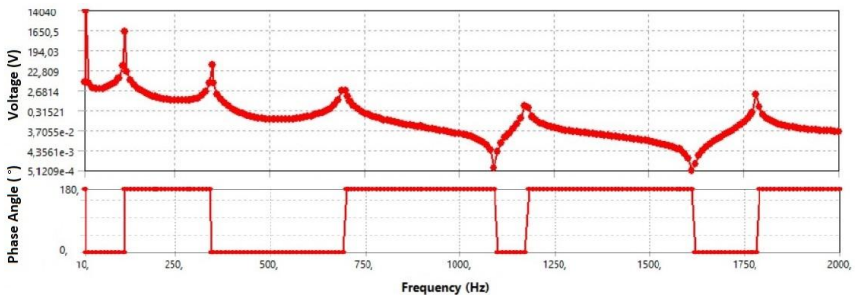


Рис. 7 – Згенерована напруга при навантаженні тиском

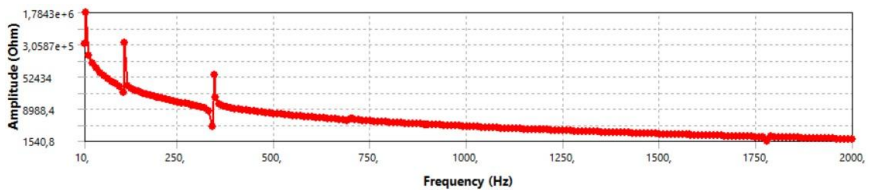


Рис. 8 – Дійсна частина електричного імпедансу перетворювача при заданій різниці потенціалів

Для перших трьох резонансів бачимо чітко виражені точки резонансу (локальний мінімум імпедансу) та електричного антирезонансу (локальний максимум). Подальші резонанси майже не відображаються, і імпеданс поступово падає до 1540 Ом. Знаючи імпеданс, можна обчислити потужність перетворювача як квадрат різниці потенціалів поділено на імпеданс.

Висновки. Числове моделювання є необхідним етапом проектування пристроїв збору енергії. Найбільш зручними та з максимальною кількістю можливостей є скінченноелементні пакети, в які включено можливість обчислення спряжених полів, зокрема електричного та механічного. Сучасні пакети дозволяють моделювати елементи конструкцій довільної форми з майже довільним навантаженням, аналізувати власні, вимушені, нестаціонарні коливання, будувати повну картину електромеханічного стану. Перевагою скінченноелементних підходів є те, що є можливість врахування ускладнених умов навантаження: врахування дисипації енергії, вплив температури, дисипативний розігрів, наявність зовнішнього корпусу та узгоджувальних шарів, врахування акустичного середовища. Але кожен результат повинен перевірятися на правильність або хоча б на імовірність за допомогою доступних методів паралельних обчислень.

Для дослідженого п'єзоелемента робочими є перші три резонанси: 13,5; 113,8 і 346 Гц. При коливаннях бази маємо значно вищі показники згенерованої напруги, ніж при силовому навантаженні. Також при коливаннях бази згенерована різниця потенціалів зростає зі зростанням частоти, тоді як при силовому навантаженні падає.

Отримані в роботі результати ілюструють механізми генерації напруги в п'єзокерамічних збірниках енергії при вимушених коливаннях та можуть бути використані для розрахунку їх роботи в резонансному та нерезонансному режимі. Описані залежності та визначені резонанси необхідні при проектуванні реальних перетворювачів.

На реальну генерацію енергії також впливає якість сигналу, що надходить на п'єзоелемент. Насправді збурення дуже рідко відбувається в моногармонічному режимі, частіше в хаотичному або імпульсному, і при цьому збуджується весь спектр власних частот. Дослідження генерації енергії п'єзоелектричним збірником енергії при випадкових коливаннях стане продовженням розглянутої задачі.

БІБЛІОГРАФІЧНІ ПОСИЛАННЯ

1. **Григор'єва Л.О., Безверхий О.І.** Резонансні коливання п'єзокерамічних циліндрів з врахуванням дисипації енергії // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2020. Вип. 31. С. 44–54.
2. **Наседкин А.В.** Моделирование пьезоэлектрических преобразователей в Ansys. Ростов-на-Дону: Из-во Южного федерального ун-та, 2015. 176 с.
3. **Филиппов А.П.** Колебания деформируемых систем. М: Машиностроение, 1970. 736 с.
4. **Cahill P., Hazra B., Karoumi R.** at al. Data of piezoelectric vibration energy harvesting of a bridge undergoing vibration testing and train passage / Data in Brief. 2018. Vol. 17. P. 261–266. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2018.01.009>.
5. **Erturk A., Inman D.** Piezoelectric Energy Harvesting. 1 st edition, John Wiley & Son. 2011. 392 p.
6. **Fanga L. H., Hassana S. I. S.** at al. Charaterization of Differents Dimension Piezoelectric Transducer For Sound Wave Energy Harvesting // Energy Procedia. 2017. Vol. 105. P. 836–843. doi: [10.1016/j.egypro.2017.03.398](https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.03.398)
7. **Grigoryeva L.O.** Piezoelectric devices for energy harvesting in building structures // Transfer of Innovative Technologies. 2021. Vol. 4. No. 1. P. 22–24.
8. **Grigoryeva L.O.** Transient responses in Piezoceramic Multilayer Actuators Taking into Account External Viscoelastic Layers // Опір матеріалів і теорія споруд. 2020. № 105. P. 255–266. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.255-266>.
9. **Rupitsch S. J.** Piezoelectric Sensors and Actuators: Fundamentals and Applications. Springer: 2019. 559 p. ISBN: 978-3-662-57534-5.
10. **Shen D.** Piezoelectric energy harvesting devices for low frequency vibration applications: dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy. Auburn, Alabama May 9, 2009. 195 p.
11. **Sezer N., Koç M.** A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting. // Nano Energy. 2021. Vol. 80. P. 1-25. <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2020.105567>.
12. **Xu X., Cao D.** at al. Application of piezoelectric transducer in energy harvesting in pavement // International Journal of Pavement Research and Technology. 2018. Vol. 11. Iss. 4. P. 388–395. <https://doi.org/10.1016/j.ijprt.2017.09.011>.

UDC 539.3

L. O. Grigoryeva, PhD (Phys.-Math.)

ORCID ID: 0000-0001-7013-0327

S. A. Grigoryev, PhD (Tech.)

ORCID ID: 0000-0001-5454-7253

MODELING OF OPERATING MODES OF CONSOLE PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTER

The oscillations of a rod cantilever energy harvester are investigated using a finite element computing package. The natural frequencies and forms of oscillations, the resonant frequencies for different materials are determined, and voltage on the electrodes of the piezoelectric element is investigated. The frequency curves for displacements and generated voltage at base oscillations and force loading are analyzed, the piezoelectric impedance at a given potential difference is determined.

Keywords: *cantilever energy harvester; CAD simulation; piezoceramic overlay; operating frequencies of the piezoelectric converter; forced oscillations; energy generation; energy harvesting.*

Introduction. The collection of mechanical energy of oscillations and its conversion into electrical (energy harvesting) has developed significantly over the past few years due to the growing demand for portable and wireless electronic devices with extended life [5]. Vibrating piezoceramic energy harvesters are able to convert the mechanical energy of external vibrations into electric power. Under harmonic loading, piezoelectric elements produce alternating electric current, showing the greatest efficiency at resonant frequencies. Usually, the energy of the external environment is characterized by a relatively low level of acceleration (up to 1 g) and low oscillation frequency (up to 1 kHz) [10]. That means, that we work with low frequency devices with materials, what have high electromechanical coupling coefficient.

One of the most common is cantilever energy harvester, which consist of a metal or plastic cantilever rod of rectangular cross-section with piezoelectric pads and concentrated mass at the end. They are used to convert unnecessary or unwanted vibrations of the structure into electrical and then use it for autonomous operation of the monitoring device or accumulation in accumulators (batteries) [7]. The operation of the element at resonant frequencies is the most efficient, so an important characteristic of the piezoelectric element is the width of the range of operating (natural) frequencies.

Formulation of the problem. The console consists of a metal or plastic rod (steel, brass, aluminum, PVC) of rectangular cross-section with relatively low rigidity in the direction of oscillation. Piezoelectric rectangular thickness-polarized element is attached as overlays to the part of the rod that undergoes maximum deformations. At the tip, an additional mass is attached in the form of a steel cylinder or parallelepiped, which reduces the operating frequency of the element. The oscillations occur due to the oscillations of the base or from the uniformly distributed pressure on the surface, which changes according to the harmonic law.

Natural oscillations of the rod. The characteristic equation of oscillations of the cantilever rod with tip mass has the form

$$1 + \cos klch kl - \alpha kl(\sin klch kl - sh kl \cos kl) = 0 .$$

We look for the roots of this equation and get natural circular frequencies $\omega_i = k_i^2 a$. Appropriate oscillation frequencies is $f_i = \omega_i / 2\pi$. The amplitude function X_i for each k_i is

$$X = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 sh kx + C_4 ch kx .$$

For example, consider the cantilever energy harvester used to harvest the vibration energy of the bridge structure in [4]. Dimensions of the main rod 220x26x1.5 mm, material is brass, clamping blocks 20x30x10 mm, tip mass is the cylinder with a diameter of 20 mm and a height of 10 mm, material is structural steel. Piezoelement 85x20x0.3 mm, material is ceramics PZT-4. Analytically obtained natural frequencies at bending in the direction of lower rigidity are

$$f_a = \{13,4 \ 112 \ 336,4 \ 685,7 \ 1161,3 \ 1763,2 \dots\} \text{ Hz} .$$

By the finite element method, the following natural frequencies at which bending oscillations occur were obtained:

$$f_f = \{13,5 \ 113,8 \ 346 \ 704 \ 1191 \ 1807 \dots\} \text{ Hz} .$$

Forms of bending and torsional oscillations are built.

The difference between the found analytically and program obtained natural bending frequencies is within 5%. We see that the finite-element model gives a more complete picture of the deformed state and, in contrast to the analytical method, takes into account the cross-sectional shape, fixing conditions and attached mass as a deformed body, i.e., is more accurate.

Forced oscillations. We analyze the forced oscillations of the considered cantilever element with the help of harmonic response analysis. We model the real operating conditions of the element, setting the oscillations of the base with an amplitude of 1 mm in the direction of lower rigidity of the element.

The displacements of the rod end and the voltage generated on the plates depending on the frequency of perturbation are illustrated. We see that resonant perturbations occur only at the frequencies of natural bending modes. In the considered interval there are six resonant frequencies with the corresponding change of the phase angle.

An important point in the study of piezoceramic transducers is the analysis of electrical impedance. The electric impedance of the piezoceramic element of the above-described console under a potential difference load of 1 V is plotted. Impedance is the ratio of the potential difference to the current and cannot be determined at the direct piezoelectric effect. For the first three resonances we see clearly expressed points of resonance (local impedance minimum) and electrical antiresonance (local maximum). Further resonances are almost not reflected, and the impedance gradually drops to 1540 Ohm. Knowing the impedance, you can calculate the power of the converter as the square of the potential difference divided by the impedance.

Conclusion. Modern finite element packages allow to model structures elements of voluntary shape with almost arbitrary load taking into account conjugate fields, to analyze natural, forced, non-stationary oscillations, to build a complete picture of the electro-mechanical state.

For the investigated piezoelectric element, the first three resonances are operating: 13.5; 113.8 and 346 Hz. At base oscillations we have much higher generated voltage than at force loading. Also, when the base oscillates, the generated potential difference increases with increasing frequency, while at force loading it decreases.

The results obtained in this paper illustrate the mechanisms of voltage generation in piezoceramic energy harvesters at forced oscillations and can be used to calculate their operation in resonant and non-resonant mode. The described dependences and the defined resonances are necessary at real converters designing.

In fact, perturbations very rarely occur in a monoharmonic mode, more often in a chaotic or pulsed mode, and the whole spectrum of natural frequencies is excited. The study of energy generation by a piezoelectric energy collector at random oscillations will be a continuation of the considered problem.

REFERENCES

1. **Grigoryeva L.O., Bezverkhyi O.I.** Resonant oscillations of piezoceramic cylinders taking into account energy dissipation // Problems of computational mechanics and strength of structures. 2020 No. 31. P. 44–54. (in Ukrainian).
2. **Nasedkin A.V.** Modeling Piezoelectric Transducers in Ansys. Rostov-na-Donu, 2015. 175 p. (in Russian).
3. **Filippov A.P.** Oscillations of deformable systems. M: Mashinostroenie, 1970. 736 c. (in Russian).
4. **Cahill P., Hazra B., Karoumi R.** at al. Data of piezoelectric vibration energy harvesting of a bridge undergoing vibration testing and train passage / Data in Brief. 2018. Vol. 17. P. 261–266. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2018.01.009>
5. **Erturk A., Inman D.** Piezoelectric Energy Harvesting. 1 st edition, John Wiley & Son. 2011. 392 p.
6. **Fanga L. H., Hassana S. I. S.** at al. Charaterization of Differents Dimension Piezoelectric Transducer for Sound Wave Energy Harvesting // Energy Procedia. 2017. Vol. 105. P. 836–843. doi: 10.1016/j.egypro.2017.03.398
7. **Grigoryeva L.O.** Piezoelectric devices for energy harvesting in building structures // Transfer of Innovative Technologies. 2021. Vol. 4. No. 1. P. 22–24.
8. **Grigoryeva L.O.** Transient responses in Piezoceramic Multilayer Actuators Taking into Account External Viscoelastic Layers // Опис матеріалів і теорія споруд. 2020. № 105. P. 255–266. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.255-266>
9. **Rupitsch S. J.** Piezoelectric Sensors and Actuators: Fundamentals and Applications. Springer: 2019. 559 p. ISBN: 978-3-662-57534-5
10. **Shen D.** Piezoelectric energy harvesting devices for low frequency vibration applications: dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy. Auburn, Alabama May 9, 2009. 195 p.
11. **Sezer N., Koç M.** A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting. // Nano Energy. 2021. Vol. 80. P. 1-25. <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2020.105567>
12. **Xu X., Cao D.** at al. Application of piezoelectric transducer in energy harvesting in pavement // International Journal of Pavement Research and Technology. 2018. Vol. 11. Iss. 4. P. 388–395. <https://doi.org/10.1016/j.ijprt.2017.09.011>

Київський національний університет
будівництва і архітектури,
Київ, Україна.

Надійшла до редколегії 14.02.2022