

БОЛЬШИЕ СИСТЕМЫ БИНАРНЫХ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ГОЛДА И КОРОТКИХ М-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

С.М. Кропачев. Великі системи бінарних фазоманіпулюваних сигналів на основі послідовностей Голда та коротких М-послідовностей. Запропановано конструктивне правило побудови великих систем бінарних фазоманіпулюваних сигналів довільної довжини (бази) вигляду $N = 2^n - 1$ шляхом об'єднання початкових та похідних послідовностей Голда у випадку, коли виробляючими P -системами є конструкції коротких М-послідовностей ξ періоду $\mu = 2^l - 1$, де $l < n$. Проведено моделювання, дослідження структурних та кореляційних властивостей великих систем та встановлено їх практичну привабливість.

С.Н. Кропачев. Большие системы бинарных фазоманипулированных сигналов на основе последовательностей Голда и коротких М-последовательностей. Предложено конструктивное правило построения больших систем бинарных фазоманипулированных сигналов произвольной длины (базы) вида $N = 2^n - 1$ путем объединения исходных и производных последовательностей Голда, в случае, когда производящими P -системами являются конструкции коротких М-последовательности ξ периода $\mu = 2^l - 1$, где $l < n$. Проведено моделирование, исследование структурных и корреляционных свойств больших систем и установлена их практическая привлекательность.

S.N. Kropachev. Large systems of binary phase-shift keyed signals on the basis of Gold's sequences and short M-sequences. The constructive rule of constructing large systems of binary phase-shift keyed signals of arbitrary length (bandwidth-duration product) of type $N = 2^n - 1$ by integration of initial and derived Gold's sequences, in case when the producing P -systems are constructions of the short M-sequences ξ of period $\mu = 2^l - 1$ where $l < n$ is offered. The modeling, research of structural and correlative properties of the large systems is carried out and their practical attractiveness is determined.

В асинхронных адресных системах связи (ААСС) каждому абоненту присваивается некоторый бинарный фазоманипулированный сигнал (БФМ-сигнал), который служит его адресом. Для систем связи с большим числом абонентов должна быть выбрана система БФМ-сигналов большого объема. Сигналы, не присвоенные абоненту, являются для него мешающими, т.е. взаимной (системной) помехой. Поэтому используемая система БФМ-сигналов должна обеспечить минимум взаимных помех при прочих равных условиях, т.е. должна обладать приемлемыми авто- и взаимокорреляционными свойствами.

Для построения больших систем БФМ-сигналов, объем которых намного больше базы, т.е. $J \gg B$, с подходящими корреляционными свойствами используются метод полного перебора с отбором подходящих последовательностей и эволюционный алгоритм [1]. Однако вычисление всех корреляционных функций системы большого объема очень трудоемкая задача, решение которой к тому же может оказаться бесполезным, если для анализа выбор системы БФМ-сигналов произведен неудачно. Возможен выбор систем БФМ-сигналов с заданными корреляционными свойствами среди известных классов циклических систем, таких как последовательности Голда и последовательности Касами [1...3]. Однако объем последовательностей Голда невелик и примерно равен базе сигналов — $J \approx B$, а большие системы Касами построены только для разложимых длин N БФМ-сигнала.

Предлагается разработанное конструктивное правило построения больших систем БФМ-сигналов над расширенными двоичными полями Галуа $GF(2^n)$ для произвольных длин сигналов $N = 2^n - 1$ и исследование их периодических и аperiodических авто- и взаимокорреляционных свойств.

Важным классом циклических систем с известными периодическими авто- и взаимокорреляционными функциями (ПАКФ и ПВКФ) являются последовательности Голда (G -система). Для предпочтительной пары (α, β) М-последовательностей (последовательности

максимального периода N) [2], построенных над полем $GF(2^n)$ с различными порождающими полиномами $f_\alpha(x)$ и $f_\beta(x)$ одинаковой степени n , всегда можно построить G -систему по правилу

$$G = \{\alpha, \beta, \alpha \otimes D^j \beta\}, \quad j = \overline{0, N-1}, \quad (1)$$

где D^j — оператор циклического сдвига на j элементов;

\otimes — оператор посимвольного перемножения.

Объем G -системы (1)

$$J_G = 2^n + 1.$$

Установлено, что максимальный боковой пик $R_{\text{ПВКФ min max}}$ ПВКФ минимаксных G -систем (1) ограничен величиной [2]

$$\left. \begin{aligned} R_{\text{ПВКФ min max}} &\geq 2^{(n+1)/2} + 1, && \text{для нечетных } n, \\ R_{\text{ПВКФ min max}} &\geq 2^{(n+2)/2} + 1, && \text{для четных } n \end{aligned} \right\}.$$

G -система является нормальной системой, поскольку ее объем сравним с длиной сигналов, т.е. $J_G \approx N$.

Известно правило построения больших систем БФМ-сигналов [2, 4], заключающее в том, что большая система Касами (K -система) строится путем посимвольного перемножения каждого сигнала из G -системы на последовательность той же длины N , сформированной путем горизонтальной конкатенации (дублированием) d одинаковых M -последовательностей с периодом $N_1 = 2^{n/2} - 1$ и порождающим полиномом $f_\eta(x)$ степени $n/2$. Таким образом, правило построения K -системы представимо в следующем виде

$$K = \{G, G \otimes D^j \text{cat}[\eta, d]\}, \quad j = \overline{0, N_1-1},$$

где η — M -последовательность периода N_1 ;

$$d = 2^{n/2} + 1;$$

$\text{cat}[\eta, d]$ — оператор горизонтальной конкатенации последовательности η точно d раз;

n — четное.

Объем K -системы определяется равенством

$$J_K = 2^{n/2} J_G. \quad (5)$$

Известно, что максимальный уровень ПВКФ $R_{\text{ПВКФ min max}}$ K -системы удовлетворяет условию [2]

$$R_{\text{ПВКФ min max}} \geq 2^{(n+2)/2} + 1, \quad (2)$$

однако K -системы существуют только для БФМ-сигналов разложимых длин N .

Апериодические авто- и взаимокорреляционные функции (ААКФ и АВКФ) известных G -систем и K -систем ранее не исследовались.

Сущность правила построения множества порождающих p_i -последовательностей, например длины $N = 31$, представима в виде следующих конструкций блоков — коротких M -последовательностей

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \\ p_2 &= \begin{bmatrix} 7 & 7 & 7 & 7 & 3 \end{bmatrix} \\ p_3 &= \begin{bmatrix} 15 & 15 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Внутри каждого блока (3) представлены периоды парциальных M -последовательностей заданной (одинаковой) длины μ с первообразным полиномом $f_\xi(x)$, неприводимым над двоичным полем Галуа $GF(2)$, степени $l < n$. Наибольший период парциальной

М-последовательности, в дальнейшем — $\mu_{\max i}$, определяет, по сути, период порождающей последовательности p_i .

Возможность применения порождающих последовательностей p_i ранее не рассматривались. Ясно, что конструкция (3) распространяется на набор простых и разложимых длин М-последовательностей.

Порождающая P_i -система формируется на основе множества порождающих p_i -последовательностей, построенных путем циклических сдвигов всех М-последовательностей, входящих в конструкцию p_i -последовательности, по максимальному периоду $\mu_{\max i}$, т.е.

$$P_i = \{m^j p_i\}, i \in \{1, 2, \dots, n-2\}, \quad (4)$$

где m^j — оператор циклического сдвига внутри каждого из блоков последовательностей p_i , $j = 0, \overline{\mu_{\max i} - 1}$.

Объем P_i -системы определяется периодом $\mu_{\max i}$ последовательности p_i

$$J_P = \mu_{\max i}.$$

В качестве примера представлена порождающая P_2 -система, построенная на основе порождающей последовательности p_2 из (7) с максимальным периодом $\mu_{\max 2} = 7$, где М-последовательность периода $\mu = 7$ с первообразным неприводимым полиномом $f_\xi(x) = x^3 + x + 1$ и М-последовательность периода $\mu = 3$ с первообразным неприводимым полиномом $f(x) = x^2 + x + 1$ (табл. 1).

Таблица 1.

Порождающая P_2 -система

Номер последовательности P_2 -системы, P_2^j	Циклические сдвиги М-последовательностей внутри блоков последовательности P_2				
	период μ				
	7	7	7	7	3
1	- + + - + - -	- + + - + - -	- + + - + - -	- + + - + - -	- + -
2	+ + - + - - -	+ + - + - - -	+ + - + - - -	+ + - + - - -	+ - -
3	+ - + - - - +	+ - + - - - +	+ - + - - - +	+ - + - - - +	- - +
4	- + - - - + +	- + - - - + +	- + - - - + +	- + - - - + +	- + -
5	+ - - - + + -	+ - - - + + -	+ - - - + + -	+ - - - + + -	+ - -
6	- - - + + - +	- - - + + - +	- - - + + - +	- - - + + - +	- - +
7	- - + + - + -	- - + + - + -	- - + + - + -	- - + + - + -	- + -

Обобщенное правило построения больших систем БФМ-сигналов на основе G -системы и порождающей P_i -системы примет вид

$$W_i = \{G, G \otimes P_i\}, i \in \{1, 2, \dots, n-2\}. \quad (5)$$

Ясно, что объем таких систем

$$J_W = J_G(J_P + 1). \quad (6)$$

Как следует из (5), (6) P_i -система определяет объем большой системы (5) и ее свойства АВКФ и ПВКФ.

В частном случае разложимых длин $N = 2^n - 1$ система W_i , $i = n/2 - 1$, является K -системой.

Помехоустойчивость дискретных систем связи характеризуется эквивалентной вероятностью ошибки на бит при оптимальном различении J БФМ-сигналов и определяется выражением [3]

$$p_{\text{эКВ}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [0,5 + \Phi(y + \sqrt{2(1 - \rho_{\max}) \log_2 J h_2})]^{J-1} e^{-y^2/2} dy, \quad (7)$$

где $\rho_{\max} = R_{\text{АВКФ max}} / N$ — максимальный относительный лепесток корреляционной функции между всеми парами БФМ-сигналов рассматриваемой системы;

$\Phi(x)$ — табулированная функция (интеграл) Лапласа;

$$h_2 = \sqrt{E_2 / N_0} ;$$

E_2 — энергия двоичного символа;

N_0 — односторонняя спектральная плотность мощности (энергетический спектр) аддитивного белого гаусового шума.

Каждая система БФМ-сигналов длины N и объема J будет характеризоваться коэффициентом помехоустойчивости

$$K_{\Pi} = \sqrt{2(1 - \rho_{\max}) \log_2 J} ,$$

который не зависит от отношения сигнал-шум h_2 , приходящегося на одну двоичную единицу информации — бит.

Из анализа выражения (7) следует, что чем больше значение коэффициента помехоустойчивости K_{Π} , тем меньше вероятность ошибки в приеме одного бита информации, т.е. тем выше помехоустойчивость системы БФМ-сигналов. Следовательно, параметр K_1 всегда желательно максимизировать.

Исследованы корреляционные свойства больших систем БФМ-сигналов, построенных на основе правила (5), с порождающей системой (4). Из рассмотрения (5) с учетом (1) и (2) следует, что корреляционная функция является четырехпараметрической, т.е. зависит от набора четырех параметров $\{f_{\xi}(x), f_{\alpha}(x), f_{\beta}(x), D^j \alpha\}$. Логично предположить, что существует оптимальный набор этих параметров, при которых корреляционная функция имеет минимаксное значение.

С помощью ЭВМ промоделированы G -системы, K -системы и W -системы, исследованы их апериодические и периодические корреляционные свойства. Параметры найденных минимаксных систем БФМ-сигналов представлены в табл. 2. В качестве начальных значений для построения всех M -последовательностей использовался набор вида $\{-, +, +, \dots, +\}$.

Анализ полученных данных показывает, что W_i -системы по сравнению с G -системами имеют не только больший объем сигналов, но обладают большим коэффициентом помехоустойчивости K_1 . Причем, с ростом объема J_w растет и коэффициент помехоустойчивости, исключение составляет лишь W_3 -система с длиной сигнала $N = 63$. Следовательно, предложенные системы могут найти применения при построении ААСС.

Таблица 2

Минимаксные системы БФМ-сигналов

Длина сигнала N	Объем системы J	Параметры системы		Коэффициент помехоустойчивости K_{Π}	Тип системы
		Минимаксный боковой пик			
		АВКФ	ПВКФ		
		$R_{\text{АВКФ min max}}$	$R_{\text{ПВКФ min max}}$		
31	33	11	9	2,5513	G -система
	132	16	19	2,6110	W_1 -система
	264	17	21	2,6955	W_2 -система
	528	18	21	2,7542	W_3 -система
63	65	18	15	2,9332	G -система
	260	22	21	3,2314	W_1 -система
	520	22	17	3,4269	K -система
	1040	27	37	3,3844	W_3 -система
	2080	27	37	3,5493	W_4 -система
127	129	25	17	3.3559	G -система
	516	41	43	3.4934	W_1 -система
	1032	39	47	3.7248	W_2 -система
	2064	44	51	3.7938	W_3 -система
	4128	44	57	3.9623	W_4 -система
	8256	44	55	4.1239	W_5 -система

Нижняя граница Варакина объема больших систем БФМ-сигналов с допустимыми корреляционными свойствами удовлетворяет неравенству [4, 5]

$$J \geq C(x)[\ln(aN)]^{-3/2} N^{x-1}, \quad (8)$$

где $C(x) = 3\pi^{1/2} a^{-x} 2^{-2} x^{3/2}$;

$$a = 1,59;$$

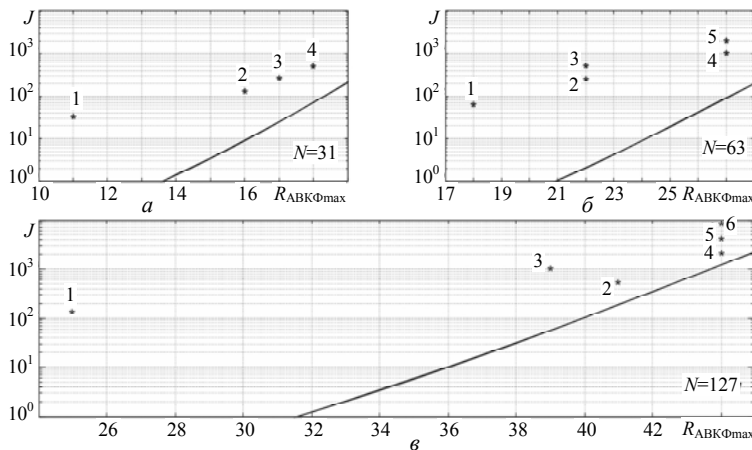
$$x = \frac{\rho_{\max}^2 N}{\ln(aN)} = \frac{R_{\text{ABKФmax}}^2}{N \ln(aN)}.$$

Для сравнения объемов предложенных больших систем W_i с известной границей Варакина (8) эта граница построена в пакете MATLAB для длин сигналов $N \in \{31, 63, 127\}$ (см. рисунок) отмечены объемы минимаксных систем БФМ-сигналов (см. таблицу 2) для заданных значений $R_{\text{AAE}\hat{\sigma}_{\max}}$.

Для каждой минимаксной системы указан один из оптимальных наборов параметров $\{f_{\xi}(x), f_{\alpha}(x), f_{\beta}(x), D^j \alpha\}$, где все полиномы $f_{\xi}(x), f_{\alpha}(x), f_{\beta}(x)$ представлены в шестнадцатеричном виде. Так, например, запись в сокращенном виде $W_1\{07, 25, 29, D^1 \alpha\}$ означает, что для построения минимаксной W_1 -системы необходимо выбрать полином $f_{\xi}(x) = (07)_{16} = (111)_2 = x^2 + x + 1$, полином $f_{\alpha}(x) = (25)_{16} = (100101)_2 = x^5 + x^2 + 1$ и полином $f_{\beta}(x) = (29)_{16} = (101001)_2 = x^5 + x^3 + 1$, а M-последовательность α при построении исходной G-системы необходимо циклически сдвинуть влево на 1 элемент.

Объемы исследуемых W_i -системы превышают нижнюю границу Варакина в 2...10 раз. Из этого следует, что рассматриваемые системы (см. таблицу 2) обладают лучшей парой параметров $J, R_{\text{ABKФmax}}$ по сравнению с методом случайного отбора объема J последовательностей с заданным значением порога корреляционных свойств $R_{\text{ABKФmax}}$ [5].

Основные выводы по результатам проведенных исследований.



Нижняя граница Варакина объема больших систем БФМ-сигналов (сплошная линия) и объемы исследуемых систем БФМ-сигналов:

- длины $N = 31$ (а) с оптимальным набором параметров $G\{25, 2F, D^9 \alpha\}$ (1); $W_1\{07, 25, 29, D^1 \alpha\}_1$ (2); $W_2\{0B, 25, 2F, D^{27} \alpha\}$ (3); $W_3\{19, 25, 29, D^4 \alpha\}$ (4); длины $N = 63$ (б) с оптимальным набором параметров $G\{5B, 6D, D^0 \alpha\}$ (1); $W_1\{07, 43, 5B, D^2 \alpha\}$ (2); $K\{0B, 43, 5B, D^{11} \alpha\}$ (3); $W_3\{19, 43, 67, D^{48} \alpha\}$ (4); $W_4\{2F, 5B, 6D, D^{17} \alpha\}$ (5); длины $N = 127$ (в) с оптимальным набором параметров $G\{9D, EF, D^{44} \alpha\}$ (1); $W_1\{07, 83, 89, D^0 \alpha\}$ (2); $W_2\{0D, 83, 89, D^{30} \alpha\}$ (3); $W_3\{19, 83, D3, D^{79} \alpha\}$ (4); $W_4\{3B, 83, BF, D^{55} \alpha\}$ (5); $W_5\{6D, 83, CB, D^{20} \alpha\}$ (6)

Предложено конструктивное правило построения больших систем БФМ-сигналов различных длин $N = 2^n - 1$ с хорошими корреляционными свойствами путем объединения исходной и производных G-систем, когда производными P-системами являются конструкции коротких M-последовательности ξ периода $\mu = 2^l - 1$, где $l < n$.

Сравнительный анализ объемов предложенных систем с теоретической нижней границей Варакина показал, что объемы W_i -систем превышают ее в 2...10 раз.

Коэффициент помехоустойчивости предложенных W_i -систем на 12...22 % превышает коэффициент помехоустойчивости известных G-систем, и, следовательно, предложенные системы БФМ-сигналов могут найти применение в ААСС.

Литература

1. Ипатов, В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения / В.П. Ипатов. — М.: Техносфера, 2007. — 488 с.
2. Сарвате, Д.В. Взаимно-корреляционные свойства псевдослучайных и родственных последовательностей / Д.В. Сарвате, М.Б. Персли // ТИИЭР. — 1980. — Т. 68. — № 5. — С. 59 — 89.
3. Мазурков, М.И. Системы широкополосной радиосвязи: учеб. пособие для вузов / М.И. Мазурков. — Одесса.: Наука и техника, 2009. — 340 с.
4. Варакин, Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. — М.: Радио и связь, 1985. — 384 с.
5. Варакин, Л.Е. Теория систем сигналов / Л.Е. Варакин. — М.: Сов. радио, 1978. — 304 с.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Баранов П.Е.

Поступила в редакцию 12 сентября 2009 г.