

## РОЗДІЛ 5 МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМПЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

УДК 519.281:658

Джунь Й. В., д. ф.-м. н., професор (Міжнародний економіко-гуманітарний університет, м. Рівне)

### ПРО ВАЖЛИВІСТЬ ВРАХУВАННЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ПРИНЦИПІВ МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ ЕКОНОМІЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

***Анотація.** В статті досліджено основні принципи сучасних підходів до математико-статистичної обробки економічної інформації та розкрито значення їх відповідності дійсній практиці спостережень. Показано, що введені К. Ф. Гаусом фундаментальні положення класичних методів аналізу даних втрачають свою адекватність з ростом обсягів інформації внаслідок дії парадоксу Ельясберга-Хампеля. Показано на конкретних прикладах що ігнорування цього парадоксу може привести до небажаних наслідків.*

***Ключові слова:** економіко-математичне моделювання, парадокс Ельясберга-Хампеля.*

***Аннотация.** В статье изложены основные принципы современных подходов к математико-статистической обработке экономической информации и раскрыто значение их соответствия действительной практике наблюдений. Показано, что изложенные К. Ф. Гауссом фундаментальные положения классических методов анализа данных, теряют свою адекватность с ростом объемов информации вследствие действия парадокса Эльясберга-Хампеля. Показано на конкретных примерах что игнорирование этого парадокса может привести к очень нежелательным последствиям.*

***Ключевые слова:** экономико-математическое моделирование, парадокс Эльясберга-Хампеля.*

***Annotation.** The principles of modern approach to mathematical and statistical analysis of economic information are presented in the article; the importance of compliance with the actual practice of observations is revealed. It is shown that the set K. F. Gauss fundamental assumptions of classical data analysis methods loses their value with increasing amounts of data due to the action of*

*Eliasberh-Khampel's paradox. The author shows on the concrete examples that this paradox ignoring can lead to extremely undesirable effects.*

**Keywords:** *economic-mathematical modeling, Eliasberh-Khampel's Paradox.*

**Кожен метод математичної** обробки економічної інформації опирається на певні фундаментальні положення. Вони, як правило, не згадуються в підручниках, програмних продуктах для аналізу даних чи в посібниках з математичного моделювання. Значення цих положень з часом відкриваються лише тим дослідникам, котрі постійно, довгі роки займаються реально науково-дослідницькою роботою і мають великий досвід опрацювання й аналізу економічних чи інших даних. Отже основна проблема, яка вирішується в даному дослідженні полягає в тому, щоб розкрити важливість принципу адекватності цих положень дійсній практиці спостережень.

**Аналіз попередніх досліджень** показує, що ці принципи можна розглядати як певні секрети того чи іншого методу математичної обробки даних. Чому секрети? Тому, що про них, зазвичай, не пишуть або навіть і не згадують і надзвичайна важливість яких відривається вченим, які не лише вивчають теорію аналізу даних по книгам, а приймають участь у розробці і реалізації сучасних наукових проєктів або в інших важливих чи фундаментальних дослідженнях.

**Автору прийшлося приймати** участь в математичній обробці результатів двох міжнародних проєктів і висунути кілька фундаментальних пропозицій щодо цього. Перший – це проєкт MERIT (Monitoring Earth Rotation and Intercomparing the Techniques of observation and analysis), базою даних для реалізації якого були результати лазерної локації ШСЗ. Метою цього проєкту, в якому приймало участь 22 країни, було зіставлення різних методів вивчення обертання Землі, тобто, вивчення такого грандіозного явища, як рух полюсів нашої планети, яке, згідно з думкою Ж. Кювье, А. Енштейна та інших вчених [1–3], може викликати вселенські потопи. Проєкт MERIT охоплював дві спостережні компанії: з 1.08 по 31.10.1980 р. і з 1.09.1983 по 31.10.1984 р. (в цілому 16 місяців). По кожному ШСЗ, за час його руху від обрїю до обрїю, вдавалось здійснити до тисячі лазерних локацій, а обсяг спостережень по всім станціям та ще більше ніж в двох десятках країн, складав вже сотні тисяч спостережень. При такій величезній кількості спостережень ставала помітною явна невідповідність фундаментальних принципів класичних методів обробки даних дійсному стану речей. Прийшлося розробляти вже нові, некласичні процедури обробки даних, тобто, створювати нову математику «Date Analysis». Вона була позитивно сприйнята в США і в інших країнах [4–14]. В підручниках же поки що описані лише класичні методи обробки даних і про якісь можливі відхилення від

фундаментальних положень цих методів нічого не згадується. Візьмемо, наприклад, метод найменших квадратів (МНК). Де можна побачити, щоб у якомусь посібнику було чітко сказано, що МНК використовують лише за умови виконання таких постулатів:

- залишкові похибки математичної моделі мусять підкорятися нормальному закону розподілу;
- у результатах спостереження повністю мають бути відсутні систематичні похибки.

Висвітлюється лише алгоритм методу обробки чи схеми його застосування. А що ж відбувається насправді? Чи можна беззастережно прийняти правильність першого постулату?

**Таким чином мета** нашого дослідження полягає в тому, щоб показати, що фундаментальні принципи, закладені К. Ф. Гаусом в основу класичних методів обробки інформації часто не відповідають дійсності. Щоб з'ясувати це, були проведені масові дослідження розподілів похибок спостережень в лабораторії прикладної математики Державного університету в м. Тарту. При цьому проаналізовано 2500 вибірки реальних статистичних даних. В 92 % випадків гіпотезу нормальності закону похибок прийшлося відхилити [15]. Тобто, оцінка фактичної ймовірності того, що випадкові похибки підкоряються закону Гауса досить мала і дорівнює 0.08. Отже, **завдання нашої роботи** – показати, що аналогічна ситуація є типовою і для економічної виміральної інформації. До такого висновку прийшли на кафедрі математичного моделювання факультету кібернетики відносно економічних даних в результаті реалізації другого міжнародного проекту, який за активного сприяння ректора здійснювався у співпраці між МЕГУ і Братіславським університетом по темі «About the Distribution of stok index Returns oscilations».

**Результати досліджень** по цьому проекту детально висвітлені у відомих європейських виданнях [4, 5, 7–10, 14]. Цікаві результати по цій же темі отримав при нашому сприянні професор Братіславського університету Владо Газда, який досить переконливо показав невідповідність розподілу відносних значень словацького індексного ряду RMC-100 закону Гауса[16]. А відомий американський економіст Е. Е. Петерс, досліджуючи випадкові похибки відносних значень 6-ти найбільш відомих економічних індексних рядів, прийшов до висновку, що вони взагалі не є гаусовими [17]. Це показала реальна практика багатократних спостережень великих обсягів[7–10]. В той же час більшість економістів, та що гріха таїти, – навіть деякі професори вузів, вірять в те, що геніальний Гаус добре з усім розібрався на всі часи і ніяких сумнівів, щодо нормальності дійсних розподілів похибок, бути не може. Заангажовані авторитетами фахівці з економіки часто навіть не перевіряють, якими ж фактично є залишкові

помилки, а якщо і встановлюють, що вони не є гаусовими, то не знають, що з цим робити.

При обробці економічної інформації потрібно особливу увагу приділяти виключенню із результатів спостережень систематичних похибок, оскільки фундаментальний принцип класичного методу аналізу даних постулює їх відсутність. Систематичних похибок уникнути неможливо, можна лише загнути їх у певні межі. Але вони є і завжди будуть. Присутні в результатах спостережень, при невеликій їх кількості, вони особливо, не будуть помітними. Але при збільшенні числа спостережень  $n$  вони невідворотно будуть проявлятися, а при деякому великому  $n$  прийдеться вже відкидати навіть фундаментальний статистичний постулат – закон великих чисел, як вже не відповідаючий дійсності.

Ще одну дуже важливу обставину слід враховувати при математичному моделюванні економічних процесів. В жодному підручнику чи посібнику не сказано, що такий потужний метод побудови моделей як регресійний аналіз, розроблений для *активного експерименту*. Такий метод, коли значення діючих на результат факторних ознак можна змінювати в значних межах – наприклад, тиск, температура, вологість, напруга, сила струму, тощо. В цьому разі число діючих факторів може бути значним: 10, 20 чи навіть більше. Економічні процеси мають, як правило, пасивний характер. Дослідник не може впливати, наприклад, на рівень інфляції, показники безробіття, ціни, продуктивність праці і т. д. В цьому разі в модель можна вводити щонайбільше 3-4 факторів. Багато ж дослідників від економіки цього не знають і часто змагаються в тому хто введе побільше регресорів. Дуристість доходить до того, що «успішно» використовують 25, 30, а то і більше факторів, а предметом «гордості» є та модель, яка має найбільшу кількість цих факторних ознак.

*Важливий висновок*, який тісно пов'язаний з проблемами обробки економічної інформації, полягає в тому, що більшість фахівців (навіть з інформатики), не підозрюють про існування вкрай важливого, при сучасній обробці, інформації математичного принципу – *парадоксу Ельясберга-Хампеля* [14; 18]. В чому ж полягає суть цього парадоксу? В загальному вигляді його можна сформулювати так:

– будь-яка гіпотеза (чи теорія), сформульована відносно досліджуваного нами явища, якою б досконалою вона не була б, рано чи пізно буде відкинута з ростом інформації про це явище;

По відношенню до методів математичної обробки статистичної інформації це означає, що будь-який метод такої обробки є *коректним лише при певних обсягах виміральної інформації*. Наприклад, при кількості спостережень  $3 \leq n \leq 30$  застосовують методи мікростатистики (наприклад критерій Стьюдента,  $V$ -критерій Вілкоксона-Манна-Уїтні, критерій знаків,  $T$ -критерій,  $r$ -критерій Вальда-Вольфовіца). При

$30 < n \leq 500$  застосовують уже класичний метод найменших квадратів, класичні методи оцінки точності, гаусову статистику, тощо. При  $500 < n \leq 5000$  – використовують двоступінчасті процедури математичної обробки даних – 1 ступінь, це застосування класичних методів обробки даних, як необхідний попередній етап. Другий етап – застосування некласичних методів математичної обробки інформації, необхідність якого визначається шляхом діагностики залишкових похибок *observation – calculation*. Ці методи розроблені в НДІТМ і МEGУ та отримали також міжнародне визнання [4–14; 19–22].

Покажемо на конкретних прикладах наскільки важливим є принцип адекватності при математичній обробці даних в економіці. Ігнорування цим принципом може приводити до катастрофічних наслідків. Це можуть робити не лише пересічні фахівці з економіки, а і відомі вчені. Як приклад можна взяти одну із потужних фінансово-інвестиційних корпорацій США: «Long Term Capital Management» (ЛТКМ) – «Довгострокове управління капіталами». Ця корпорація в своїй діяльності застосувала методіку розрахунку ризиків, яка була розроблена нобелівськими лауреатами М. Шоулзом та Р. Мертоном, за що, власне, вони й отримали цю премію. Свої розрахунки ризиків ці автори будували на законі похибок Гауса, посилаючись на те, що більше ніж 200 років цей закон успішно використовувався як підґрунтя МНК і практично до цього часу є математичною основою переважної більшості методів математичної статистики, наприклад  $t$ ,  $F$ ,  $\chi^2$ - критеріїв. Але що не врахували, згадані вище, лауреати – це те, що непомітно наука вступила в еру великих, чи навіть колосальних вибірок. Якщо 200 років підряд, починаючи з початку ХІХ століття, дослідники успішно користувались законом Гауса, то лише тому, що спостереження виконувались вручну, були дорогими і їх обсяг дуже рідко перевищував 500 вимірів. Але з середини ХХ століття почалася епоха автоматизації експериментів. Наприклад, число локацій ШСЗ лазером за час його руху від горизонту до горизонту, складає до  $10^3$  [19]; астрономічні каталоги отримують на основі координатних вимірювань  $10^6$ - $10^7$  зірок [23]; в ядерній фізиці реєструють  $10^6$ - $10^8$  подій за один експеримент. За такої кількості спостережень практично із 100% імовірністю відхиляється не те що фундаментальна гіпотеза класичної теорії помилок про нормальність їх розподілу, але і такі відомі математичні закони, як закон великих чисел, перестають відповідати реальності постулати теореми Гауса-Маркова та інші. Внаслідок цього класичні процедури обробки даних мають не остаточний, а лише наближений характер. Цього не врахували М. Шоулз і Р. Мертон, які, на свою біду, аж надто були закохані в класику. А сталося ось що. Майже миттєво без якихось попереджуючих подій, відбувся один із найграндіозніших трейдингових обвалів в США – влітку 1998 р., після

подій обумовлених фінансовою кризою в Росії (що не передбачалось моделлю Шоулза-Мертонна), компанія ЛТКМ зазнала повного краху і тим самим створила надзвичайно важку ситуацію для всієї фінансової системи США. Основними причинами краху були дві – ігнорування парадоксу Ельясберга-Хампеля і застосування для опису похибок моделі «перевіреного на протязі 200 років» класичного закону Гауса і також відсутність застосування методу статистичної діагностики моделі, що ними використовувалась. Ця модель практично виключала можливість великих відхилень (викидів), оскільки опиралася на класичний нормальний закон. Компанія ЛТКМ втратила за день 14 млрд. \$. Горе тисяч розорених людей було вражаючим і до цього часу ще повністю не усвідомлене. І математику в цьому винити не можна. Побудована на своїх аксіомах вона бездоганно правильна, а самі професійні математики досконало є чесними. *Але щоб реальність вкласти в ложе чистої математики потрібно дуже добре і професійно підлаштувати її постулати до незбагненої дійсності.* При цьому потрібно розуміти, що в природі чи економіко-соціальних відносинах ніколи не було і ніколи не буде якихось чистих математичних абстракцій, типу абстракцій Шоулза-Мертонна. Неприємності в економічному моделюванні починаються тоді, коли аксіоми методу моделювання є нереальними, такими, як гаусові ймовірності в нобелівській моделі цих лауреатів. Погано, коли цю неадекватність не те що не враховують, а нею просто ігнорують і наполегливо доводять бездоганну логічність математичних викладок, замість того, щоб подумати про відповідність реальності фундаментальних постулатів методу.

Випадок академічного обскурантизму, властивий моделі Шоулза-Мертонна, на жаль, не єдиний. В 2006 р. американський фонд «Амарант» (Безсмертник), втратив 7 млрд. \$. За кілька днів до катастрофи ця компанія заявила, що вкладникам зовсім не варто хвилюватись, так як в корпорації успішно працює аж 12 ризик-менеджерів, які досконально вміють застосовувати математичні моделі у прогнозуванні. Цей обвал був настільки відчутним для «Амаранту», що і зараз він знаходиться на грані виживання. Або візьмемо для прикладу теорему Піфагора, – в зошиті вона дуже ефектно і правдиво виглядає – прямокутний трикутник буде бездоганим і ніякими відомими фізичними методами ми не виявимо якихось відхилень від теореми Піфагора і пряма буде найкоротшою віддаллю між точками. Але в природі буде дещо по іншому. Якщо побудувати на поверхні землі прямокутний трикутник зі стороною 50 км., то тут вже знаменита теорема має наближений характер. Більше того, найкоротшою віддаллю на Землі між крайніми точками гіпотенузи буде вже не пряма, а крива лінія, яка називається геодезичною. Чому? Тому, що теорема Піфагора може використовуватись лише на площині в рамках

геометрії Евкліда – це фундаментальний принцип застосування теореми Піфагора. Та про це часто забувають навіть досвідчені вчені. Земля не є площиною, навіть не сферою або еліпсоїдом. Вона є геоїдом, який не може бути точно представлений будь-якою із відомих геометричних об'ємних фігур. Це означає, що дійсна геометрія Землі є лише наближено відомою, вона ще до того ж і змінюється зі зміною координат точки на Землі.

Наведені випадки трагічного краху розроблених з великими потугами економічних моделей, чи приклади реального застосування бездоганної для нас теореми Піфагора, є свідченням того, як важливо при застосуванні аксіоматичних методів математики досягати максимально можливої відповідності її постулатів реальній картині досліджуваних процесів і явищ. Явне нехтування проблемою адекватності в математичному моделюванні спостерігається не лише в економіці. Прояви обскурантизму мають місце навіть в таких розвинених науках як фізика і астрометрія. Наприклад, в фізиці швидкість світла є фундаментальною сталою. В земних умовах ця аксіома є досконало адекватною, що і підтверджено практикою. Але чи розумно дію цієї аксіоми переносити на умови нескінченного Космосу, в яких промінь від деяких галактик рухається до Землі більше 10 млрд. років? Допускати, що на протязі такого неймовірно великого часу фотон чи Космос не змінює своїх фізичних властивостей, це майже те саме що й гадання на кавовій гущі. Не достатньо оголосити припущення, необхідно його ще й перевірити. А чи можна перевірити, як веде себе один й той же фотон на протязі хоча б 1 млн. років, не кажучи вже про мільярди років? Цього зробити не можна. У фізичних лабораторіях вже зуміли зменшувати швидкість фотону, аж до його повної зупинки. Рухаючись у Всесвіті мільярди років він поступово втрачає свою енергію і сповільнює рух до повної своєї зупинки, вирішуючи тим самим фотометричний парадокс Ольберса. Більшість же фізиків, та і астрономів, свято вірять в стабільність світлової сталої в умовах, вивчення яких їм зовсім непідвладне і в розбігання галактик, в залежності від дальності, з більшою і все більшою швидкістю. Така ж ситуація спостерігається в астрометрії. Паралактична геометрія перевірена в земних умовах, та її методи переносять на космічні масштаби, забуваючи про те, що аксіоми створюють на основі досвіду. Але чи є досвід космічної геометрії? Його немає. Видатні математики, наприклад, К. Ф. Гаус, попереджали, що дійсна геометрія простору невідома. Проте, без всякої застороги на нескінченний Космос переносяться поняття геометрії Евкліда. А чи можна це робити всупереч рекомендації Гауса і без перевірки? Цим самим принцип адекватності замінюється надуманими уявленнями, точно як в моделі Шоулза-Мертсона. Цього робити не можна – і це є одним із важливих висновків цієї роботи.

**Головний же висновок** цього дослідження полягає в тому, що не можна вірити в існування якоїсь «точної» економічної, соціальної, космологічної чи якоїсь іншої «точної» теорії. Насправді ж навіть добре математизовані і перевірені теорії будуть весь час уточнюватись або і розвалюватись з ростом інформації про досліджуване явище. Вони існують до того часу, поки не з'являться факти, що змінюють теорію чи відхиляють її назавсім, – все в точній відповідності з парадоксом Ельясберга-Хампеля. Пам'ятати про цей парадокс дуже важливо, особливо молодим майбутнім дослідникам. Цей парадокс показує, що все, що нам відоме сьогодні в науці, встановлено лише приблизно і рано чи пізно буде замінено на більш досконале знання. Парадокс Ельясберга-Хампеля спонукає молодь до динамічного пошуку істини, до нових потрясаючих відкриттів в науці, які будуть належати вже їй. Він показує вічну доцільність такого пошуку не зважаючи на будь-які авторитети.

Що ще потрібно знати майбутнім дослідникам. Є два види наукових робіт – показушні, нікому не потрібні роботи і роботи цінні. Чому про це необхідно говорити. Та тому, що 90 % наукових статей в журналах є звичайною макулатурою, мотлохом, який лише забирає наш час. Тобто, із 10 статей, які ви прочитали, лише одна в середньому піде на користь. Про це свідчить дослідження [24]. Тому пам'ятаймо дійсно важливі речі часто тонуть в морі непотребу і потрібно дійсно добре любити свою справу, щоб не продукувати наукову макулатуру і відрізнити «зерно від половини».

1. Вотяков А. А. Теоретическая география. / А. А. Вотяков. – М., 1997 – 143 с. [електронний ресурс]: Режим доступу : [http://www.e-reading.club/bookreader.php/12454/Votyakov\\_Teoreticheskaya\\_geografiya.html](http://www.e-reading.club/bookreader.php/12454/Votyakov_Teoreticheskaya_geografiya.html). 2. Кювье Ж. Рассуждение о переворотах на поверхности земного шара и об изменениях, какие они произвели в животном царстве / Ж. Кювье. Пер. с франц. М.-Л., 1937. 3. Голубчиков Ю. Н. Глобальные катастрофы в истории / Ю. Н. Голубчиков. М. : Вече, 2005. – 384 с. 4. Dzhun J. V. The Problem of Probability Methods in Economics / J. V. Dzhun // *Economica Firiem*, 1998. Bardejovske Kupele. 5.5 – 6.5. 1988. – P. 444-448. 5. Dzhun J. V. About mathematical Form of general Law Errors / J. V. Dzhun // 1999. *EVI TUDOMANYOS ULESENEK*. – Bessenyei Gyorgy Tanarkepzo Foiskola, Nyiregyhaza, 1999, szeptember 25, p. 11. 6. Dzhun J. V. Is the Method of Least – Squares out of Date? / J. V. Dzhun. // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*. 2000, vol.16. No. 3. P. 245–252. Allerton Press. Inc., New York. 7. Dzhun J. V. O distribucnom rozdeleni vynosov burzoveho indexu Dow-Jones / J. V. Dzhun, V. Gazda. // *EKONOMICA FIRIEM-2001 / Program medzinarodnej konferencie*. – Svot, 12–14.09. 2001. 8. Dzhun J. V. About Distribution of Stock Index Returns Fluctuations. / J. V. Dzhun, V. Gazda. // *Business reviu. Scientific Journal of the Faculty of Business Economics of the University of Economics in Bratislava with a seat in Kosice*. 2002, vol. 1, № 2, p. 20–27. 9. Dzhun J. V. O neplatnosti predporlady normality rozdelenia vynosnosti Kapitalovych aktiv. – J. V. Dzhun, V.Gazda. // *Economic Review. Quarterly Journal of the Univercity of Economics Bratislava*, 2003, vol. XXXII, № 3, p. 303–308. 10. Dzhun J. V. Distribution rozdeleni



vynosov burhoveho indexu Dow-Jones. / J. V. Dzhun, V. Gazda, V. Liskovska. // Тези доповіді на X Міжн. конференції «Економічні та гуманітарні проблеми розвитку суспільства у III тисячолітті» Рівне, 03-05.10.2007. **11.** Dzhun J. V. A Method for diagnostics of mathematical Models in theoretical Astronomy and Astrometry. / J. V. Dzhun // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 2011, vol. 27. No. 5. P. 61-67. Allerton Press. Inc., New York. **12.** Dzhun J. V. On the Evolution of Concepts of the Least – Squares Method on the Basis of the Fisher Principle of Maximum Information. / J. V. Dzhun // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 2011, vol. 27. No. 6. P. 60–67, Allerton Press. Inc., New York. **13.** Dzhun J. V. What are Differences «observation-calculation» bound to be during modern Experiments in Astrometry? / J. V. Dzhun // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 2012, vol. 28. No. 1. P. 68–76. Allerton Press. Inc., New York. **14.** Dzhun J. V. Distribution of Errors in multiple large volume observations / J. V. Dzhun // Measurement Techniques, vol. 55, No 4, July, 2012, p. 393–396, Springer. **15.** Тоодинг Л. М. / IV Всесоюзная научно-техническая конференция «Применение многомерного статистического анализа в экономике и оценке качества продукции» / Л. М. Тоодинг // Тезисы докладов. – Тарту : ТГУ, 1989, с. 262–263. **16.** Gazda V. Normal probability Distribution in financial Theory – false Assumption and Consequences / V. Gazda // Department of Economics, University of Economics, Faculty of Business Economics, Kosice, 1999. – P. 5 – 4. **17.** Peters E. E. Fractal market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics. / E. E. Peters. John Wiley and Sons. Inc., New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1995. – P. 306. **18.** Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния. Пер. с англ. / Хампель Ф., Рончетти Э., Рауссеу П., Штаэль В. М. – М : Мир, 1989. – 512 с. **19.** Dzhun J. V. Pearson’s Distribution of Type VII of the Errors of satellite Laser Ranging Data / J. V. Dzhun. // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 1991, vol.7, P. 74-84. Allerton Press, Inc. New York. **20.** Dzhun J. V. About make use of Pearson’s Distribution of Type VII for the Approximation of observation’s Errors in Astrometry. / J. V. Dzhun. // Measurement Techniques. Volume 35. Number 3 (1992). Springer. **21.** Dzhun J. V. Comments of Use of the Type VII Pearson Law in Astrometry. / J. V. Dzhun, P. V. Novitskii. // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 1992, vol. 8. No. 5. p. 78–81. Allerton Press. Inc. New York. **22.** Dzhun J. V. On the Number of Boxes in the Hisgrams of Astronomical Observational Errors. / J. V. Dzhun. // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 1993, vol. 9. No. 1. P. 72-76. Allerton Press. Inc. New York. **23.** Федоров П. М. Каталог ХРМ як незалежна реалізація позагалактичної опорної системи координат в оптичному та близькому інфрачервоному діапазоні. Автореф. дис. докт. фіз.-мат. наук, К. : 2012. – 37 с. **24.** Орлов А. И. Высокие статистические технологии / А. И. Орлов // Заводская лаборатория, 2003. – Т. 69. – № 11. – С. 55–60.

Рецензент: д.т.н., професор А. П. Власюк.