

ГЕНЕРАТОР ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧЕТЫРЬМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

П.В. ИВАНЮК, Л.Ф. ПОЛИТАНСКИЙ, Р.Л. ПОЛИТАНСКИЙ

В работе предложена Matlab-Simulink модель генератора хаотических сигналов, описываемая системой четырех дифференциальных уравнений с кубической нелинейностью и характеризующаяся четырехлепестковым аттрактором. Рассчитан и исследован спектр показателей Ляпунова для хаотической системы с кубической нелинейностью. На основе полученных результатов спроектирован и экспериментально реализован генератор хаотических сигналов для системы передачи информации с применением детерминированного хаоса.

Ключевые слова: хаотический сигнал, четырехлепестковый аттрактор, кубическая нелинейность, спектр показателей Ляпунова.

ВВЕДЕНИЕ

Детерминированный хаос используется в разных отраслях инженерии, одной из которых являются телекоммуникационные системы, базирующиеся на этом явлении. Кроме классических динамических систем с хаотическим поведением (системы Лоренца, Спротта, Ресслера и другие), разработаны системы, являющиеся модификациями системы Лоренца, которые характеризуются двухлепестковыми аттракторами (double-wing attractor) и при определенных условиях генерируют хаотические колебания (системы Лю (Liu System) [1, 2] и Чена (Chen's model) [3]). В последнее время внимание исследователей сосредоточено на разработке 3-D [4] и 4-D [5, 6] хаотических систем, которые характеризуются четырехлепестковыми аттракторами (four-wing attractor). Хаотические сигналы, генерируемые этими системами, имеют очень сложную структуру [5] и более широкую полосу [4, 6].

Широкополосность, ортогональность, сложность структуры хаотических сигналов и сильная чувствительность к начальным условиям обуславливают перспективность их использования в системах связи для повышения криптоустойчивости. Поэтому исследование свойств хаотических сигналов, поиск путей аппаратной реализации генераторов хаотических колебаний и систем связи с их использованием является актуальной и своевременной темой.

Цель настоящей работы — определение значений параметров динамической системы, при которых генерируются хаотические или гиперхаотические сигналы, а также экспериментальная реализация с использованием схемотехнических решений генераторов хаотических колебаний.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДУЕМОЙ СИСТЕМЫ

4-D автономная хаотическая система с кубической нелинейностью задается системой дифференциальных уравнений первого порядка [6]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) + yzw; \\ \dot{y} &= b(x + y) - xzw; \\ \dot{z} &= -cz + ey + xyw; \\ \dot{w} &= -dw + xyz.\end{aligned}\quad (1)$$

где a, b, c, d, e — параметры и x, y, z, w — переменные системы соответственно.

Для численного решения системы дифференциальных уравнений (1) была разработана Matlab-Simulink модель генератора хаотических сигналов (рис. 1), которая состоит из соединенных между собой блоков усиления, суммирования и вычитания, умножения, интегрирования и устройств регистрации сигналов.

На рис. 2 приведены полученные в результате моделирования фазовые траектории хаотической системы, описываемой дифференциальными уравнениями (1), при следующих значениях ее параметров: $a=50; b=10; c=13; d=20; e=6$.

По временным диаграммам динамических переменных системы с вышеуказанными параметрами (рис. 3) можно сделать вывод о сложности структуры хаотических сигналов.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА

Устанавливающиеся в нелинейных динамических системах режимы колебаний можно определить по значениям показателей Ляпунова, характеризующим степень зависимости системы от начальных условий и определяющих скорость расхождения ее траекторий в фазовом пространстве [7].

Расчет спектра показателей Ляпунова исследуемой системы осуществлялся путем использования алгоритма Бенеттина с модификациями [8, 9]. С этой целью решалась система уравнений, включающая в себя дифференциальные уравнения (1) и шестнадцать уравнений в вариациях, следующего вида:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a(y_1 - x_1) + zw_1y_1 + yw_1z_1 + yzw_1; \\ \dot{y}_1 &= b(x_1 + y_1) - zw_1x_1 - xw_1z_1 - xzw_1; \\ \dot{z}_1 &= yw_1x_1 + ey_1 + xyw_1 - cz_1 + xyw_1; \\ \dot{w}_1 &= -yzx_1 + xzy_1 + xyz_1 - dw_1.\end{aligned}\quad (2)$$

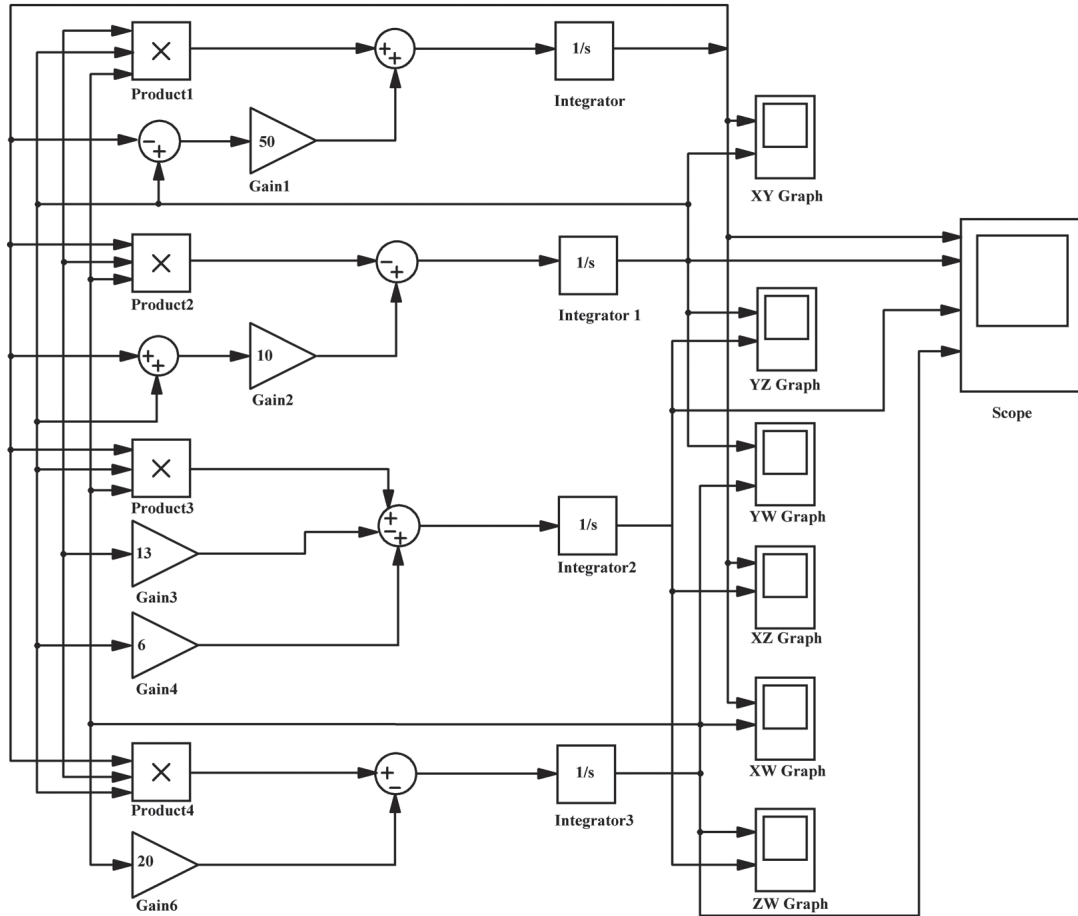
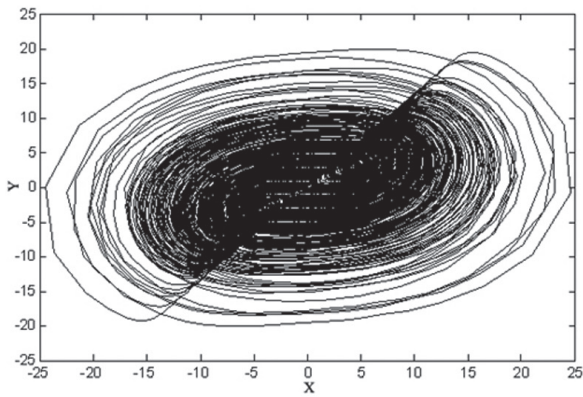
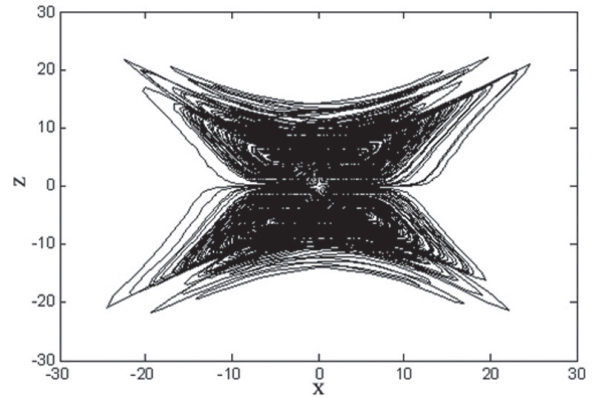


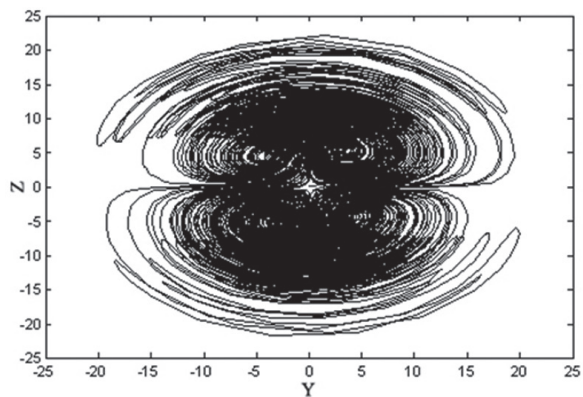
Рис. 1. Matlab-Simulink модель генератора хаотических сигналов



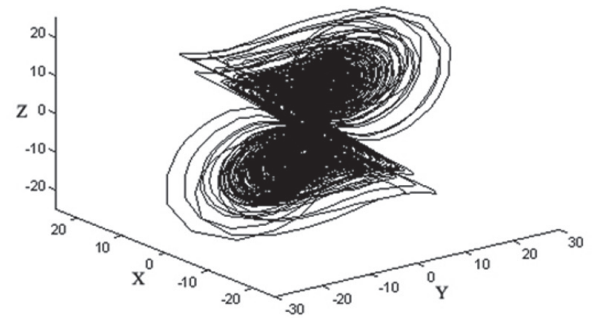
a



б



в



г

Рис. 2. Фазовые траектории системы (1) в плоскостях:
a – x - y , *б* – x - z , *в* – x - y и *г* – хаотический аттрактор в плоскости x - y - z

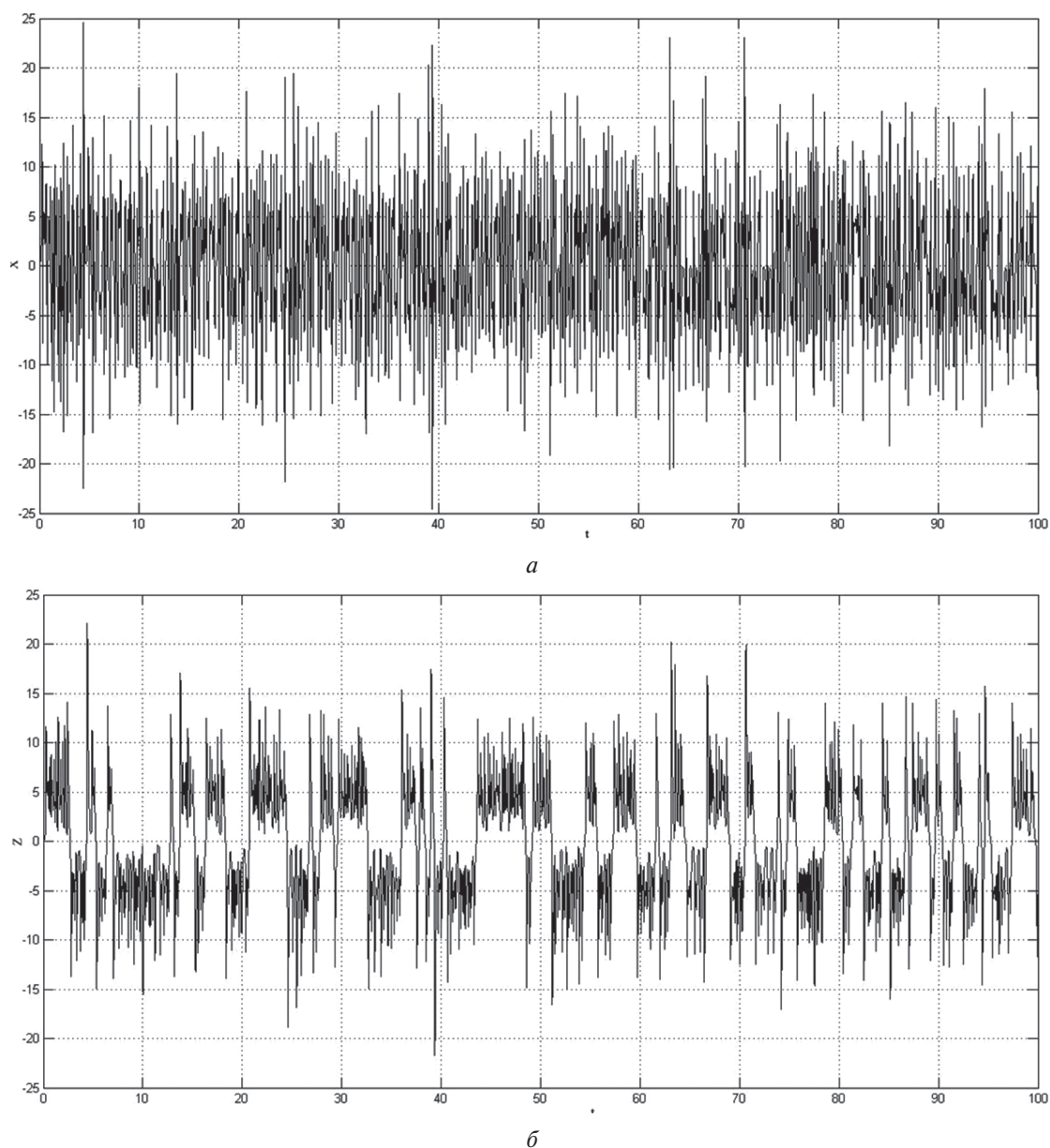


Рис. 3. Временные диаграммы динамических переменных системы (1): $a - x(t)$ и $b - z(t)$

Система из двадцати уравнений решалась численным методом Рунге-Кутты с перенормированием и ортогонализацией векторов возмущения в процессе вычисления при значениях параметров системы a, b, c, d, e . Показатели Ляпунова определялись для значений параметра b в интервале $(1,30]$ с единичным шагом при фиксированных значениях остальных параметров $a=50; c=13; d=20; e=6$ при нормировании на единицу начальных ортогональных векторов возбуждения x_0, y_0, z_0, w_0 . Рассчитанный спектр показателей Ляпунова (ПЛ) приведен на рис. 4а. Аналогично рассчитывались показатели Ляпунова для значений параметров $c \in (1,30]$ при $a=50, b=10, d=20, e=6$ и $e \in (1,30]$ при $a=50, b=10, c=13, d=20$. Их спектры приведены на рис. 4б и 4в соответственно.

По спектру показателей Ляпунова можно определить условия возникновения в системе колебаний разного характера. В частности, хаотические колебания возникают при условии, что

значение одного из показателей Ляпунова равняется нулю, один — положительный, а значения двух остальных — отрицательны. Гиперхаотические колебания возникают при условии, что значения двух показателей системы положительны [1].

Из полученных результатов следует, что при значениях параметра $b \in (17,19)$ система имеет два положительных показателя Ляпунова, следовательно, она может генерировать гиперхаотические колебания. При значениях параметра $b \in (3,27)$ система имеет один положительный показатель Ляпунова, то есть она может генерировать хаотические колебания. Расчет спектра показателей Ляпунова при разных значениях параметров c и e показал, что генерируемые системой колебания являются хаотическими во всем диапазоне их значений, поскольку первый показатель Ляпунова при этом всегда имеет положительные значения. Гиперхаотические колебания при изменении значений c и e не возникают.

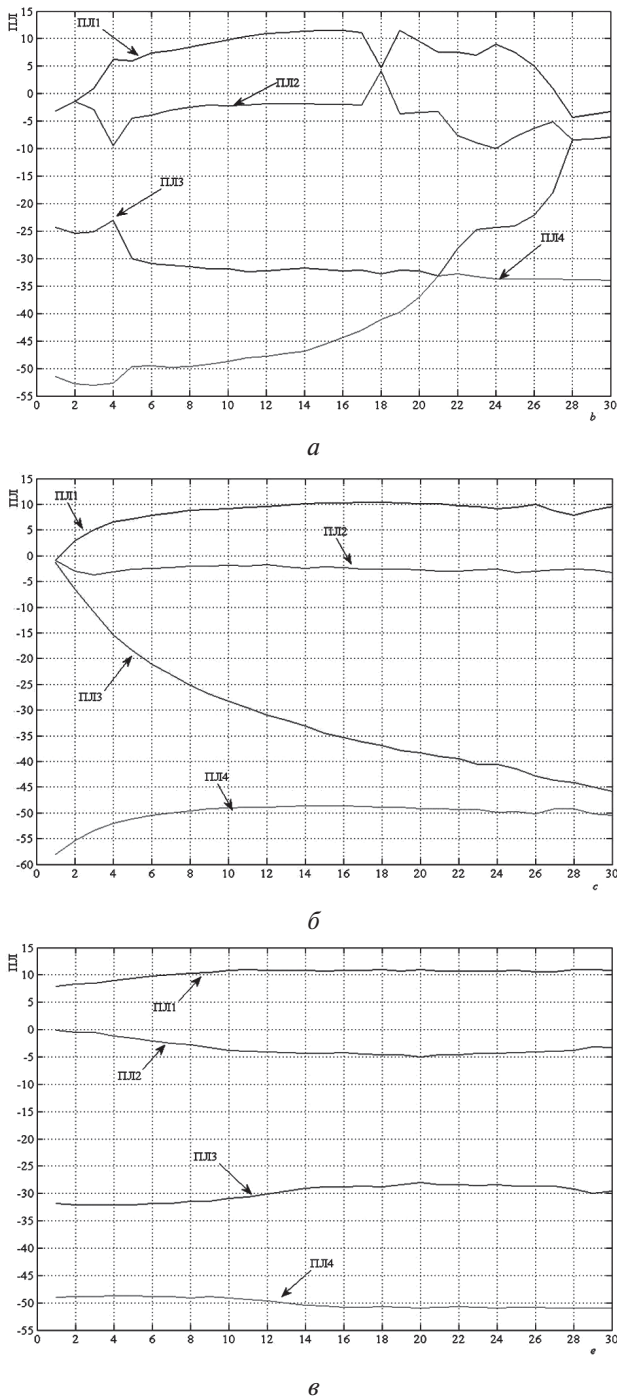


Рис. 4. Спектр показателей Ляпунова для системы (1) при различных значениях параметра: а – б, б – с и в – е

3. СХЕМОТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕРАТОРА ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

При реализации генератора хаотических колебаний с кубической нелинейностью, описываемой системой дифференциальных уравнений (1), динамические переменные системы представлялись соответствующими электрическими сигналами и электронными схемами, выполняющими математические операции над ними [10, 11]. Электрическая схема динамической системы, описываемой системой уравнений (1), приведена на рис. 5. Она построена на основе операционных усилителей TL084CN и аналоговых умножителей

сигналов AD633JN (DA1 – DA6). Операционные усилители включены по схеме суммирования (DA7 – DA10), интегрирования (DA11 – DA14) и инвертирования сигналов (DA15 – DA18).

Согласно законам Кирхгофа, уравнения цепей исследуемой электрической схемы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{C1} &= \frac{R_{12}}{R_3(C_1R_{16})}U_{C2} - \frac{R_{12}R_{24}}{R_1R_{20}(C_1R_{16})}U_{C1} + \\ &+ \frac{R_{12}}{R_2(C_1R_{16})}U_{C2}U_{C3}U_{C4}; \\ \dot{U}_{C2} &= \frac{R_{13}}{R_6(C_2R_{17})}U_{C1} + \frac{R_{13}}{R_4(C_2R_{17})}U_{C2} - \\ &- \frac{R_{13}R_{26}}{R_5R_{22}(C_2R_{17})}U_{C1}U_{C3}U_{C4}; \\ \dot{U}_{C3} &= -\frac{R_{14}R_{26}}{R_9R_{22}(C_3R_{18})}U_{C3} + \frac{R_{14}}{R_7(C_3R_{18})}U_{C2} + \\ &+ \frac{R_{14}}{R_8(C_3R_{18})}U_{C1}U_{C2}U_{C4}; \\ \dot{U}_{C4} &= -\frac{R_{15}R_{27}}{R_{11}R_{23}(C_4R_{19})}U_{C4} + \\ &+ \frac{R_{15}}{R_{10}(C_4R_{19})}U_{C1}U_{C2}U_{C3}. \end{aligned} \quad (3)$$

Значениям динамических переменных x, y, z, w системы дифференциальных уравнений (1) соответствуют выходные напряжения $U_{C1}, U_{C2}, U_{C3}, U_{C4}$ на емкостях C_1, C_2, C_3, C_4 схемы (3).

Для обеспечения единичного коэффициента усиления инверторов сигналов (DA15 – DA18) выбираем значение сопротивлений резисторов $R_{20}, R_{21}, R_{22}, R_{23}, R_{24}, R_{25}, R_{26}, R_{27}$ равным 10кОм . Значения емкостей конденсаторов C_1, C_2, C_3, C_4 равнялись 10нФ и значения сопротивлений резисторов $R_{16}, R_{17}, R_{18}, R_{19} - 10\text{кОм}$. Постоянная времени равна $\tau = R_0C_0 = C_1R_{16} = C_2R_{17} = C_3R_{18} = C_4R_{19} = 0,1\text{мс}$.

С учетом вышеизложенного систему (3) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} (C_0R_0)\dot{U}_{C1} &= \frac{R_{12}}{R_3}U_{C2} - \frac{R_{12}}{R_1}U_{C1} + \frac{R_{12}}{R_2}U_{C2}U_{C3}U_{C4}; \\ (C_0R_0)\dot{U}_{C2} &= \frac{R_{13}}{R_6}U_{C1} + \frac{R_{13}}{R_4}U_{C2} - \frac{R_{13}}{R_5}U_{C1}U_{C3}U_{C4}; \\ (C_0R_0)\dot{U}_{C3} &= -\frac{R_{14}}{R_9}U_{C3} + \frac{R_{14}}{R_7}U_{C2} + \frac{R_{14}}{R_8}U_{C1}U_{C2}U_{C4}; \\ (C_0R_0)\dot{U}_{C4} &= -\frac{R_{15}}{R_{11}}U_{C4} + \frac{R_{15}}{R_{10}}U_{C1}U_{C2}U_{C3}. \end{aligned} \quad (4)$$

Сравниваем соответствующие коэффициенты при выходных напряжениях $U_{C1}, U_{C2}, U_{C3}, U_{C4}$ системы (4) с параметрами a, b, c, d, e системы дифференциальных уравнений (1) и определяем номиналы остальных резисторов схемы:

$$a = \frac{R_{12}}{R_1} = \frac{R_{12}}{R_3} = 0.5 \Rightarrow R_1 = R_3 = 20 \text{ кОм};$$

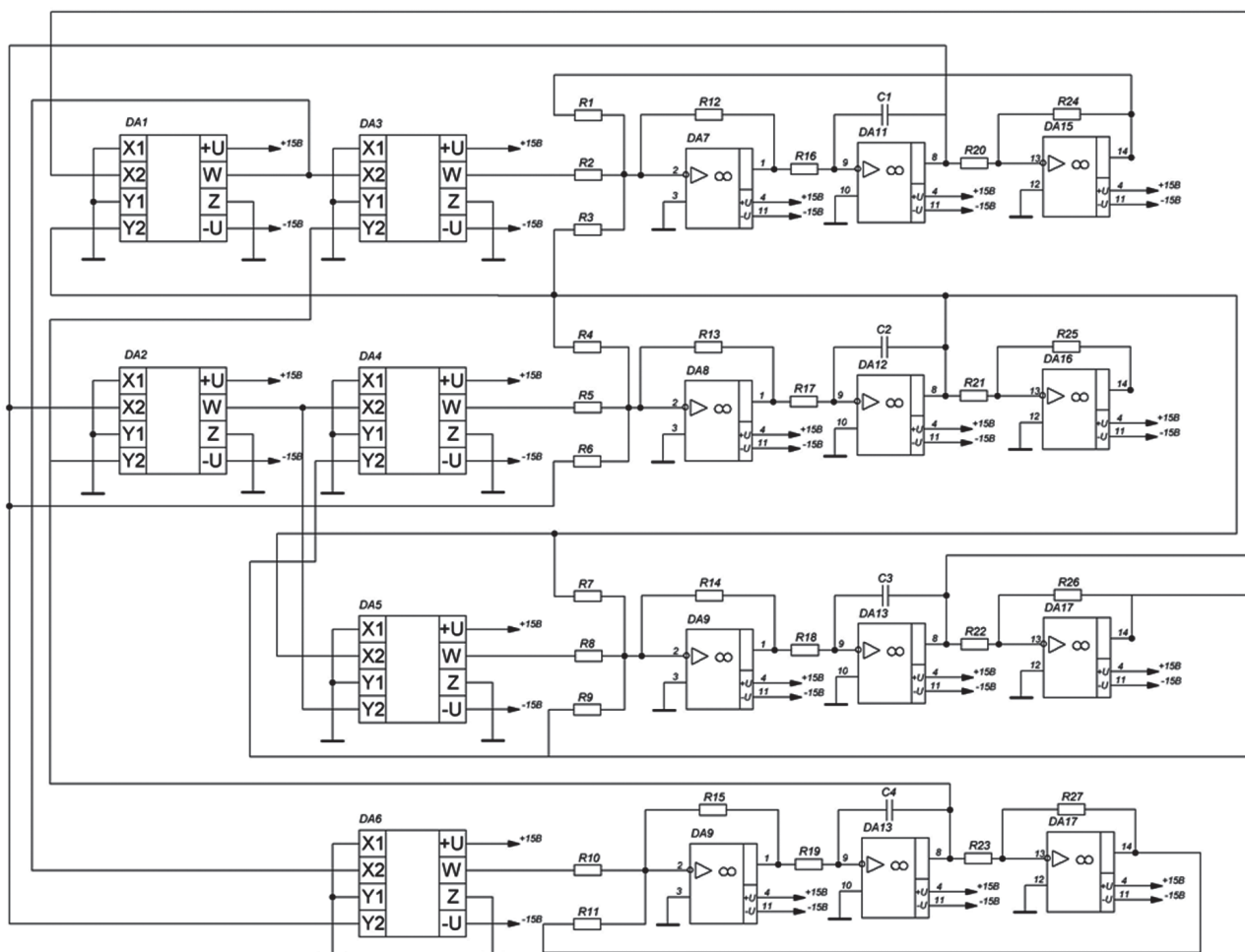


Рис. 5. Электрическая схема генератора хаотических колебаний с кубической нелинейностью на основе системы (1)

$$b = \frac{R_{13}}{R_4} = \frac{R_{13}}{R_6} = 0.1 \Rightarrow R_4 = R_6 = 100 \text{ кОм};$$

$$c = \frac{R_{14}}{R_9} = 0.13 \Rightarrow R_9 = 76.92 \text{ кОм};$$

$$d = \frac{R_{15}}{R_{11}} = 0.2 \Rightarrow R_{11} = 50 \text{ кОм};$$

$$e = \frac{R_{14}}{R_7} = 0.06 \Rightarrow R_7 = 166.6 \text{ кОм};$$

$$\frac{R_{12}}{R_2} = 1 \Rightarrow R_2 = 10 \text{ кОм}; \quad \frac{R_{13}}{R_5} = 1 \Rightarrow R_5 = 10 \text{ кОм};$$

$$\frac{R_{14}}{R_8} = 1 \Rightarrow R_8 = 10 \text{ кОм}; \quad \frac{R_{15}}{R_2} = 1 \Rightarrow R_2 = 10 \text{ кОм}.$$

Экспериментально полученные фазовые траектории генератора хаотических сигналов в разных плоскостях, описываемые системой дифференциальных уравнений (1), приведены на рис. 6.

ВЫВОДЫ

С помощью созданной Matlab-Simulink модели получены численные решения хаотической системы с кубической нелинейностью и установлен характер аттрактора при разных значениях параметров системы. По временным диаграммам и фазовым траекториям установлено, что

сигналы, возникающие в системе, имеют сложный хаотический характер.

Проведен расчет спектров показателей Ляпунова для исследуемой системы, описанной дифференциальными уравнениями с кубической нелинейностью. Установлен диапазон значений параметров, обеспечивающий хаотические колебания.

В результате проведенных исследований спроектирован и реализован генератор хаотических сигналов. Экспериментально полученные хаотические сигналы совпадают с результатами численного моделирования.

Литература

- [1] Wang Fa-Qiang, Liu Chong-Xin Hyperchaos evolved from the Liu chaotic system // Chinese Physics. – 2006. – Vol. 15 No. 5. – P. 963–968.
- [2] Luo Xiao-Hua, Luo Xiao-Hua at al. Circuitry implementation of a novel four-dimensional nonautonomous hyperchaotic Liu system and its experimental studies on synchronization control // Chinese Physics B. – 2009. – Vol. 18 No. 6. – P. 2168–2175.
- [3] Jinhua Lu, Guanrong Chen, Suochun Zhang The compound structure of a new chaotic attractor // Chaos, solitons and fractals. – 2002. – No. 14. – P. 669–672.
- [4] Liu Xing-Yun A new 3D Four-wing chaotic system with cubic nonlinearity and its circuits implementation // Chin. Phys. Lett. 2009. – Vol. 26 No. 9.

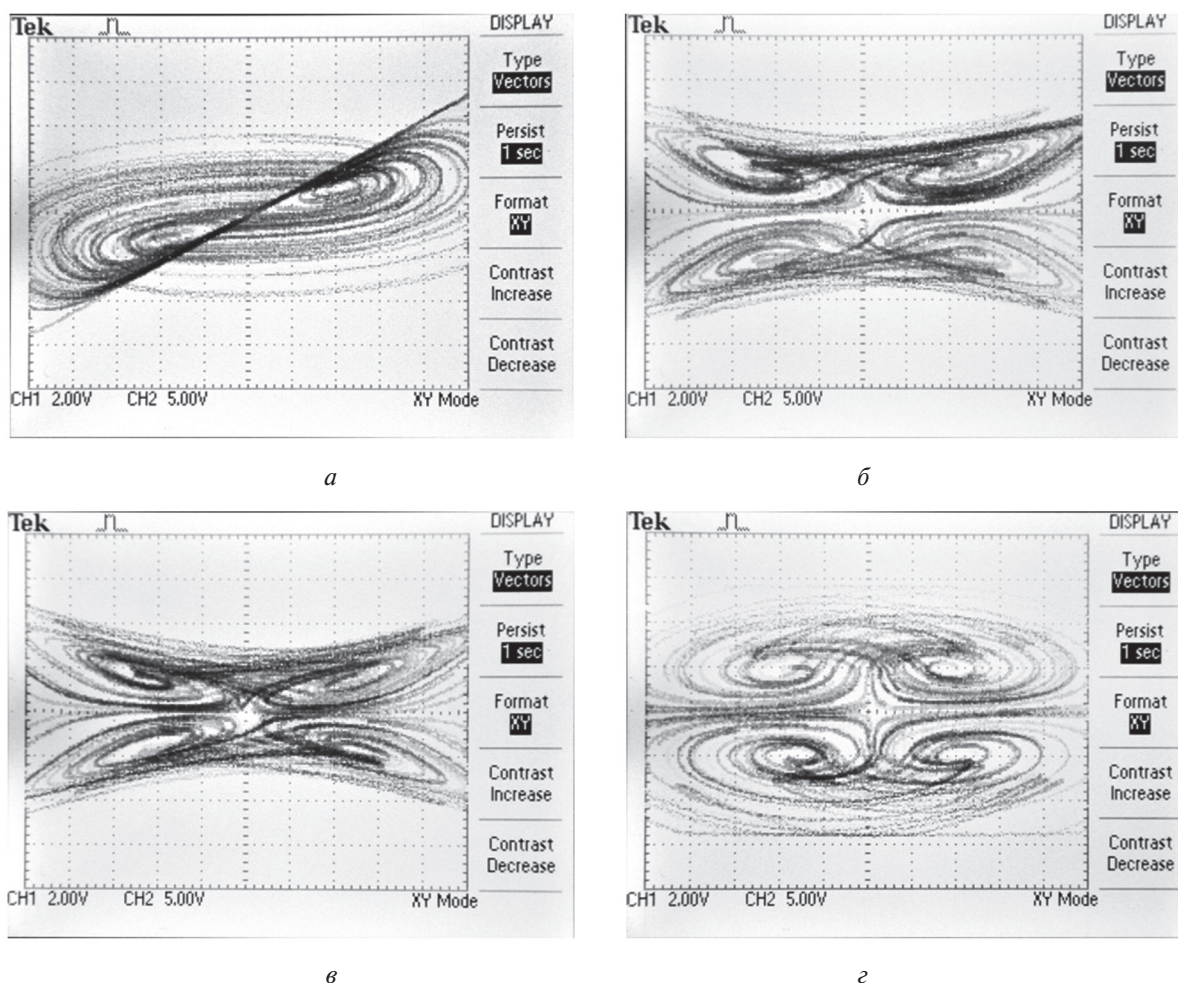


Рис. 6. Фазовые траектории системы (1) в плоскостях
 а – $x-y$, б – $x-z$, в – $x-w$ и г – $y-z$, полученные экспериментальным путем

[5] Guoyuan Qi, Shengzhi Du, Guanrong Chen, Zengqiang Chen, Zhuzhi Yuan On a four-dimensional chaotic system // Chaos, Solitons and Fractals. 2005. – No. 23. – P. 1671–1682.

[6] Michael Antonie van Wyk, Guoyuan Qi, Barend Jacobs van Wyk A four-wing chaotic attractor and its circuits implementation // Journal of Physics: Conference Series 96. 2008.

[7] Шахтарин Б.И. и др. Генераторы хаотических колебаний: учебн. пособие. М.: Гелиос АРВ, 2007. 248 с.

[8] Кузнецов С.П. Динамический хаос. — М.: Изд-во Физматлит, 2001. — 296 с.

[9] Іванюк П.В., Політанський Р.Л. Розрахунок спектру показників Ляпунова для гіперхаотичних систем // V міжнародна конференція CSE-2011 “Комп’ютерні науки та інженерія”. — Львів. — 2011. — С. 254–255.

[10] Іванюк П.В., Політанський Л.Ф., Політанський Р.Л. Дослідження хаотичних процесів, генерованих системою Лю // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2011. — №4/9(52). — С. 11–15.

[11] Іванюк П.В., Політанський Л.Ф., Політанський Р.Л., Эляшиш О.М. Хаотическое маскирование информационных сигналов с использованием генератора на базе системы Лю // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. — 2012. — №3. — С. 11–17.

Поступила в редколлегию 05.09.2012



Иванюк Пётр Васильевич, аспирант кафедры радиотехники и информационной безопасности Черновицкого национального университета имени Ю. Федьковича. Область научных интересов: генерирование хаотических сигналов, проектирование систем связи с использованием генераторов хаотических сигналов.



Политанский Леонид Францевич, д-р техн. наук, проф. кафедры радиотехники и информационной безопасности, заведующий кафедрой радиотехники и информационной безопасности Черновицкого национального университета имени Ю. Федьковича. Область научных интересов: хаотическая динамика, разработка и проектирование информационных систем с использованием хаоса.



Политанский Руслан Леонидович, канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры радиотехники и информационной безопасности Черновицкого национального университета имени Ю. Федьковича. Область научных интересов: псевдослучайные и хаотические последовательности, статистические свойства динамического хаоса.

УДК 621.391

Генератор хаотичних сигналів на основі системи диференційних рівнянь з чотирма змінними / П.В. Іванюк, Л.Ф. Політанський, Р.Л. Політанський // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. – 2012. Том 11. № 3. – С. 347–353.

У роботі запропонована Matlab-Simulink модель генератора хаотичних сигналів, що описується системою чотирьох диференційних рівнянь з кубічною нелінійністю. Розрахований і досліджений спектр показників Ляпунова для хаотичної системи з кубічною нелінійністю. На основі отриманих результатів спроектовано і експериментально реалізовано генератор хаотичних сигналів для системи передавання інформації з використанням детермінованого хаосу.

Ключові слова: хаотичний сигнал, чотирьохпелюстковий аттрактор, кубічна нелінійність, спектр показників Ляпунова.

Л. 06. Бібліогр.: 11 найм.

UDC 621.391

The generator of chaotic signals based on a system of differential equations with four variables / P.V. Ivanyuk, L.F. Politanskiy, R.L. Politanskiy // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2012. Vol. 11. № 3. – P. 347–353.

This paper proposes a Matlab-Simulink model of the chaotic signals generator that is described by a set of four first order differential equations with cubic nonlinearity which can produce a four-wing chaotic attractor. The Lyapunov exponent spectrum for a chaotic system with cubic nonlinearity is calculated and investigated. A generator of chaotic signals for an information transmission system using deterministic chaos is designed and implemented on the basis of the results obtained.

Keywords: chaotic signal, four-wing attractor, cubic nonlinearity, Lyapunov exponent spectrum.

Fig. 06. Ref.: 11 items.