

**ЗАКОНОМІРНІСТЬ ЗМІНИ МОДУЛЮ ЗСУВУ В ЗАЛЕЖНОСТІ  
ВІД ТЕМПЕРАТУРИ ТА ПУСТОТНОСТІ ГІРСЬКИХ ПОРІД****А. І. Крючков, А. І. Бахтин**

НТУУ «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

просп. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна. E-mail: at\_bahtin@i.ua

У результаті аналітичних та експериментальних досліджень встановлено закономірність зміни швидкості розповсюдження поперечних сейсмічних хвиль від температури, а також зміни модуля зсуву при промерзанні масиву гірських порід з урахуванням їх пустотності, яка дозволяє прогнозувати їх міцнісні, механічні та пружно-деформовні властивості. Встановлено існування значного стрибкоподібного підвищення модуля зсуву мерзлих ґрунтів та сніжно-льодових утворень при зниженні температури та збільшенні пористості. Здійснено порівняння отриманих результатів з експериментальними даними інших авторів.

**Ключові слова:** модуль зсуву, температура, пустотність, коефіцієнт пористості, гірська порода, сніжно-льодові утворення.

**ЗАКОНОМЕРНОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ МОДУЛЯ СДВИГА  
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПУСТОТНОСТИ  
ГОРНЫХ ПОРОД****А. И. Крючков, А. И. Бахтин**

НТУУ «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

просп. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина. E-mail: at\_bahtin@i.ua

В результате аналитических и экспериментальных исследований установлена закономерность изменения модуля сдвига при промерзании массива горных пород с учетом их пустотности, которая позволяет прогнозировать их прочностные, механические и упруго-деформационные свойства. Установлено существование значительного скачкообразного повышения модуля сдвига мерзлых ґрунтов и снежно-ледовых образований при понижении температуры и увеличении пористости. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данным других авторов.

**Ключевые слова:** модуль сдвига; температура, пустотность; коэффициент пористости; горная порода, снежно-ледовые образования.

**АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ.** Динамічні техногенні навантаження на літосферу призводять до деформування та руйнування гірських масивів при застосуванні буро-вибухових робіт на кар'єрах.

Експериментальні дослідження показали відміну ступеню деформації бортів кар'єру в літній та зимовий періоди експлуатації. Цей факт потребує фізико-аналітичного підтвердження та розробки рекомендацій до зміни технології буро-вибухових робіт у відповідності зі зміною термодинамічних параметрів масиву порід на протязі року. Такий підхід забезпечить зменшення ризику порушення

стійкості бортів кар'єру та забезпечення їх надійності на весь термін відпрацювання запасів корисних копалин кар'єрного поля.

Для оцінки пружних і міцнісних властивостей досліджуваних порід все частіше використовуються фізичні методи, засновані на використанні пружних хвиль. Акустичні параметри фізично взаємопов'язані з пружними і міцнісними характеристиками порід. Таким чином, визначивши в польових умовах акустичні властивості порід, можна встановити їх пружні властивості, що дозволить вибрати найбільш раціональний метод чи спосіб руйнування і слугуватиме основою для інженерних розрахунків параметрів вибухових робіт.

Основною вихідною передумовою при постановці такого роду досліджень являється існування дуже тісної кореляційної залежності між пружними і міцнісними властивостями мерзлих ґрунтів і швидкістю розповсюдження в них сейсмо – акустичних хвиль.

Метою даної роботи є встановлення закономірності впливу температури та пустотності на модуль зсуву льодових утворень та гірських порід.

**МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.** Модуль зсуву  $\mu$  (Н/м<sup>2</sup>) залежить від швидкості розповсюдження поперечних сейсмічних хвиль та щільності мерзлих гірських порід [1]:

$$\mu = \rho [C_s(T)]^2, \quad (1)$$

де  $\rho$  – щільність гірської породи, кг/м<sup>3</sup>;  $C_s$  – швидкість розповсюдження поперечних сейсмічних хвиль, м/с.

Механічна міцність мерзлих ґрунтів залежить від характеру їх структурних зв'язків. Виходячи з цього можна вважати, що зміна швидкості пружних коливань, може бути показником структурних перетворень, що відбуваються в гірському масиві при зміні температури [2, 3].

Проведемо аналіз впливу зміни температури гірського масиву на швидкість розповсюдження поперечних сейсмічних хвиль, враховуючи той факт, що модуль зсуву прямо пропорційний квадрату швидкості поперечних сейсмічних хвиль.

Для встановлення залежності зміни модуля зсуву від температури та пустотності використані експериментальні дослідження для сніжно-льодових утворень при щільності  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup> (табл. 1) [4].

Таблиця 1 – Залежність швидкості повздовжніх сейсмічних хвиль від температури сніжно-льодових утворень

$T, ^\circ\text{C}$	-25	-20	-15	-10	-5	-0,5
$C_p(T)^{\text{ек.}}, \text{ м/с}$	3844	3844	3844	3844	3719	3313

Між повздовжніми та поперечними сейсмічними хвилями завжди існує тісний кореляційний зв'язок. Оцінку  $C_s$  для більшості водонасичених мерзлих порід та сніжно-льодових утворень для  $T < -2$  °С можна виконати за формулою 2 [4]:

$$C_s \approx 0,8(C_p - 1050), \text{ м/с.} \quad (2)$$

Розраховані значення швидкостей поперечних сейсмічних хвиль від температури для сніжно-льодових утворень представлені в табл. 2.

Характер приведених експериментальних залежностей нашоєхує на думку, що існує єдина закономірність  $C_s = f(T)$ , яка може бути описана аналітично.

Таблиця 2 – Залежність швидкості поперечних сейсмічних хвиль від температури для сніжно-льодових утворень

$T, \text{ }^\circ\text{C}$	-25	-20	-15	-10	-5	-0,5
$C_s(T), \text{ м/с}$ (експеримент)	2235	2235	2235	2235	2135	1810
$C_s(T), \text{ м/с}$ (розрахунок)	2235	2235	2234	2226	2132	1836

Опираючись на попередні дослідження енергетичних переходів параметрів гірських порід при промерзанні [5, 6], проведений аналіз показав, що залежність такого типу може бути представлена в наступному вигляді:

$$C_s(T) = (C_{s_{max}} - C_{s_{min}}) \left\{ \exp \left[ -\exp \left( \frac{T - \theta_T}{\sigma_T} \right) \right] \right\} + C_{s_{min}}, \quad (3)$$

де  $C_{s_{max}}$  – максимальне стале значення швидкості поперечних хвиль при від'ємних температурах, м/с;  $C_{s_{min}}$  – мінімальне стале значення швидкості поперечних хвиль при додатних температурах, м/с;  $T$  – поточне значення температури гірської породи, °С;  $\theta_T$  – параметр залежності, який відповідає максимальній інтенсивності переходу порід з мерзлого стану в талий, °С;  $\sigma_T$  – визначає діапазони температур переходу з замерзлого стану в талий.

Розрахункові параметри для сніжно-льодових утворень приведені в табл. 3.

Таблиця 3 – Розрахункові параметри для розглянутої мерзлої породи

$\rho, \text{ кг/м}^3$	$C_{s_{max}}, \text{ м/с}$	$C_{s_{min}}, \text{ м/с}$	$\theta_T, \text{ }^\circ\text{C}$	$\sigma_T$
800	2235	1810	-2,5	1,95

Використовуючи рівняння (3), розраховані значення швидкості розповсюдження поперечних сейсмічних хвиль в сніжно-льодових утвореннях на температурному діапазоні від  $-25$  °С до  $0$  °С. Результати розрахунків представлені на рис. 1.

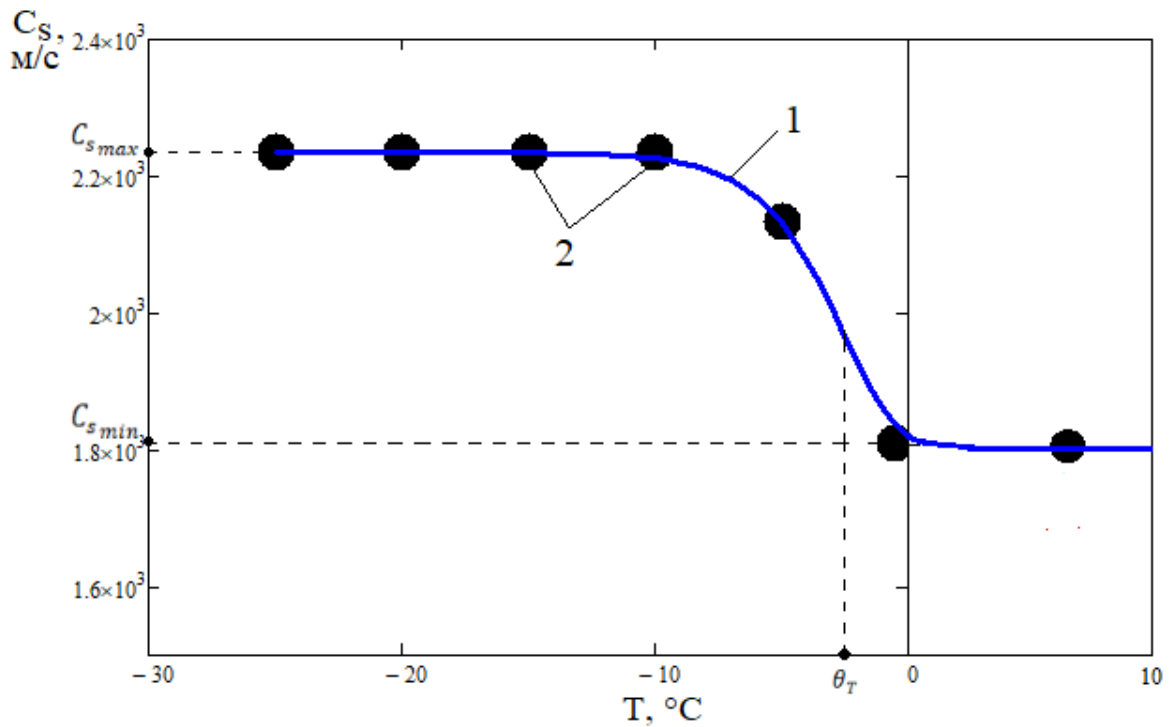


Рисунок 1 – Аналітична залежність значень швидкості поперечних сейсмічних хвиль від температури для сніжно-льодових утворень:  
 1 – аналітична залежність швидкості поперечних сейсмічних хвиль побудована за рівнянням (3); 2 – експериментальна залежність швидкості поперечних сейсмічних хвиль від температури

Враховуючи, що експериментальні точки лягають з невеликим відхиленням на аналітичну криву (рис. 1) можна зробити висновок, що досліджувана експериментальна закономірність може бути описана аналітичною залежністю (3).

Експериментальні дані залежності модуля зсуву від температури сніжно-льодових утворень представлено в табл. 4 [4]:

Таблиця 4 – Залежність модуля зсуву від температури

$T, ^\circ\text{C}$	-25	-20	-15	-10	-5	-0,5
$\mu(T)^{\text{ек.}}, \text{Па}$	$4,0 \cdot 10^9$	$4,0 \cdot 10^9$	$3,9 \cdot 10^9$	$3,8 \cdot 10^9$	$3,5 \cdot 10^9$	$2,7 \cdot 10^9$

Відомо три характерні критичні щільності сніжно-льодових утворень [7]:

- 1)  $\rho = 550 \text{ кг/м}^3$  – границя ущільнення і метаморфізму снігу за рахунок переупакування, зміни форми, розмірів і зближення зерен;
- 2)  $\rho = 830 \text{ кг/м}^3$  – перехід до пористого льоду із замкненими порами;
- 3)  $\rho = 917 \text{ кг/м}^3$  – прісний монокристалічний лід.

Підставивши рівняння (3) в рівняння (1) та використовуючи розрахункові параметри з табл. 3, розраховані значення модуля зсуву на температурному діапазоні від  $-25$  до  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  для різних значень щільності мерзлих порід ( $\rho = 550 \div 917 \text{ кг/м}^3$ ). Результати розрахунків представлені на рис. 2.

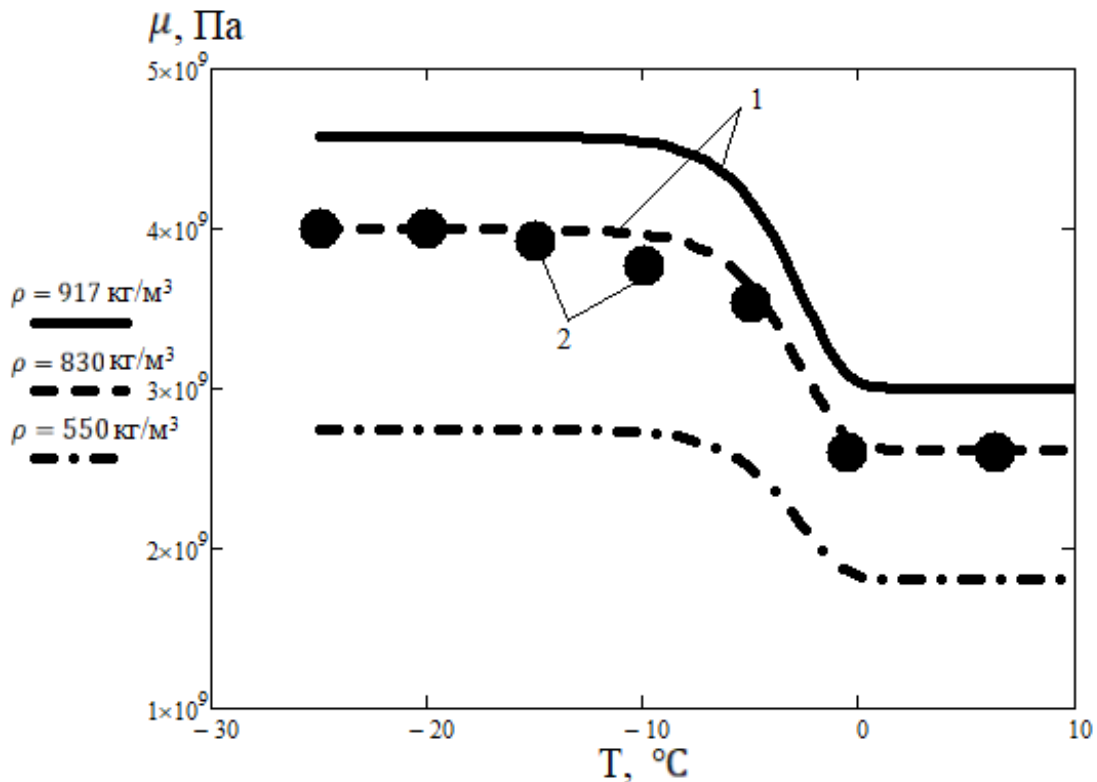


Рисунок 2 – Залежність зміни модуля зсуву від температури при різних значеннях щільності сніжно-льодових утворень:  
 1 – аналітична залежність модуля зсуву побудована за рівнянням (1);  
 2 – експериментальні значення модуля зсуву

Аналіз закономірності впливу температури гірського масиву та сніжно-льодових утворень на модуль зсуву  $\mu$  (параметр Ляме) показав існування значного стрибкоподібного підвищення модуля при зниженні температури. Це явище зумовлене збільшенням міцності породи за рахунок утворення цементуючих полікристалічних льодових структур. При температурі приблизно нижче  $-10\text{ }^\circ\text{C}$  значення модуля зсуву  $\mu$  незмінні, тому що фазові переходи вже не є суттєвими. При переході породи з мерзлого стану в талий величина  $\mu$  є незміною і для більшості гірських порід знаходиться в інтервалі приблизно  $0,1 \div 10$  ГПа. Максимальні значення модуля зсуву при від’ємних температурах більші за мінімальні в 1,5 – 2 рази. При збільшенні щільності породи, модуль  $\mu$  також збільшується.

Окрім температури ґрунту на зміну модуля зсуву значний вплив чинить пористість масиву [8, 9].

В табл. 5 представлені експериментальні значення [4] модуля зсуву від коефіцієнта пористості ( $K_p$ ) для сніжно-льодових утворень. Коефіцієнт пористості визначається за рівнянням [4]:

$$K_p = \frac{p}{1-p}, \quad (4)$$

$$p = \frac{\rho_{\text{ТВ}} - \rho_{\text{Л}}}{\rho_{\text{ТВ}}}, \quad (5)$$

де  $K_p$  – коефіцієнт пористості чи приведена пористість;  $p$  – пористість середовища;  $\rho_{\text{ТВ}}$  – щільність масивного сухого льоду,  $\text{кг/м}^3$  ( $917 \text{ кг/м}^3$ );  $\rho_{\text{л}}$  – щільність льодового утворення,  $\text{кг/м}^3$ .

В даному випадку коефіцієнт пористості є характеристикою пустотності гірських порід, що досліджуються. Пористість – це наявність пустот (пор) у гірських породах та сніжно-льодових утвореннях. Завдяки пористості гірські породи та сніжно-льодові утворення можуть вмщати рідини та газу. Під пустотністю гірської породи необхідно розуміти всі види пустот (мікропори, пори, тріщини, порожнини), незалежно від їх форми, розміру, взаємного розташування і умов утворення [10].

Проведений аналіз показав, що експериментальна залежність представлена в табл. 5 описується, дещо видозміненим, рівнянням (3).

Таблиця 5 – Залежність модуля зсуву від коефіцієнта пористості для сухих пористих сніжно-льодових утворень (при  $T = -10 \div -15 \text{ }^\circ\text{C}$ )

$K_p$	0,0065	0,1	0,4	1	4	5,5	7,5	10
$\mu(K_p), \text{Па}$	$5 \cdot 10^9$	$3,75 \cdot 10^9$	$1,25 \cdot 10^9$	$8,13 \cdot 10^8$	$3,13 \cdot 10^8$	$6,25 \cdot 10^7$	$2,38 \cdot 10^7$	$8,75 \cdot 10^6$

Залежність модуля зсуву від коефіцієнта пористості представлена рівнянням:

$$\mu(K_p) = (\mu_{\text{max}} - \mu_{\text{min}}) \left\{ \exp \left[ -\exp \left( \frac{\lg(K_p) - \lg(\theta_p)}{\lg(\sigma_p)} \right) \right] \right\} + \mu_{\text{min}}, \quad (6)$$

де  $K_p$  – коефіцієнт пористості;  $\theta_p$  – параметр залежності, який відповідає максимальній інтенсивності переходу порід з великою пористістю (коефіцієнтом пористості) до менш пористих;  $\sigma_p$  – визначає діапазони переходу порід з великою пористістю (коефіцієнтом пористості) до менш пористих

$$\sigma_p = \frac{\ln(-\ln y)}{K_p - \theta_p}, \quad (7)$$

$$y = \frac{\mu^{\text{ек}}(K_p) - \mu_{\text{min}}}{\mu_{\text{max}} - \mu_{\text{min}}}. \quad (8)$$

Значення розрахункових параметрів приведені в табл. 6.

Таблиця 6 – Розрахункові параметри для розглянутої породи

Параметр	$\mu_{\text{max}}, \text{Па}$	$\mu_{\text{min}}, \text{Па}$	$\theta_p$	$\sigma_p$
Значення	$5 \cdot 10^9$	$8,75 \cdot 10^6$	0,65	4,1

Використовуючи рівняння (6), розраховані значення модуля зсуву від коефіцієнта пористості (рис. 3).

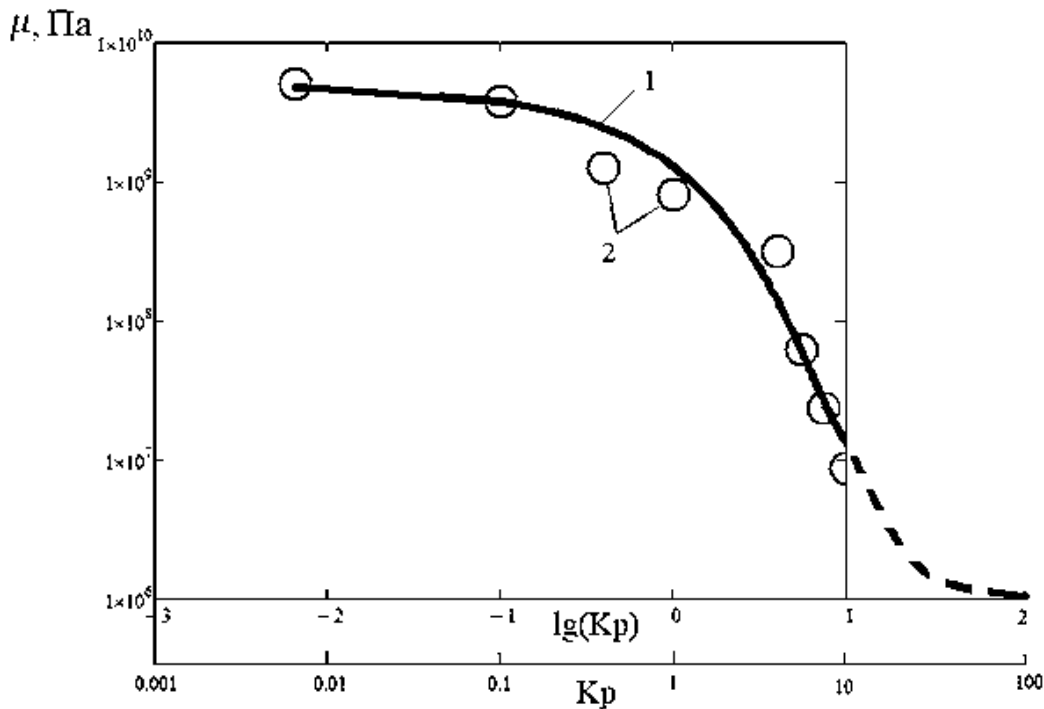


Рисунок 3 – Залежність значень модуля зсуву від коефіцієнта пористості для мерзлих ґрунтів:

- 1 – аналітична залежність модуля зсуву  $\mu(K_p)$  за рівнянням (6);
- 2 – експериментальні значення модуля зсуву

Враховуючи, що експериментальні точки лягають з невеликим відхиленням на аналітичну криву можна зробити висновки, досліджувана експериментальна закономірність  $\mu(K_p)$  може бути описана аналітичною залежністю (6), також ця залежність може бути використана для всіх сніжно-льодових утворень гірських порід, коефіцієнт пористості яких знаходиться в інтервалі ( $K_p=0,0065 - 10$ ).

Враховуючи той факт, що залежність модуля зсуву від коефіцієнта пористості та температури масиву описується подібними математичними моделями енергетичного переходу нестійкого стану речовини, існує єдина аналітична залежність спільного впливу температури та коефіцієнта пористості на зміну модуля зсуву. Дана залежність представлена рівнянням:

$$\mu(T, K_p) = \sqrt{\mu(T) \cdot \mu(K_p)} . \quad (9)$$

Підставивши рівняння (1) та (6) у вираз (9) отримаємо єдину аналітичну залежність спільного впливу температури та коефіцієнта пористості на зміну модуля зсуву для сніжно-льодових утворень гірських порід.

Дана залежність представлена рівнянням (10):

$$\mu(T, K_p) = \sqrt{\rho} \left[ (C_{smax} - C_{smin}) \left\{ \exp \left[ -\exp \left( \frac{T - \theta_T}{\sigma_T} \right) \right] \right\} + C_{smin} \right] \times \left[ (v_{max} - v_{min}) \left\{ \exp \left[ -\exp \left( \frac{\lg(K_p) - \lg(\theta_{Kp})}{\lg(\sigma_{Kp})} \right) \right] \right\} + v_{min} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

Для встановлення залежності модуля зсуву від температури та коефіцієнта пористості використані експериментальні дослідження для сухих сніжно-льодових утворень з коефіцієнтом пористості  $K_p = 0,15$  та щільністю  $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$ .

Використовуючи рівняння (10) та розрахункові параметри з табл. 3 та табл. 6, розраховані значення модуля зсуву для сніжно-льодових утворень на температурному діапазоні від  $-25 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  для різних значень коефіцієнта пористості ( $K_p=0,0065 - 10$ ). Результати розрахунків представлені на рис. 4.

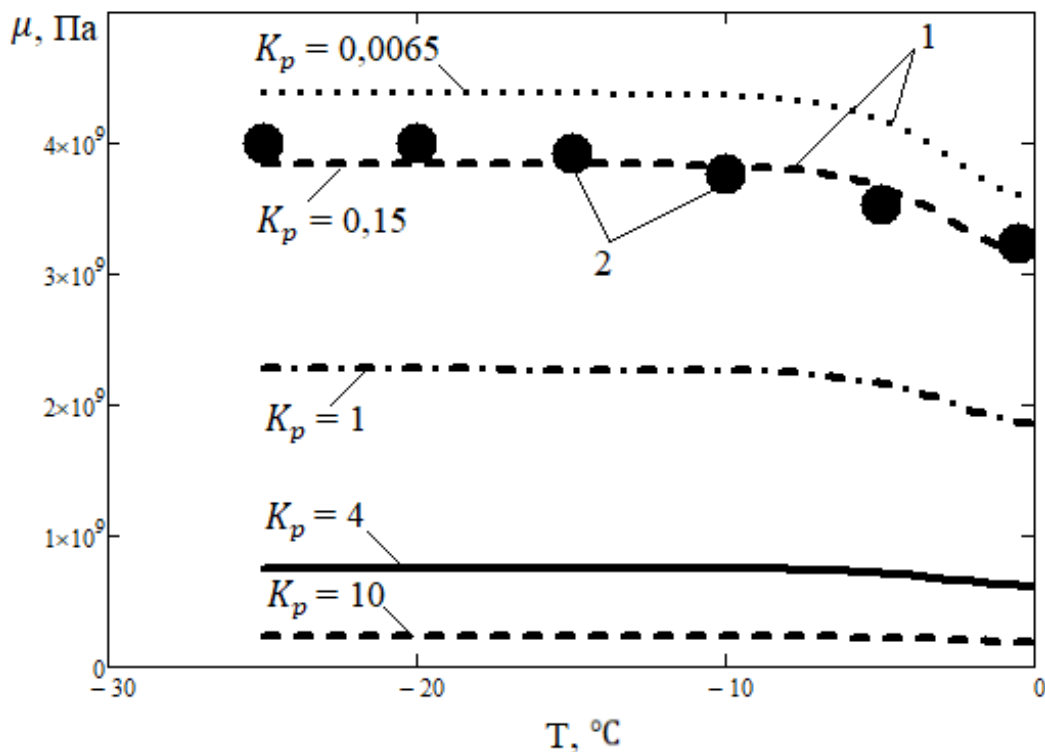


Рисунок 4 – Аналітична залежність модулів зсуву від температури при різних значеннях коефіцієнта пористості сніжно-льодових утворень: 1 – аналітичні залежності (суцільні лінії) модулів зсуву побудовані за рівнянням (10); 2 – експериментальні значення модуля зсуву

**ВИСНОВКИ.** При зниженні температури модуль зсуву для сніжно-льодових утворень зростає приблизно в 1,5 – 2 рази.

На зміну модуля зсуву окрім температури суттєвим чином впливає пустотність. При збільшенні пустотності (переходу від мікропор до тріщин та порож-



нин) модуль зсуву знижується приблизно в 550 – 600 разів. Це пояснюється збільшенням анізотропії гірського масиву, що призводить до зниження здатності гірських порід протидіяти деформаціям та напруженням.

Встановлена закономірність зміни модуля зсуву для сніжно-льодових утворень при промерзанні ґрунтів з урахуванням їх пустотності та температури, яка описується подвійною експоненціальною залежністю і підтверджується експериментально.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Оловянный А.Г. Некоторые задачи механики массивов горных пород. СПб: ВНИМИ, 2003. 234 с.
2. Коновалов А.А. К теории прочности мерзлого грунта. Криосфера Земли. 2009. № 1. С. 31–39.
3. Коновалов А.А. Фазовое равновесие и длительная прочность мерзлого грунта. Криосфера Земли. 2007. № 3. С. 51–62.
4. Фролов А.Д. Электрические и упругие свойства мерзлых пород и льдов. Пушино: ОНТИ ПНЦ РАН, 1998. 515 с.
5. Крючков А.І., Бахтин А.І. Закономірність швидкості розповсюдження поздовжніх сейсмічних хвиль в залежності від температури та вологості гірських порід. Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Гірництво». 2017. № 33. С. 5–9.
6. Крючков А.І., Бахтин А.І. Закономірність швидкості розповсюдження сейсмічних хвиль в залежності від температури та глибини промерзання ґрунту. Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Гірництво». 2017. № 34. С. 5–9.
7. Воронков О.К., Фролов А.Д. Физические свойства пород при отрицательных температурах. Петрофизика. 1992. № 3. С. 43–65.
8. Frolov A.D., Golubev V.N. Some features of mechanical property changes during snow densification. Proc. of Int. Symp. on Physics. Chemistry and Ecology of Seasonally Frozen Soils Fairbanks. Alaska. 1997. PP. 275–280.
9. Frolov A.D., Golubev V.N. Modelling of structure changes during dry snow densification. Annals of Glaciology. 1998. no. 26. – PP. 43–65.
10. Куринной В.П., Гаркуша И.П. Исследование распространения ударных волн в пористых средах. Геотехническая механика. 2013. № 73. С. 1–9.

#### THE REGULARITY OF THE SHIFT MODULE CHANGE DEPENDING ON TEMPERATURE AND VOIDNESS OF MOUNTAIN BREED

**A. Kriuchkov, A. Bakhtyn**

NTUU "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

prosp. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine. E-mail: at\_bahtin@i.ua

**Purpose.** The aim of this work is installing of regularity of temperature's and voidness influence on of the landslide module formations and mountain breeds. **Methodology.** The analysys of experimental data of the influence of mountain's breed tem-

perature of mountain range on the speed dissemination of transverse seismic waves is carried out, leaning on experimental data analytical description of transverse seismic waves dependence on temperature, and also the landslide's module dependence on temperature and mountain breed's voidness is done. The comparing of the received results with the experimental data of the other authors is carried out. **Findings.** The temperature and mountain voidness regularity analysis and snowy-iced formation on landslide's module showed the existence of huge jump boost module during the temperature decrease and voidness increase. It's done that during temperature decrease the landslide's module for snowy-iced formations increased in 1-2 times. It's also done that except the temperature, the voidness also affects on landslide changing module. During the voidness increase (transition from micropores to cracks) the landslide module decreases much in 500-600 times. **Originality.** Math module is developed on dependence of landslide's module on temperature and snowy-iced formations based on experimental and theoretical data, the feature is in that it takes into account the temperature mettness and the coefficient of porosity. This model is correct for all frozen mountain breeds and snowy-iced formations. **Practical value.** Practical value of the survey results in this work is determined by opportunity in field conditions (in open-cast mine), based on actual measurement of the temperature and coefficient of porosity is to determine the mountain breed landslide module during freezing, to sum up the energy influence of explosions on objects, that are guarded and to predict their stability conditions. **Conclusions.** Installed regularity of the landslide's module changes for snowy-iced formations during ground freezing with account on its voidness and temperature which describes the double exponential dependence and confirmed by experiment.

**Key words:** landslide module, temperature, voidness, porosity coefficient, mountain breed, snowy-ice formation.

#### REFERENCES

1. Olovyanniy, A.G. (2003) *Nekotoryye zadachi mekhaniki massivov gornykh porod* [Some problems of the mechanics of rock massifs], Stress, Saint Petersburg, Russia.
2. Konovalov, A.A. (2009), "On the theory of strength of frozen ground", *Nauchnyy zhurnal "Kriosfera zemli"*, no. 1, pp. 31–39.
3. Konovalov, A.A. (2007) "Phase balance and steady strength of frozen ground", *Nauchnyy zhurnal "Kriosfera zemli"*, no. 3, pp. 51–62.
4. Frolov, A.D. (1998) *Elektricheskiye i uprugkiye svoystva merzlykh porod i ldov* [Electric and elastic properties of frozen earth materials], ONTI PSC RAS, Pushchino, Russia.
5. Kriuchkov, A.I., Bakhtyn, A.I. (2017) "The Pattern of velocity expansion of the seismic waves depending on the temperature and humidity of rock", *Visnik Natsionalnogo tekhnichnogo universitetu Ukraini "Kiivskiy politekhni-chniy institut". Seriya "Girnitstvo"*, no. 33, pp. 5–9.

6. Kriuchkov, A.I., Bakhtyn, A.I. (2017) "The Pattern of velocity expansion of the longitudinal seismic waves depending on the temperature and depth of rock", *Visnik Natsionalnogo tekhnichnogo universitetu Ukraïni "Kiïvskiy politekhni-chniy institut". Seriya "Girnitstvo"*, no. 34, pp. 5–9.

7. Voronkov, O.K., Frolov, A.D. (1992) "Physical properties of rocks at low temperatures", *Petrofizika*, no. 3, pp. 43–65.

8. Frolov, A.D., Golubev, V.N. (1997) "Some features of mechanical property changes during snow densification", *Proc. of Int. Symp. on Physics. Chemistry and Ecology of Seasonally Frozen Soils Fairbanks*, pp. 275–280.

9. Frolov, A.D., Golubev, V.N. (1998) "Modelling of structure changes during dry snow densification", *Annals of Glaciology*, no. 26, pp. 43–65.

10. Kurinnoy, V.P., Garkusha, I.P. (2013) "Study of shock waves distribution in porous mediums", *Geotekhnicheskaya mekhanika*, no. 73, pp. 5–14.

Стаття надійшла 03.05.2018.