УДОСКОНАЛЕНИЙ КРИТЕРІЙ НЕРІВНОВАЖНОСТІ ПЛАЗМИ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ДУГИ, ЗУМОВЛЕНОЇ ПЕРЕНЕСЕННЯМ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Ю.І. ЛЕЛЮХ

Інститут газу НАН України
(Вул. Дегтярівська, 39, Київ 03113; e-mail: yul840@ukr.net)

УДК 533.93:537.523.5:
537.533.75
©2012

У роботі виконано уточнені розрахунки, що дозволяють принципово оцінити роль процесів випромінювання у формуванні рівноважного стану плазми. Розв'язок задачі отримано у варіанті критерію застосовності припущення локальної термодинамічної рівноваги (ЛТР) з урахуванням ролі процесів випромінювання у плазмі та його втрат. Дані числового моделювання доводять наявність ефектів порушення рівноважної заселеності енергетичних рівнів атома міді, зумовлену поглинанням резонансного випромінювання як на основний, так і на метастабільний рівень.

1. Вступ

Стан електродугової плазми розглядають, зазвичай, у припущенні локальної термодинамічної рівноваги (ЛТР). Це припущення відповідає рівноважному розподілу станів збудження та іонізації у плазмі, незважаючи на відсутність рівноважного випромінювання відповідно до закону Кірхгофа. Загальною умовою встановлення ЛТР у плазмі є її висока щільність – така, щоб зіштовхувальні процеси заселення збуджених рівнів та іонізації плазмоутворюючого газу переважали над конкуруючими процесами внаслідок тих чи інших процесів перенесення чи виходу випромінювання за межі плазми.

Оцінки доводять, що для більшості плазмоутворюючих газів щільність плазми навіть в умовах атмосферної електричної дуги при значних струмах є недостатньою, щоб можна було знехтувати втратами випромінювання з об'єму дуги як фактором нерівноважності плазми. Найбільш показовим щодо цього є інтенсивність випромінювання резонансних ліній, інтенсивність яких, як правило, істотно перевищує інтенсивність випромінювання інших спектральних ліній. Для забезпечення збалансованості процесів збудження-дезбудження в оптично тонкій плазмі воднево подібних частинок у більшості практичних випадків необхідна значна концентрація електронів - близько 10^{18} см$^{-3}$. Однак, як правило, в електричній дузі атмосферного тиску характерна довжина пробігу резонансного випромінювання значно менша за характерний радіус дуги. Самопоглинання випромінювання, яке наявне, ефективно знижує роль випромінювального дезбудження енергетичних рівнів, відповідно знижуючи також поріг концентрації електронів, за якого досягається ЛТР в оптично щільній однорідній плазмі.

Принципово нового ефекту можна очікувати, якщо самопоглинання випромінювання відбувається в умовах температурної неоднорідності плазми. При цьому випромінювання, яке надійшло від більш гарячих областей плазми, може не тільки компенсувати радіаційні втрати енергії, а й привести до зворотного ефекту – перезаселення резонансного рівня.

Уперше нерівноважність плазми у вільно підтримуваній електричній дузі між плавкими мідними електродами в атмосфері у результаті перенесення резонансного випромінювання атомів міді експериментально досліджувалась у роботах В.А. Жовтянського та його співробітників у Київському університеті [1–3]. Пізніше було запропоновано просту модель нерівноважності плазми, яка відповідає заселенню резонансного рівня атома міді вздовж радіуса дуги з температурою, характерною для осьової області дуги [4]. У цьому припущенні, як було показано, може досягатися ефект "просвітлення" каналу електричної

дуги – зменшення його опору протіканню електричного струму [4, 5]. Фізичною причиною такого ефекту є ефективне зменшення потенціалу іонізації плазмоутворюючих атомів на периферії дуги у результаті перезаселення в цій області резонансних рівнів атомів.

На теоретичному рівні ефект відхилення від рівноважного стану електродугової плазми, вільнопідтримуваної між плавкими електродами в атмосфері, показаний нами в публікаціях [6, 7]. Вони ґрунтувалися на використанні критеріального підходу, який дозволяє розв'язувати задачу перенесення випромінювання в умовах рівноважної плазми. Проте навіть у такому спрощеному варіанті задача є доволі складною з математичної точки зору, оскільки для кожного фізично елементарного об'єму необхідно враховувати вплив випромінювання, що надходить з інших областей плазми. У зв'язку з цим у ґрунтовній публікації [7] прийнято певні спрощення. Вони дозволили довести розв'язок задачі до кінцевої мети – показати перенесення резонансного випромінювання атомів міді на периферії дуги внаслідок поглинання тут резонансного випромінювання з найбільш високотемпературної приосьової області дуги.

Проте, внаслідок прийнятих спрощень, критерій нерівноважності у роботі [7] виявився нечутливим щодо відхилення від рівноважної заселеності метастабільних рівнів атома міді, що не відповідає експериментальним результатам роботи [1]. У зв'язку з цим у пропонованій роботі проведено додатковий аналіз задачі перенесення випромінювання та отримано удосконалений критерій нерівноважності, який є більш чутливим у тому числі щодо заселеності метастабільного рівня.

2. Постановка задачі та метод розв'язку

Визначальна роль резонансного переходу на стан рівноважної плазми зумовлює поширення так званої дворівневої моделі атома з двома енергетичними станами (рівнями): основним та збудженим. Тоді відносно $n_2(r,t)$ справедливе таке співвідношення [8, 9]:

$$\frac{dn_2(r,t)}{dr} = -n_2(r,t)A_{21} - n_2(r,t)\omega_{21} + n_1(r,t)\omega_{12} + \\ + \int\limits_V n_2(r',t)A_{21}K(|r-r'|)dV', \qquad (1)$$

де

$$K(\rho) = (4\pi\rho^2)^{-1}\int \varepsilon_\nu k_\nu \exp\left(-k_\nu\rho\right)d\nu; \qquad (2)$$

n_k – заселеність рівня k; ω_{kl} – частота збудження та дезактивації атома між енергетичними рівнями k і l; A_{kl} – ймовірності резонансного радіаційного переходу; ε_ν – нормований на одиницю розподіл по частотах фотонів, який визначається формою лінії; k_ν – спектральний коефіцієнт поглинання. У виразі (1) інтегральний член враховує радіаційне перенесення випромінювання. Ядро $K(|r-r'|)$ для випадку стаціонарного розподілу температури виступає ймовірністю того, що фотон, випромінений з точки r', поглинеться в об'ємі, заданому r.

Для стаціонарного випадку рівняння (1) зручно записати відносно приведеної заселеності збудженого стану $y_2(r) = n_2(r)/n_2^0(r)$, де n_2^0 – больцманівська заселеність при температурі електронів. Вважатимемо також, що вона не залежить від координат, тоді

$$y_2(r) = (1-\beta)^{-1}\int\limits_V y_2(r')K(|r-r'|)dV' + \beta/(1+\beta). \qquad (3)$$

Тут введено позначення $\beta = \omega_{21}/A_{21}$ і використано співвідношення між ω_{12} та ω_{21}, яке випливає з принципу детальної рівноваги [8]:

$$n_k\omega_{kl} = n_l\omega_{lk}. \qquad (4)$$

Використавши ще раз перевагу критеріального опису, який допускає представлення заселеності основного та збудженого станів у рівноважному наближенні, тобто за Больцманом, можна подати останнє рівняння в такому вигляді [5]:

$$y_2(r) = \frac{1}{1+\beta(r)}\int\limits_V \frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)}\exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)} - \frac{1}{T(r')}\right)\right]\times \\ \times y_2(r')K(r,r')dV + \frac{\beta}{(1+\beta(r))}, \qquad (5)$$

де ν_0 – частота, що відповідає центру лінії; h, k – сталі Планка та Больцмана відповідно,

$$K(r',r) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_0^\infty \frac{\varepsilon_\nu(r')k_\nu(r')}{|r-r'|^2}\exp\left[-\int\limits_r^{r'} k_\nu(r'')d\mathbf{l}\right]d\nu, \qquad (6)$$

$\int_r^{r'} k_\nu(r'')d\mathbf{l}$ – контурний інтеграл вздовж променя, що з'єднує точки з координатами r і r'. Будемо також вважати, що плазма зосереджена в достатньо довгому циліндричному об'ємі радіуса R. На відміну

до запропонованого у роботі [7] критерію, у підінтегральному виразі (5), врахована не тільки температурна залежність коефіцієнта поглинання, а і залежність наведеної рівноважної локальної заселеності рівня від розподілу температури у дузі.

Пошук аналітичного розв'язку рівняння радіаційного збудження є задачею, розв'язок якої пов'язаний зі значними труднощами. У тих випадках [9], коли аналітичний розв'язок вдається отримати, результат виявляється досить громіздким. Тому особливе значення мають чисельні методи розв'язку подібних задач.

Зауважимо також, що навіть при сильній залежності $n_2(r)$ від r величина $y_2(r)$, яка характеризує локальне порушення рівноваги, може змінюватись досить слабо. Це дає підстави винести $y_2(r')$ за знак інтеграла [9], тоді після нескладних перетворень отримаємо співвідношення

$$y_2(r) = \frac{\beta(r)}{\theta(r)+\beta(r)}, \tag{7}$$

де

$$\theta(r) = 1 - \frac{1}{4\pi}\iiint\limits_V \int\limits_0^\infty \frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)} \exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)} - \frac{1}{T(r')}\right)\right] \times$$

$$\times \frac{\varepsilon_\nu(r')k_\nu(r')}{|r-r'|^2} \exp\left[-\int\limits_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} k_\nu(\mathbf{r}'')d\mathbf{l}\right] d\nu dV'. \tag{8}$$

У такому вигляді рівняння (8) стає зручним для фізичної інтерпретації. Тепер $\theta(r)$ не можна вважати ймовірністю вильоту фотона за межі плазми, як у випадку припущення про однорідний розподіл температури у дузі. Наразі цей параметр враховує вплив двох ймовірнісних процесів, які мають однак протилежний вплив на заселеність енергетичного рівня атома міді в локальному об'ємі плазми: зменшення заселеності внаслідок втрат випромінювання з даного об'єму і збільшення – внаслідок поглинання випромінювання з інших областей плазми, де вона має більшу температуру. Тому $\theta(r)$ може набувати як додатних, так і від'ємних значень. Однак вираз $A_{21}\theta(r)$ все одно дає наближене значення дивергенції потоку фотонів у точці r.

При від'ємному $\theta(r)$ наведена заселеність у точці r перевищує локально рівноважне значення, тобто інтенсивні потоки випромінювання, що йдуть з гарячих областей плазми, поглинаються в більш холодних. Подібний ефект не тільки компенсує втрату збудження, пов'язану з виходом випромінювання, але викликає зворотний ефект – населеність збудженого стану може перевищити локально-рівноважне значення.

Для знаходження числового значення інтеграла у виразі (8) зручно перейти до локальної сферичної системи координат, пов'язаної з точкою спостереження r. Тоді, змінюючи порядок інтегрування за просторовими координатами та частотою, прийдемо до співвідношення

$$I = \frac{1}{4\pi}\int\limits_0^\infty \iiint\limits_V \frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)} \exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)} - \frac{1}{T(r')}\right)\right] \times$$

$$\times \frac{\varepsilon_\nu(r')k_\nu(r')}{|r-r'|^2} \exp\left[-\int\limits_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} k_\nu(\mathbf{r}'')d\mathbf{l}\right] dV'd\nu =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\int\limits_0^\infty \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{R(\varphi)} \frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)} \exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)} - \frac{1}{T(r')}\right)\right] \times$$

$$\times \frac{\varepsilon_\nu(\rho)k_\nu(\rho)}{\rho^2} \exp\left[-\int\limits_0^\rho k_\nu(t))dt\right] \rho^2\sin(\theta)d\rho d\theta d\varphi d\nu, \tag{9}$$

де $\rho = |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$, $0 \le \rho < \infty$, враховуючи вибір локальної системи координат у точці r. Виходячи із симетрії задачі, зробивши заміну змінних $\omega = (\nu-\nu_0)/\triangle\nu(r')$ та розширивши при цьому межі інтегрування по частоті, одержимо вираз

$$I = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^\infty \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{R(\varphi)} \frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)} \exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)} - \frac{1}{T(r')}\right)\right] \times$$

$$\times \varepsilon_\omega(\rho)k_\omega(\rho) \exp\left[-\int\limits_0^\rho k_\omega(t))dt\right] \sin(\theta)d\rho d\theta d\varphi d\omega. \tag{10}$$

Зробивши послідовно заміни змінних $\rho = \rho'/\sin(\theta); \rho' = \rho''/\sin(\theta)$, зведемо вираз (10) до вигляду

$$I = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^\infty \int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{\pi/2r_0(\varphi)}\int\limits_0 \frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)} \exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)} - \frac{1}{T(r')}\right)\right] \times$$

$$\times\varepsilon_\omega(\rho)k_\omega(\rho)\frac{\exp\left[-\int\limits_0^{\rho''}k_\omega(t))dt/\sin^2(\theta)\right]}{\sin(\theta)}d\rho''d\theta d\varphi d\omega, \tag{11}$$

де $r_0(\varphi)$ визначається виразом $R^2 = r^2 + r_0^2(\varphi) - 2rr_0(\varphi)\cos(\pi-\varphi)$, R – радіус дуги. Насправді, $r_0(\varphi)$ є проекція радіуса вектора, що виходить з точки r і пробігає внутрішню поверхню циліндра, на полярну площину ($\theta = \pi/2$). Взявши до уваги представлення функції Беселя другого роду уявного аргументу (функції Макдональда),

$$\int\limits_0^{\pi/2}\frac{\exp\left[-z/\sin^2(\theta)\right]}{\sin(\theta)}d\theta = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{z}{2}\right)K_0\left(\frac{z}{2}\right),$$

проінтегруємо (11) по азимутальному куту θ:

$$I = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{r_0(\varphi)}\frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)}\exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)}-\frac{1}{T(r')}\right)\right]\times$$

$$\times\varepsilon_\omega(\rho)k_\omega(\rho)\exp\left(-\frac{Z}{2}\right)K_0\left(\frac{Z}{2}\right)d\rho''d\theta d\varphi d\omega, \tag{12}$$

де

$$Z = \int\limits_0^{\rho''}k_\omega(t)dt. \tag{13}$$

З огляду на необмеженість функції Макдональда в околі нуля, використаємо її асимптотичне представлення

$$K_0(t) \approx -\ln\left(\frac{t}{2}\right) - \frac{\gamma}{2}, t\in(0,1),$$

де γ – стала Ейлера, і запишемо допоміжне співвідношення для внутрішнього інтеграла у (12):

$$J = \int\limits_0^{r_0(\varphi)}\frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)}\exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)}-\frac{1}{T(r')}\right)\right]\varepsilon_\omega(\rho)k_\omega(\rho)\times$$

$$\times\exp\left(-\frac{Z}{2}\right)\left(K_0\left(\frac{Z}{2}\right)+\ln\left(-\frac{Z}{2}\right)+\frac{\gamma}{2}\right)d\rho''. \tag{14}$$

Інтеграл (14) є обмеженим в околі 0 – границя підінтегрального виразу прямує до нуля при $Z\to 0$. Врахувавши той факт, що інтегрування контурного інтеграла (13) відбувається вздовж променя, що з'єднує точки r та r' і збігається з напрямком інтегрування по ρ'', перейдемо у виразі (14) до інтегрування по змінній Z:

$$J = \int\limits_0^{Z_R}\frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r)}\exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)}-\frac{1}{T(r')}\right)\right]\varepsilon_\omega(\rho)\times$$

$$\times\exp\left(-\frac{Z}{2}\right)\left(K_0\left(\frac{Z}{2}\right)+\ln\left(-\frac{Z}{2}\right)+\frac{\gamma}{2}\right)dZ, \tag{15}$$

де $Z_R = \int_0^{r_0(\varphi)}k_\omega(t)dt$. До співвідношення (15) застосуємо інтегральну теорему про середнє. Зауважимо, що при достатньо дрібній розбивці по змінній інтегрування Z застосування згаданої вище теореми до функцій, що залежать від ρ, r, r', не приведе до суттєвої втрати точності:

$$J_k \approx \frac{n_1^0(r')}{n_1^0(r_k)}\exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)}-\frac{1}{T(r_k')}\right)\right]\varepsilon_\omega(\rho_k)\times$$

$$\times\int\limits_{Z_{k-1}}^{Z_k}\exp\left(-\frac{Z}{2}\right)\left(K_0\left(\frac{Z}{2}\right)+\ln\left(-\frac{Z}{2}\right)+\frac{\gamma}{2}\right)dZ, \tag{16}$$

де через $r_k'(t)$ та $\rho_k(t)$ позначено значення відповідних величин у деякій середній точці відрізка $[t_{k-1}, t_k]$. Прийнявши ці припущення інтеграл від добутку експоненти на суму логарифмічної функції та сталої у виразі (16) можна обчислити аналітично

$$I_1 = \int\limits_{Z_{k-1}}^{Z_k}\exp\left(-\frac{Z}{2}\right)\left(\ln\left(-\frac{Z}{2}\right)+\frac{\gamma}{2}\right)dZ =$$

$$= 2\left(\exp\left(-\frac{Z_{k-1}}{2}\right)D_{k-1} - \exp\left(-\frac{Z_k}{2}\right)D_k\right), \tag{17}$$

де $D_i = \left(\gamma - \exp\left(\frac{Z_i}{2}\right)Ei\left(-\frac{Z_i}{2}\right) + \ln\left(\frac{Z_i}{2}\right)\right)$; $Ei(z) = -\int_{-z}^{\infty}\frac{\exp(-t)}{t}dt$ – інтегральна експонента. Тоді внутрішній інтеграл у виразі (12) запишемо у такому вигляді:

$$I \approx \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_0^{\pi}\sum_k\frac{n_1^0(r_k')}{n_1^0(r)}\exp\left[\frac{h\nu_0}{k}\left(\frac{1}{T(r)}-\frac{1}{T(r_k')}\right)\right]\times$$

$$\times\varepsilon_\omega(\rho_k)\,(I_k - I_1)\,d\varphi d\omega, \qquad (18)$$

де

$$I_i = \int\limits_{Z_{i-1}}^{Z_i} \exp\left(-\frac{Z}{2}\right)\left(K_0\left(\frac{Z}{2}\right) + \ln\left(-\frac{Z}{2}\right) + \frac{\gamma}{2}\right) dZ,$$

а I_1 визначається з виразу (17), $k = 0, \ldots, N$, $Z_N = Z_R$. Всі доданки у виразі (18) обмежені у нулі, тому останній інтегрується з досить високою точністю на "рідких сітках". Для перевірки точності запропонованої "напіваналітичної схеми" було знайдено значення інтеграла від $K_0(t)$ на проміжку $[0, 1]$, яке збігається з табульованим значенням цього інтеграла до шостого знака після коми. Інтегрування (18) по наведеному радіусу, полярному куту та наведеній частоті здійснювалось методом трапецій.

У таблиці наведено перелік деяких спектральних ліній атома міді, випромінюваних з резонансних рівнів $E_u = 3,79$ та $E_u = 3,82$ еВ, по відношенню до яких вивчалася роль ефектів випромінювання. Одна з них у ролі нижнього рівня спектрального переходу має основний (незбуджений) рівень, інша – метастабільний рівень $E_l = 1,39$ еВ. У таблиці також наведено статистичні ваги рівнів g (індекси u та l позначають верхній (upper) та нижній (lower) рівні переходу відповідно), сили осцилятора f, що пропорційні ймовірностям переходу відповідно до роботи [10] , а також параметри штарківського розширення $\triangle\lambda_s$, які відповідають концентрації заряджених частинок $n_e = n_i = 10^{17}$ см$^{-3}$ [11]. Вони необхідні для адекватного врахування ефектів випромінювання спектральних ліній та його поглинання [12]. Розширення спектральної лінії 327,3 нм визначається ефектом Доплера. Враховували також природне і зіткнювальне розширення спектральних ліній, а результуюче розширення подано контуром Фойгта [13]. Більш детально питання врахування спектральних характеристик плазми розглянуто в нашій недавній роботі [7].

Концентрації заряджених частинок визначалися з рівняння Саха та Больцмана з урахуванням рівняння Дальтона:

$$[N_a + (1 + \chi_{\mathrm{Cu}})N_i]kT = \chi_{\mathrm{Cu}}p,$$

Т а б л и ц я. Спектральні параметри резонансних ліній атома міді

Лінія, нм	E_k, еВ	g_k	E_i, еВ	g_i	$\triangle\lambda_s$, нм*	f
510,5	3,82	4	1,39	6	0,021	0,0051
327,3	3,79	2	0	2		0,220

де p – атмосферний тиск, а χ_{Cu} – вміст мідної пари у плазмоутворюючій суміші, N_a та N_i – концентрації атомів міді та іонів відповідно.

3. Результати обчислень

Для проведення розрахунків використано температурний профіль, отриманий з розв'язку в одновимірному наближенні рівняння балансу енергії для циліндричної дуги, стабілізованої стінками (рівняння Еленбаса–Гелера) [6, 7]:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dS}{dr}\right) + \sigma E^2 = 0, \quad S = \int\limits_0^T \lambda(T)dT, \qquad (19)$$

де r – радіальна координата, $\sigma(S)$ – коефіцієнт електропровідності, E – напруженість електричного поля, а S – тепловий потенціал ($\lambda(T)$ – коефіцієнт теплопровідності). Граничними умовами є:

$$\left.\frac{dS}{dr}\right|_{r=0} = 0, \quad S|_{r=r_w} = S_w, \qquad (20)$$

де S_w відповідає температурі $T_w = 1000$ C° деякої ефективної охолоджуючої стінки (квазістінки) радіусом $R_w = 3$ мм.

Для знаходження числового розв'язку нелінійної крайової задачі (19), (20) застосовано метод продовження розв'язку по параметру [14]. Лінеаризоване диференціальне рівняння другого порядку на кожному кроці по параметру розв'язували методом зведення граничної задачі до послідовності задач Коші, які, у свою чергу, інтегрувалися за допомогою методу Дормана–Прінса [15] п'ятого порядку точності. Електричний струм і радіус поглинаючої квазістінки приймалися заданими. Як перше наближення було вибрано аналітичний розв'язок у припущенні квазіканальної моделі [4].

Для числового інтегрування внутрішнього інтеграла у контурному інтегралі (13), а також у випадку профілю Фойгта застосовано метод трапецій. При цьому функціональну залежність температури від радіуса знаходили для точок інтегрування лінійною інтерполяцією по знайденому з розв'язку задачі (19), (20) температурному профілю. Нижче на рис. 1–3 наведено деякі результати числових розрахунків для відкритої електричної дуги у парах міді при розрядному струмі 30 А. Вміст парів міді приймали рівним 0,1%, 1% і 10%.

У прийнятих припущеннях розподіл температури буде однаковим для різних значень концентрації парів міді в об'ємі плазми (рис. 1). З огляду на те, що

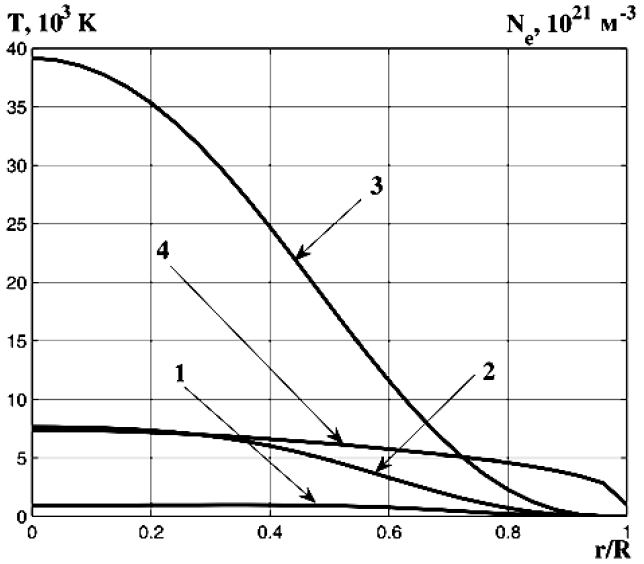

Рис. 1. Радіальний розподіл концентрацій електронів у дузі з вмістом міді: *1* – 0,1%; *2* – 1%; *3* – 10 та температури *4*

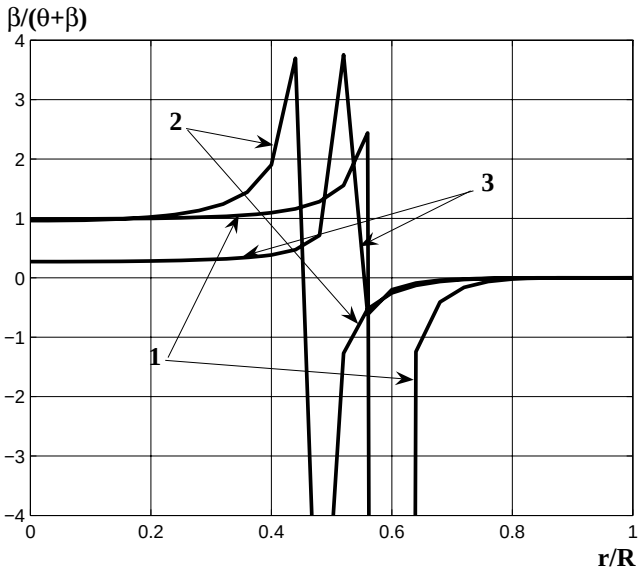

Рис. 2. Удосконалений критерій для профілю Фойгта лінії 510,5 нм у дузі з вмістом міді: *1* – 0,1%; *2* – 1%; *3* – 10%

плазмоутворюючим компонентом у суміші повітря–мідні пари є переважно мідь, різним концентраціям парів міді відповідають різні розподіли концентрації електронів (криві *1, 2, 3* на рис. 1).

На рис. 2 наведено результати демонстраційних розрахунків для спектральної лінії 510,5 нм, нижній рівень спектрального переходу якої відповідає метастабільному рівню в електронній структурі атома міді. Для цієї лінії в області щільної плазми характерним є контур Лоренца, а в околі квазістінки, де концентрація електронів незначна, повинен переважати профіль Гауса відповідно до механізму розширення Доплера. Тому при розрахунку впливу радіаційних ефектів на відхилення від рівноважного розподілу заселеностей у системі метастабільний та резонансний рівні використано профіль Фойгта, який враховує обидва механізми розширення ліній.

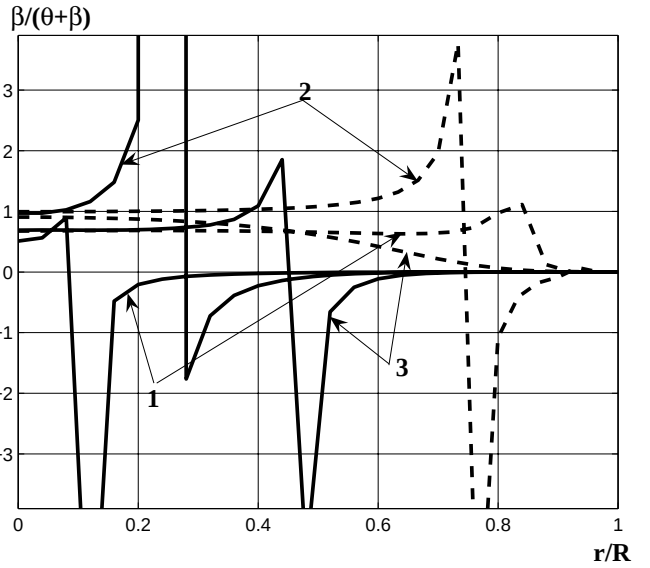

Рис. 3. Удосконалений критерій (суцільні криві) та наближений критерій [7] (пунктир) для профілю Фойгта лінії 327,3 нм у дузі з вмістом міді: *1* – 0,1%; *2* – 1%; *3* – 10%

Таким чином, запропонований у цій роботі критерій нерівноважності значно чутливіший, ніж наближений критерій [7], який є нечутливим до нерівноважної заселеності метастабільного рівня.

На рис. 3 подано аналогічні результати для резонансної лінії 327,3 нм, нижнім рівнем переходу якої є основний рівень атома. Для резонансних ліній, які глибоко лежать в енергетичній структурі атома, переважає механізм розширення Доплера, оскільки вплив ефекта Штарка є мінімальним внаслідок глибокого екранування рівнів спектрального переходу від зовнішніх електромагнітних полів.

Порівнюючи криві на рис. 3 з результатами, отриманими у [7] (пунктир), слід відзначити, що зона нерівноважності, де параметр $\beta(r)/(\theta(r)+\beta(r))$ набуває від'ємних значень у порівнянні з критерієм ефективного часу життя у цитованій роботі, зміщується до осьової області, що значно розширює область нерівноважності плазми. Останнє свідчить про те, що в цій області фактор радіаційного впливу стає переважаючим. Це вказує на те, що тут слід очікувати значно-

го поглинання резонансних спектральних ліній, що в результаті приводить до відхилення від ЛТР; це цілком відповідає результатам експериментальних досліджень [1].

Особливо слід зупинитися на перехідній області на рис. 2, 3 між осьовою і периферійною зонами плазми. При збільшенні радіальної координати спочатку рівноважна область плазми поступово переходить у зону нерівноважності, де починає зростати внесок поглинання випромінювання в заселеність резонансного рівня. Оскільки цей внесок, який описується доданком $\theta(r)$, є компенсаційним, то параметр $\beta(r)/(\theta(r)+\beta(r))$ зростає зі зростанням значення радіальної координати до значень, коли доданки знаменника взаємно компенсують один одного, далі він змінює знак і поступово наближається до нульового значення, де $\theta(r) \gg \beta(r)$.

Слід, однак, зауважити, що результати одержано у припущенні про слабку залежність від радіальної компоненти величини $y_2(r')$, яка характеризує локальне порушення рівноваги, відповідно до роботи [9]. Завдяки цьому припущенню останній множник винесено за знак інтеграла і, таким чином, інтегральне рівняння (5) відносно $y_2(r)$ зведено до алгебраїчного (7). З таких міркувань на осі ординат на рис. 2, 3 відзначено саме параметр $\beta(r)/(\theta(r)+\beta(r))$.

Одержані результати відкривають перспективу для детальних розрахунків параметрів рівноважної плазми з урахуванням перенесення випромінювання з включенням у модель кінетики заселення метастабільних і резонансних рівнів.

4. Висновки

При врахуванні процесів перенесення випромінювання виникають суттєві складнощі, зумовлені різкою залежністю довжини пробігу фотонів від частоти. Тому спостерігається значний взаємний вплив елементарних об'ємів плазми, розташованих досить далеко, і температури яких сильно відрізняються. Для адекватного математичного опису процесів перенесення випромінювання доводиться переходити до інтегральних співвідношень, що враховують взаємний вплив процесів у всьому об'ємі плазми.

У цій роботі виконано уточнені розрахунки, що дозволяють принципово оцінити роль процесів випромінювання у формуванні рівноважного стану плазми. Оскільки загальна задача перенесення випромінювання в нерівноважному середовищі є досить складною, її розв'язок отримано у варіанті критерію застосовності ЛТР з урахуванням ролі процесів випромінювання у плазмі та його втрат. Подібна постановка дещо спрощує задачу, дозволяючи обмежитись припущенням про рівноважний стан плазми при її розв'язку.

Дані числового моделювання доводять наявність ефектів порушення рівноважної заселеності енергетичних рівнів атома міді, зумовленої поглинанням резонансного випромінювання на основний та метастабільний рівні.

Автор висловлює щиру вдячність доктору физико-математичних наук В.А. Жовтянському за участь в постановці задачі та цінні поради під час обговорення результатів. Виконання цієї роботи підтримано НАН України (проект 44-11 НАНУ-РФФД).

1. И.Л. Бабич, А.Н. Веклич, В.А. Жовтянский, ЖПС **51**, 571 (1989).

2. И.Л. Бабич, А.Н. Веклич, В.А. Головкина, В.А. Жовтянский, ЖПС **56**, 323 (1992).

3. V.A. Zhovtyansky, in *Contributted Papers of the 12-th Symposium on Physics of Switching Arc, Brno, 1996* (Brno, Czech Republic, 1996), Vol. 1, p. 256.

4. В.А. Жовтянский, В.Н. Патриюк, *IV Междунар. симпозиум по теоретической и прикладной плазмохимии* (Иваново, 2005), **2**, с. 564.

5. V.A. Zhovtyansky and Yu.I. Lelyukh, in *Abstracts of the 28-th International Conference on Phenomena in Ionized Gases, Prague, 2007,* edited by J. Schmidt, M. Simek, S. Pekarek, and V. Prukner (Institute of Plasma Physics, Prague, 2007), p. 242.

6. V.A. Zhovtyansky, Yu.I. Lelyukh, and Ya.V. Tkachenko, in *Proceedings of the 3-rd Central European Symposium on Plasma Chemistry* (Kyiv Natinonal Univ., Kyiv, 2009), p. 61.

7. В.А. Жовтянський, Ю.І. Лелюх, Я.В. Ткаченко, УФЖ **57**, 311 (2012).

8. Л.М. Биберман, В.С. Воробьев, И.Т. Якубов, *Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы* (Наука, Москва, 1982).

9. А.Н. Лагарьков, ТВТ **4**, 305 (1966).

10. Г.А. Касабов, В.В. Елисеев, *Спектроскопические таблицы для низкотемпературной плазмы* (Атомиздат, Москва, 1973).

11. R. Konjevic and N. Konjevic, Fizika **18**, 327 (1986).

12. В.Н. Очкин, *Спектроскопия низкотемпературной плазмы* (Физматлит, Москва, 2006).

13. *Спектроскопия газоразрядной плазмы* Под. ред. С.Э. Фриша (Наука, Москва, 1970).

14. Э.И. Григолюк, В.И. Шалашилин, *Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформированного тела* (Наука, Москва, 1988).

15. Э. Хайрер, С. Нерсетт, Г. Ваннер, *Решение обыкновенных дифференциальных уравнений: Нежесткие задачи* (Мир, Москва, 1990).

Одержано 05.01.12

УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ КРИТЕРИЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ ПЛАЗМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ПЕРЕНОСОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

Ю.И. Лелюх

Р е з ю м е

В работе выполнены уточненные расчеты, позволяющие принципиально оценить роль процессов излучения в формировании равновесного состояния плазмы. Решение задачи получено в варианте критерия применимости приближения локального термодинамического равновесия (ЛТР) с учетом роли процессов излучения в плазме и его потерь. Данные численного моделирования доказывают наличие эффектов нарушения равновесной заселенности энергетических уровней атома меди, обусловленное поглощением резонансного излучения как на основной, так и на метастабильный уровни.

IMPROVED CRITERION OF NONEQUILIBRIUM IN ELECTRIC ARC PLASMA INDUCED BY RADIATION TRANSFER

Yu.I. Lelyukh

Gas Institute, Nat. Acad. of Sci. of Ukraine
(*39, Degtyarivs'ka Str., Kyiv 03113, Ukraine; e-mail: yult84@ukr.net*)

S u m m a r y

More accurate calculations, which allowed the principal role of radiation emission processes in the formation of a local thermodynamic equilibrium (LTE) state in plasma to be estimated, are carried out. The solution of the problem is obtained in the framework of the LTE approximation with regard for the radiation emission and radiation losses in plasma. The results of numerical simulation testify to a deviation of the population at the excited levels of a copper atom from the equilibrium distribution, which is induced by the resonance radiation absorption onto both the ground and metastable levels.