на Σ_0 в кутовій точці δ_c виконується з менш високою точністю для гіперболоїда обертання, що визначається збільшенням нахилів стінок до вертикалі.

ВИСНОВКИ. Розглянуто застосування модифікованої схеми визначення частот і форм коливань рідини з вільною поверхнею в резервуарі гіперболічної форми. Визначені форми коливань задовольняють умовам розв'язності задачі краще у порівнянні з класичним методом (точність підвищується більш ніж на два порядки). Метод допоміжної області дозволяє покращити точність виконання умови неперетікання навіть на подовженні бічної поверхні резервуара, куди досягають гребні хвиль. Показано, що застосування методу ітераційного уточнення на значення частотного параметру не впливає, а точність частот, визначених модифікаційним методом, змінюється лише на 10^{-5}. Частоти, що відповідають *k=2* визначаються з меншою точністю. Застосування модифікаційного методу незначно завищує частоту і є прийнятним для визначення частот в гіперболічному резервуарі. Побудовані розв'язки на вільній поверхні є близькими до розв'язку класичної задачі про визначення частот і форм коливань. Показано ефективність застосування даної методики при побудові нелінійних дискретних моделей руху ідеальної рідини в резервуарі гіперболічної форми.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Лимарченко О. С. Моделирование динамики конструкций, несущих жидкость со свободной поверхностью – К., 1991.
2. Лимарченко О. С., Ружицький І. С. Побудова координатних функцій для нелінійної задачі динаміки рідини з вільною поверхнею в еліптичному резервуарі // Вісник Київського університету, серія Фізико-математичні науки. – 2009. – №1. – С. 59–62.
3. Лимарченко О. С., Семенова И. Ю. Построение координатных функций для решения нелинейной задачи о колебаниях жидкости в параболоиде вращения // Комплексний аналіз і течії з вільними границями: Збірник праць Інституту математики НАН України, 2006. – Т. 3, № 4.
4. Луковский И. А. Нелинейные колебания жидкости в сосудах сложной геометрической формы – К., 1975.

Стаття надійшла до редакції 18.11.14

Semenova I. Y., PhD
Taras Shevchenko National university of Kyiv, Kyiv

THE ALGORITHM FOR DETERMINING THE FREQUENCIES OF OSCILLATIONS OF AN INCOMPRESSIBLE LIQUID IN THE HYPERBOLOID OF REVOLUTION

For the problem about nonlinear oscillations of liquid with a free surface in hyperbolic reservoir we found frequencies and forms of oscillations, which supplementary satisfies solvability conditions for the nonlinear problem. Three methods for determining the frequency settings were compared: classical, iterative and modified. For three variants of reservoir (hyperboloid, paraboloid and ellipsoid) we constructed systems of basis functions and determined for them errors of realization of boundary conditions.

Семенова И. Ю., канд. физ.-мат. наук
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ГИПЕРБОЛОИДЕ ВРАЩЕНИЯ

Для задачи о нелинейных колебаниях жидкости со свободной поверхностью в гиперболическом резервуаре определены частоты и формы колебаний, которые дополнительно удовлетворяют условиям разрешимости нелинейной задачи. Сравнивались три метода определения частотных параметров : классический, итерационный и модифицированный. Для трех случаев нецилиндрического резервуара (гиперболоид, параболоид и еллипсоид) построены системы координатных функций и для них определены погрешности удовлетворения граничных условий.

УДК 539.3

Л. Федорченко, асп.
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ
e-mail: *fedorchenko555@gmail.com*

ДЕФОРМУВАННЯ ГНУЧКОЇ ОРТОТРОПНОЇ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ОРТОТРОПНОЮ ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЮ З ДІА- ТА ПАРАМАГНІТНИХ МАТЕРІАЛІВ

Розглянуто нелінійну задачу магнітопружності в осесиметричній постановці для зрізаної ортотропної сферичної оболонки з ортотропною електропровідністю. Отримано розв'язувальну систему нелінійних диференціальних рівнянь, яка описує напружено-деформівний стан зрізаної ортотропної сферичної оболонки. Наведено числовий приклад. Зроблено аналіз напруженого стану сферичної оболонки в залежності від матеріалу оболонки.

ВСТУП. Сферичні оболонки сталої та змінної товщини широко застосовуються в різних галузях техніки як елементи конструкцій та деталі машин. Тонкостінні струмопровідні оболонки часто можуть знаходитися в магнітному полі та зазнавати впливу стороннього струму чи механічних навантажень. Цей факт викликає підвищений інтерес до теорії магнітопружності.

При розрахунку міцності оболонкових конструкцій необхідно мати інформацію про їх напружено-деформований стан. Важливим при визначенні напружено-деформованого стану є врахування змінної товщини оболонки, оскільки в багатьох випадках необхідно вибирати оптимальні параметри.

Наслідком впливу нестаціонарних полів на металеві тонкостінні елементи є поява об'ємних електромагнітних сил. Такі сили, при деяких параметрах полів, здатні викликати великі деформації конструкцій.

Останнім часом великий інтерес викликають задачі напружено-деформівного стану гнучких ортотропних оболонок з урахуванням ортотропної електропровідності, які знаходяться у нестаціонарному магнітному полі. Такії задачі даного класу мають як фундаментальний, так і прикладний характер.

В даній статті приведено розв'язувальну систему рівнянь магнітопружності осесиметричних ортотропних оболонок обертання та запропонована методика її розв'язання. Проводиться порівняльний аналіз напружено-деформівного стану зрізаних сферичних оболонок зроблених з діамагнітних (кадмій, берилій) та парамагнітних (бороалюміній) матеріалів.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ. Розглянемо гнучку ортотропну зрізану сферичну оболонку змінної товщини. Вважаємо, що тіло знаходиться у зовнішньому магнітному полі під дією механічних навантажень. Нехтуємо впливом процесів поляризації і намагнічування.

© Федорченко Л., 2015

Серединну поверхню оболонки в недеформованому стані віднесемо до криволінійної системи координат s і θ, де s − довжина дуги меридіана, θ − центральний кут. Координатні лінії $s = const$, $\theta = const$ є лініями головних кривизн серединної поверхні.

Електромагнітні властивості матеріалу характеризуються тензорами електричної провідності σ_{ij} діелектричної проникливості ε_{ij} та магнітної проникливості μ_{ij}. Розглядаємо тіла з ромбічною кристалічною структурою. Виходячи з кристалографії [3] тензори ε_{ij}, σ_{ij}, μ_{ij} приймають діагональний вигляд.

Враховуючи діагональний вигляд тензорів і згідно роботам [2, 8] розв'язувальна система рівнянь магнітопружності осесиметричних ортотропних оболонок обертання має вигляд:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{1-\nu_s\nu_\theta}{e_s h}N_s - \frac{\nu_\theta\cos\varphi}{r}u - \frac{\nu_\theta\sin\varphi}{r}w + \frac{w}{R_s} - \frac{1}{2}\vartheta_s^2,$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} = -\vartheta_s + \frac{u}{R_s}, \quad \frac{\partial\vartheta_s}{\partial s} = \frac{12\left(1-\nu_s\nu_\theta\right)}{e_s h^3}M_s - \frac{\nu_\theta\cos\varphi}{r}\vartheta_s,$$

$$\frac{\partial N_s}{\partial s} = \frac{\cos\varphi}{r}\left[\left(\nu_\theta - 1\right)N_s + e_\theta h\left(\frac{\cos\varphi}{r}u + \frac{\sin\varphi}{r}w\right)\right] - F_s - hJ_{\theta CT}B_\gamma - \frac{1}{R_s}Q_s -$$
$$-\sigma_1 h\left[E_\theta B_\gamma + 0.5\frac{\partial w}{\partial t}B_\gamma\left(B_s^+ + B_s^-\right) - \frac{\partial u}{\partial t}B_\gamma^2\right] + \rho h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial s} = -\frac{\cos\varphi}{r}Q_s + \left(\frac{1}{R_s} + \frac{\nu_\theta\sin\varphi}{r}\right)N_s + e_\theta h\frac{\sin\varphi}{r}\left[\frac{\cos\varphi}{r}u + \frac{\sin\varphi}{r}w\right] - F_\gamma -$$
$$-0.5hJ_{\theta CT}\left(B_s^+ + B_s^-\right) - \sigma_2 h[-0.5E_\theta\left(B_s^+ + B_s^-\right) - 0.25\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ + B_s^-\right)^2 -$$
$$-\frac{1}{12}\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ - B_s^-\right)^2 + 0.5\frac{\partial u}{\partial t}B_\gamma\left(B_s^+ + B_s^-\right) + \frac{h}{12}\frac{\partial\vartheta_s}{\partial t}B_\gamma\left(B_s^+ + B_s^-\right)] + \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial M_s}{\partial s} = \frac{\cos\varphi}{r}\left[\left(\nu_\theta - 1\right)M_s + \frac{e_\theta h^3}{12}\frac{\cos\varphi}{r}\vartheta_s\right] + Q_s + N_s\vartheta_s - \frac{\sin\varphi}{r}\left[\nu_\theta M_s + \frac{e_\theta h^3}{12}\frac{\cos\varphi}{r}\vartheta_s\right]\vartheta_s + \frac{h^3}{12}\frac{\partial^2\vartheta_s}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial B_\gamma}{\partial s} = -\mu_3\sigma_2\left[E_\theta + 0.5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ + B_s^-\right) - \frac{\partial u}{\partial t}B_\gamma\right] + \frac{\left(B_s^+ - B_s^-\right)}{\mu_1 h}, \quad \frac{\partial E_\theta}{\partial s} = -\frac{\partial B_\gamma}{\partial t} - \frac{\cos\varphi}{r}E_\theta.$$

Тут u, w – переміщення; N_s – нормальні зусилля; Q_s – поперечні зусилля; M_s – згинальний момент; ϑ_s – кут повороту нормалі; $h = h(s)$ – товщина оболонки; ρ – густина матеріалу; R_s – головний радіус кривизни; φ – кут нормалі до серединної поверхні оболонки; $r(s)$ – радіус паралельного кола оболонки; ν_s, ν_θ – коефіцієнти Пуассона; e_s, e_θ – модулі Юнга; F_i – механічна сила; E_θ – компонента напруженості електричного поля; B_γ – нормальна складова магнітної індукції; B_s^+, B_s^- – відомі складові магнітної індукції на поверхнях оболонки; $J_{\theta CT}$ – складова густини стороннього електричного струму.

Виходячи з геометрії сферичної оболонки, в (1) покладаємо $R_s = R_\theta = R$, де R − радіус оболонки; $r = R\sin\varphi$, $\sin\varphi = \frac{s}{R}$, $\cos\varphi = \cos\frac{s}{R}$. Тоді (1) перепишеться у вигляді [1,4]:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{(1-\nu_s\nu_\theta)}{e_s h}N_s - \frac{\vartheta_\theta ctg\phi}{R}u - \frac{\left(\nu_\theta - 1\right)}{R}w - 0.5\vartheta_s^2; \quad \frac{\partial w}{\partial s} = -\vartheta_s + \frac{u}{R};$$

$$\frac{\partial\vartheta_s}{\partial s} = \frac{12(1-\nu_s\nu_\theta)}{e_s h^3}M_s - \frac{\nu_\theta}{R}\left(ctg\phi\vartheta_s - 0.5\vartheta_s^2\right);$$

$$\frac{\partial N_s}{\partial s} = \frac{ctg\varphi}{R}\left(\nu_\theta - 1\right)N_s + \frac{Q_s}{R} - P_s - hJ_{\theta CT}B_\gamma - \sigma_1 h\left[E_\theta B_\gamma - \frac{\partial u}{\partial t}B_\gamma^2 + 0.5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ + B_s^-\right)B_\gamma\right] +$$
$$+\rho h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{ctg\varphi\ e_\theta h}{R^2}\left(ctg\varphi\ u + w\right);$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial s} = -\frac{ctg\varphi}{R}Q_s + \frac{1}{R}\left(1 + \nu_\theta\right)N_s + \frac{e_\theta hctg\varphi}{R^2}\left(ctg\varphi\ u + w\right) -$$
$$-P_\gamma + 0.5hJ_{\theta CT}\left(B_s^+ + B_s^-\right) - \sigma_2 h\left[0,5E_\theta\left(B_s^+ + B_s^-\right) + 0.25\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ + B_s^-\right)^2 +\right.$$
$$\left. + \frac{1}{12}\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ + B_s^-\right)^2 - 0.5\frac{\partial u}{\partial t}\left(B_s^+ + B_s^-\right)B_\gamma\right] + \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial M_s}{\partial s}=\frac{ctg\varphi}{R}\left(\nu_\theta-1\right)M_s+\frac{\vartheta_s e_\theta h^3 ctg^2\varphi}{12R^2}+\ Q_s+N_s\vartheta_s-\frac{\nu_\theta}{R}M_s\vartheta_s-\frac{\vartheta_s^2 e_\theta h^3}{8R^2}ctg\varphi\ ;$$

$$\frac{\partial B_\gamma}{\partial s}=-\sigma_2\mu\left[E_\theta+0.5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^++B_s^-\right)-\frac{\partial u}{\partial t}B_\gamma\right]-\frac{B_s^+-B_s^-}{h}\ ;$$

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial s}=-\frac{\partial B_\gamma}{\partial t}-\frac{ctg\varphi}{R}E_\theta\ .$$

Отримана розв'язувальна система нелінійних диференціальних рівнянь восьмого порядку описує напружено-деформівний стан гнучкої струмонесучої ортотропної усіченої сферичної оболонки з ортотропною електропровідністю.

Додавши до отриманої системи рівнянь початкові й граничні умови, одержуємо крайову задачу.

АЛГОРИТМ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ. Дослідження осесиметричного напружено-деформівного стану оболонок обертання змінної вздовж меридіана товщини під дією силових і температурних навантажень приводить до розв'язання нелінійної крайової задачі для систем звичайних диференціальних рівнянь вигляду

$$\frac{\partial \vec{N}}{\partial s}=\vec{F}(s,\vec{N})\ , \tag{3}$$

$$\vec{g}_1(\vec{N}(s_0)=0,\vec{g}_2(\vec{N}(s_N)=0, \tag{4}$$

де $\vec{N}=\left\{u,w,\vartheta_s\,,N_s,Q_s,M_s\,,B_\gamma\,,E_\theta\ \ \right\}^T$; $\vec{F}$ – вектор правої частини системи рівнянь (1); $\vec{g}_1,\vec{g}_2$ – задані вектори.

Крайова задача розв'язується чисельно відповідно до методики, яка ґрунтується на основі послідовного застосування схеми Ньюмарка [9], методу квазілінеаризації [5] та методу дискретної ортогоналізації [6].

На першому кроці, у системі диференціальних рівнянь з частинними похідними зі змінними коефіцієнтами, щоб відокремити змінні за часом, використовуємо неявну схему Ньюмарка для інтегрування магнітопружних рівнянь. Неявні схеми, як правило, абсолютно стійкі і дозволяють великі кроки за часом.

На наступному етапі застосовуємо метод квазілінеаризації, за допомогою якого нелінійна задача замінюється послідовністю лінійних крайових задач.

Кожна з лінійних задач розв'язується чисельно стійким методом дискретної ортогоналізації. Спочатку, за початкове наближення вибирається розв'язок лінійної задачі, на наступному етапі,обираються розв'язки, які отримані на попередньому кроці. Така схема значно зменшується кількість ітерацій, необхідних для розв'язання цієї проблеми [7]

ЧИСЛОВИЙ ПРИКЛАД. Розглянемо задачу про напружено-деформівний стан зрізаної сферичної оболонки змінної товщини $h=8\cdot10^{-2}(1-0.2\sin\frac{\pi s}{l})$ (l – довжина дуги). Оболонка знаходиться під впливом нормального навантаження $P_\gamma=1.3\cdot10^2\sin\omega t$ (ω – колова частота) і зовнішнього електричного струму $J_{\theta cm}=5\cdot10^{-3}\sin\omega t$.

Граничні умови обрані наступним чином:

$$u=w=\vartheta_s=0\ ;\quad B_\gamma=0.3\sin\omega t\quad \text{при }\ s=s_0\ ;$$

$$u=w=M_s=0\ ;\quad E_\theta=0\quad \text{при }\ s=s_N\ .$$

Параметри оболонок: $s_0=0.4м$; $s_N=0.78м$; $\omega=314.16c^{-1}$; $B_s^\pm=0.5T$.

Для дослідження впливу матеріалу оболонки на напружено-деформівний стан порівняємо напружено-деформівний стан ортотропних зрізаних оболонок з бороалюмінію, берилію та кадмію.

Параметри матеріалів:

1) бороалюміній

$$e_s=22.9\cdot10^{10}\,H\,/\,м^2\,;\qquad e_\theta=10.7\cdot10^{10}\,H\,/\,м^2\,;$$

$$\nu_s=0.262\,;\ \ \nu_\theta=0.32\,;\ \ \rho=2600кг\,/\,м^3\,;\ \ \mu=1.256\cdot10^{-6}\,Гн\,/\,м\,;$$

$$\sigma_1=0.454\cdot10^8\left(Ом\cdot м\right)^{-1};\ \ \sigma_2=0.454\cdot10^8\left(Ом\cdot м\right)^{-1};$$

2) кадмій

$$e_s=8.1\cdot10^{10}\,H\,/\,м^2\,;\qquad e_\theta=2.82\cdot10^{10}\,H\,/\,м^2\,;$$

$$\nu_s=0.3\,;\ \ \nu_\theta=0.3\,;\ \ \rho=8640кг\,/\,м^3\,;\ \ \mu=1.256\cdot10^{-6}\,Гн\,/\,м\,;$$

$$\sigma_1=0.147\cdot10^8\left(Ом\cdot м\right)^{-1};\ \ \sigma_2=0.147\cdot10^8\left(Ом\cdot м\right)^{-1};$$

3) берилій

$$e_s=28.8\cdot10^{10}\,H\,/\,м^2\,;\qquad e_\theta=33.53\cdot10^{10}\,H\,/\,м^2\,;$$

$$\nu_s=0.03\,;\ \ \nu_\theta=0.09\,;\ \ \rho=2300кг\,/\,м^3\,;\ \ \mu=1.256\cdot10^{-6}\,Гн\,/\,м\,;$$

$$\sigma_1=0.279\cdot10^8\left(Ом\cdot м\right)^{-1};\ \ \sigma_2=0.0321\cdot10^8\left(Ом\cdot м\right)^{-1};$$

Розв'язок задачі отримано на інтервалі часу $t=1\cdot10^{-2}c$, крок інтегрування за часом $\Delta t=1\cdot10^{-3}c$.

Результати розв'язку розглянутої задачі приведені нижче у вигляді графіків.

На Рис. 1 показано розподіл максимального прогину w вздовж меридіана s в момент часу $t=4\cdot10^{-3}c$. З Рис. 1 видно, що найбільший прогин відповідає матеріалу кадмію. Точки 1–11 за віссю s – це точки видачі результатів, які відповідають $s = 0.4$; 0.438; 0.476; 0.514; 0.552; 0.590; 0.628; 0.666; 0.704; 0.742; 0.78. Оскільки $w/h \approx 12.33$, то прогин відповідає мембранній теорії. Значення прогину оболонки з берилію близький до нуля. Прогин для оболонки з бороалюмінію протилежно направлений прогину оболонки з кадмію. Відношення $w/h \approx 7.73$.

На Рис. 2. наведено розподіл прогину $w(t)$. Максимальні значення прогину досягаються при $t = 4 \cdot 10^{-3} c$, що відповідає результатам приведеним на Рис. 1.

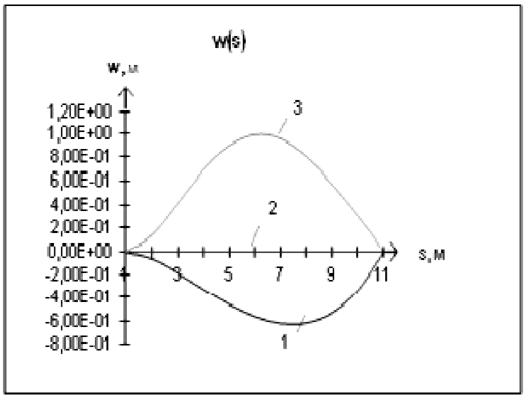

Рис. 1. Розподіл максимального прогину w вздовж меридіана *s* в момент часу $t = 4 \cdot 10^{-3} c$. (1−бороалюміній, 2−берилій, 3−кадмій)

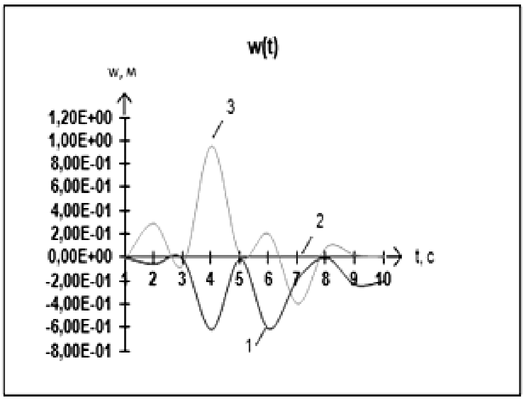

Рис. 2. Розподіл прогину w в залежності від часу *t* при s =*0.4м*. (1−бороалюміній, 2−берилій, 3−кадмій)

На Рис. 3. показано розподіл нормальної складової сили Лоренца $\rho F_{\gamma}^{\wedge}(s)$ при $t = 4 \cdot 10^{-3} c$. Максимальні значення сили Лоренца виникають при дії електромагнітного поля для оболонок з бороалюмінію і кадмію при s = *0.59м*. Зміщення максимальних значень пояснюється дією інерційних сил.

На Рис. 4. та Рис. 5. наведені значення колових напружень Максвела на верхній поверхні оболонки T_{θ}^{+} та механічні напруження σ_{θ}^{+} на тій же поверхні оболонки з кадмію. Бачимо, що магнітні напруження Максвела більші від механічних напружень на декілька порядків.

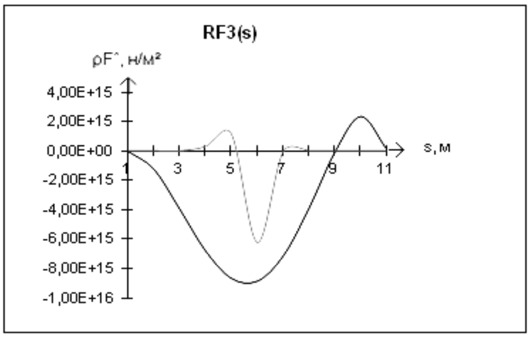

Рис. 3. Розподіл сили Лоренца $\rho F_{\gamma}^{\wedge}$ вздовж меридіана *s* в момент часу $t = 4 \cdot 10^{-3} c$. (1−бороалюміній, 2−берилій, 3−кадмій)

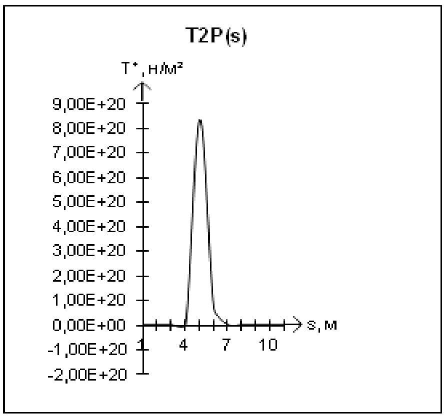

Рис. 4. Напруження Максвела T_{θ}^{+} для оболонки з кадмію

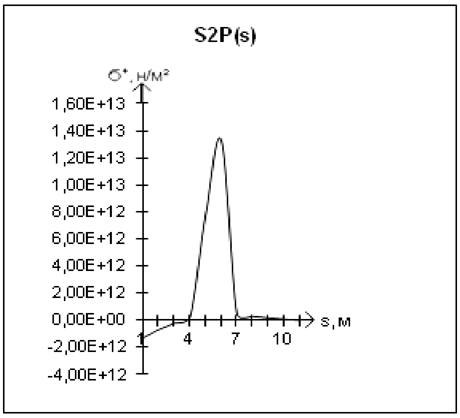

Рис. 5. Механічні напруження σ_{θ}^{+} для оболонки з кадмію

ВИСНОВКИ. В даній статті отримано розв'язувальну систему нелінійних диференціальних рівнянь, яка описує напружено-деформівний стан гнучкої ортотропної сферичної оболонки з урахуванням ортотропної електропровідності. Наводиться числовий приклад. Проведено аналіз дослідження впливу матеріалу оболонки на напружено-деформівний стан ортотропних зрізаних оболонок з бороалюмінію, берилію та кадмію.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Григоренко Я. М., Крюков Н. Н.* Численное решение задач статики гибких слоистых оболочек с переменными параметрами. – К.: Наукова думка, – 1988. – 261 с.
2. Григоренко Я. М., Мольченко Л. В. Основы теории пластин и оболочек с элементами магнитоупругости. Учебник. – К.: ИПЦ "Киевский университет", 2010. – 403с. (укр.)
3. *Келли А., Гровс Г.* Кристаллография и дефекты в кристаллах. – М.: Мир, 1974. – 496 с.
4. *Мольченко Л. В., Лоос И. И.* Напряженное состояние гибкой ороторопной сферической оболочки в магнитном поле при воздействии внешнего тока и механической силы // Прикл. механика – 2013. – 49, №5, – С. 34–39.
5. Bellman R., Kalaba R. Quasilinearization and Nonlinear Boundary- Value Problems – Rand Corp.,1965 –- P. 208.
6. *Grigorenko Ya. M., Grigorenko A. Ya., Vlaikov G. G.* Problems of mechanics for anisotropic inhomogeneous shells on the basis of different models. – Kiev: S. P. Timoshenko Institute of Mechanics, Technical center of the National Academy of Sciences of Ukraine. 2009. – P.550.
7. *Mol'chenko L. V.* A method for solving two-dimensional nonlinear boundary-value problems of magnetoelasticity for thin shells// Int. Appl. Mech. − 2005. – Vol.41, No 5.
8. Molchenko L. V., Loos I. I., Indiaminov R. Sh. Determining the Stress State of Flexible Orthotropic Shell of Revolution in Magnetic Field // Int. Appl. Mech. – 2008. – 44, N 8. – P. 882–891.
9. *Newmark N. M.* A Method of Computation for Structural Dynamics //J. End Mech. Div. Proc. ASCE.–1959. – 85, No 7.

Стаття надійшла до редколегії 19.11.14

Федорченко Л., асп.
КНУ имени Тараса Шевченко, Киев

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ГИБКОЙ ОРТОТРОПНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С УЧЕТОМ ОРТОТРОПНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ С ДИА- И ПАРАМАГНГИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В статье россмотрено нелинейную задачу магнитоупругости в осесимметричной постановке ортотропной сферической оболочки с учетом ортотропной электропроводности. Получена разрешающая система нелинейных дифференциальных уравнений, которая описывает напряженно-деформированное состояние усеченой ортотропной сферической оболочки переменной жесткости. Проведен анализ напряженного состояния сферической оболочки в зависимости от материалу оболочки.

Fedorchenko L., PhD graduate
Taras Shevchenko National university of Kyiv, Kyiv

DEFORMATION OF FLEXIBLE ORTHOTROPICSPHERICAL SHELL WITH ORTOTROPIC ELECTROCONDACTIVITY WITH DIA- AND PARAMAGNETIC MATERIALS

In article, the nonlinear problem of magnetoelastic orthotropic spherical shell with orthotropic electrocondactivity in axisymmetrical position has been considered. The resolving system of differential equation for stress-strain state truncated orthotropic spherical shell of variable stiffness. The analysis of strain state orthotropic spherical shell depending on the material of the shell has been carried.

УДК 534 +531.7+53.082.5

Л. Яровой, канд. техн. наук
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ
e-mail: *yarovoi@univ.kiev.ua*

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ФАЗИ В ЛАЗЕРНОМУ ДОППЛЕРІВСЬКОМУ ВІБРОМЕТРІ З ТРИХВИЛЕВИМ ФОТОЗМІШУВАННЯМ

Для ефективного використання лазерного допплерівського віброметру з трихвилевим фотозмішуванням (ТХФ) запропоновано алгоритм визначення оптимальної фазової різниці між зондувальним та додатковим опорним променями. Особливістю нового підходу є його проста практична реалізація, яка не потребує додаткових технічних засобів. Метод теоретично обґрунтовано та практично підтверджено за допомогою комп'ютерної моделі лазерного віброметра з ТХФ. Подано аналіз похибок застосування зазначеного методу, показано його високу ефективність і високу точність, що сягає рівня $\pm$ 0.015 радіан.

ВСТУП. Вимірювання вібрації та механічних коливань поверхонь та тіл посідає значне місце у засобах прикладної механіки. У поєднанні з лазерними допплерівськими засобами вимірювання (ЛДВ) безконтактні методики дозволяють вирішувати різноманітні унікальні задачі. Можна, наприклад, згадати визначення параметрів руху [5] методи неруйнівного контролю [7, 8], зокрема, дефектоскопії [6] та інше.

Метод лазерної віброметрії з трихвилевим фотозмішуванням (ТХФ) є відносно новим перспективним методом, який забезпечує вимірювання коливань з надвисокою чутливістю до малих амплітуд [2, 9]. Особливістю метода ТХФ є залучення до процесу вимірювання додаткової когерентної хвилі в додаток до двох інтерферуючих хвиль в класичному ЛДВ. Шляхом тонкого налаштування амплітуди і фази цієї хвилі відносно таких в основній зондувальній хвилі можна досягти суттєвого підвищення чутливості приладу [3]. Вимірювання та налаштування інтенсивностей двох взаємодіючих хвиль, в принципі, може бути виконано в реальному часі суто оптоелектронними засобами [1]. Нажаль, відслідковувати фазову різницю, котра часто змінюється в часі, вкрай важко, а подекуди й неможливо. Ця проблема обмежує використання віброметрів з ТХФ випадками, коли експериментом жорстко задані та лишаються незмінними фазові співвідношення між взаємодіючими лазерними хвилями. Метою даної роботи є розробка підходів, що надають можливість вимірювати та налаштовувати фазову різницю в схемі ЛДВ безпосередньо під час експерименту засобами самого віброметра.

АНАЛІЗ СИГНАЛІВ ЛАЗЕРНОГО ВІБРОМЕТРА З ТХВ В НАБЛИЖЕННІ МАЛИХ АМПЛІТУД КОЛИВАНЬ. При трихвилевому фотозмішуванні на поверхні фотодетектору інтерферують три когерентні хвилі: e_0 – опорна хвиля, e_1 – зондувальна хвиля та ще одна хвиля e_2 . Найбільш поширені лазерні віброметри, що побудовані за гетеро-

© Яровой Л., 2015