

УДК 621.002

МОДЕЛЮВАННЯ КОНВЕКТИВНОЇ ТЕЧІЇ ПОВІТРЯ УЗДОВЖ ДВОХ НАГРІТИХ ПЛАСТИН

Кузьменко С.В., Чередниченко С.П., Заверкін А.В.

DESIGN OF CONVECTION FLOW OF AIR ALONG TWO HEATED PLATES

Kuzmenko S., Cherednychenko S., Zaverkin A.

В статті розглянута течія робочого середовища при вільній конвекції уздовж двох нагрітих пластин. Отримано залежності, які характеризують даний режим течії у вигляді розподілу швидкості та його середнього значення.

Ключові слова: теплообмінник, течія, конвекція, прикордонний шар, щільність, швидкість.

Вступ. Теплообмінні пристрої, які призначені для роботи на транспортних засобах, повинні забезпечувати велику інтенсивність тепловіддачі при мінімально можливих габаритних розмірах. Для вирішення цього завдання в даних пристроях використовують метали з високим коефіцієнтом теплопровідності (мідь), підвищені швидкості руху повітря і т.п. Якщо розглянути конвективні теплообмінники, наприклад обігрівачі кабін і салонів транспортних засобів, то у цьому випадку ефективність теплообміну буде залежати від геометричних і температурних параметрів поверхонь теплообміну та повітря.

Класична задача визначення параметрів теплопередачі при конвекції вздовж нагрітої вертикальної пластини розглянута у [1,2]. На відміну від цієї задачі, процес нагріву повітря в конвективному теплообміннику проходить між двох пластин. При цих умовах, прикордонні шари течії повітря можуть вливати друг на друга, та змінювати параметри теплообміну. У зв'язку з цим, виникає необхідність теоретичного дослідження вказаних процесів.

Результати досліджень. Розглянемо течію в'язкого нестискуваного середовища уздовж нагрітої вертикальної пластини на основі [1,2], яку можна описати рівнянням :

$$\mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} = -g(\rho - \rho_0),$$

де μ - динамічна в'язкість; w_x - швидкість течії; ρ_0 - щільність повітря за межами прикордонного шару; ρ - щільність повітря в прикордонному шарі

при поточній координаті y ; g - прискорення вільного падіння.

Оскільки $\rho = \rho_0(1 - \rho\vartheta)$, то $\rho - \rho_0 = \rho_0\beta\vartheta$.

На підставі викладеного

$$\mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} = -g\rho_0\beta\vartheta.$$

Таким чином, рівняння течії робочого середовища прийме наступний вигляд:

$$\frac{d^2 w_x}{dy^2} = -\frac{g}{\mu} \rho_0 \beta \vartheta_c \left(1 - \frac{h-y}{\delta}\right)^2.$$

Приймаючи, що $k = g\rho_0\beta\vartheta_c/\mu$, отримуємо:

$$\frac{d^2 w_x}{dy^2} = -k \left(1 - \frac{h-y}{\delta}\right)^2 = -k \left(1 - 2\frac{h-y}{\delta} + \frac{h^2 - 2hy + y^2}{\delta^2}\right).$$

Інтегрування рівняння течії дозволяє визначити розподіл швидкості в пограничному шарі:

$$\frac{dw_x}{dy} = -k \left[y \left(1 - \frac{2h}{\delta} + \frac{h^2}{\delta^2}\right) + \frac{y^2}{\delta} \left(1 - \frac{h}{\delta}\right) + \frac{y^3}{3\delta^2} \right] + C_1 =$$

$$= -k \left[y \left(1 - \frac{h}{\delta}\right)^2 + \frac{y^2}{\delta} \left(1 - \frac{h}{\delta}\right) + \frac{y^3}{3\delta^2} \right] + C_1.$$

$$w_x = -k \left[\frac{y^2}{2} \left(1 - \frac{h}{\delta}\right)^2 + \frac{y^3}{3\delta} \left(1 - \frac{h}{\delta}\right) + \frac{y^4}{12\delta^2} \right] + C_1 y + C_2 =$$

$$= -ky^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{h}{\delta}\right)^2 + \frac{y}{3\delta} \left(1 - \frac{h}{\delta}\right) + \frac{y^2}{12\delta^2} \right] + C_1 y + C_2.$$

Проводячи перетворення, отримуємо в остаточному виді:

$$w_x = -ky^2 \left[\frac{1}{2\delta^2} (\delta-h)^2 + \frac{y}{3\delta^2} (\delta-h) + \frac{y^2}{12\delta^2} \right] + C_1 y + C_2 = -k \frac{y^2}{\delta^2} \left[\frac{1}{2} (\delta-h)^2 + \frac{y}{3} (\delta-h) + \frac{y^2}{12} \right] + C_1 y + C_2$$

Визначення констант інтеграції можливе за умов, що швидкість течії робочого середовища як на поверхні пластини, так і за межами пограничного шару дорівнює нулю, тобто при $y=h$ і $y=\delta$, маємо що $w_x = 0$.

Таким чином:

$$w_x \Big|_{y=h} = -k \frac{h^2}{\delta^2} \left(\frac{1}{2} \delta - \delta h + \frac{1}{2} h^2 + \frac{\delta h}{3} - \frac{h^2}{3} + \frac{h^2}{12} \right) + C_1 h + C_2 = -k \frac{h^2}{12\delta^2} (6\delta - 8\delta h + 3h^2) + C_1 h + C_2 = 0$$

$$w_x \Big|_{y=\delta} = -k \frac{\delta^2}{\delta^2} \left[\frac{1}{2} \delta^2 - \delta h + h^2 + \frac{\delta^3}{3} - \frac{\delta h}{3} + \frac{\delta^2}{12} \right] + C_1 \delta + C_2 = -k \left(\frac{11\delta^2}{12} - \frac{4\delta h}{3} + h^2 \right) + C_1 \delta + C_2 = 0$$

Для вирішення системи

$$\begin{cases} -k \frac{h^2}{12\delta^2} (6\delta - 8\delta h + 3h^2) + C_1 h + C_2 = 0 \\ -k \left(\frac{11\delta^2}{12} - \frac{4\delta h}{3} + h^2 \right) + C_1 \delta + C_2 = 0 \end{cases}$$

здійснимо віднімання одного рівняння з іншого:

$$C_1(h-\delta) = \frac{k}{12} \left[\frac{h^2}{\delta^2} (6\delta - 8\delta h + 3h^2) - (11\delta^2 - 16\delta h + 12h^2) \right]$$

що дозволить визначити першу константу інтегрування:

$$C_1 = \frac{k}{12(h-\delta)} \times \left[\frac{h^2}{\delta^2} (6\delta - 8\delta h + 3h^2) - (11\delta^2 - 16\delta h + 12h^2) \right]$$

Підстановка отриманої константи в одно з рівнянь системи дозволяє отримати наступний результат:

$$C_2 = \frac{k}{12} (11\delta^2 - 16\delta h + 12h^2) - \frac{k\delta}{12(h-\delta)} \times \left[\frac{h^2}{\delta^2} (6\delta - 8\delta h + 3h^2) - (11\delta^2 - 16\delta h + 12h^2) \right]$$

Зробивши перетворення отримаємо:

$$C_2 = \frac{k}{12} \left[\left(1 + \frac{\delta}{h-\delta} \right) (11\delta^2 - 16\delta h + 12h^2) - \frac{h^2}{\delta(h-\delta)} (6\delta - 8\delta h + 3h^2) \right]$$

Визначаємо середньоінтегральну швидкість течії робочого середовища в прикордонному шарі як:

$$\overline{w_x} = \frac{1}{\delta} \int_{h-\delta}^{\delta} w_x dy$$

Оскільки:

$$w_x = -\frac{k}{\delta^2} \left[\frac{y^2}{2} (\delta-h)^2 + \frac{y^3}{3} (\delta-h) + \frac{y^4}{12} \right] + C_1 y + C_2,$$

то:

$$\int_{h-\delta}^{\delta} w_x dy = \int_{h-\delta}^{\delta} \left\{ -\frac{k}{\delta^2} \left[\frac{y^2}{2} (\delta-h)^2 + \frac{y^3}{3} (\delta-h) + \frac{y^4}{12} \right] + C_1 y + C_2 \right\} dy = \left\{ \frac{C_1}{2} y^2 + C_2 y - \frac{k}{\delta^2} \left[\frac{y^3}{6} (\delta-h)^2 + \frac{y^4}{12} (\delta-h) + \frac{y^5}{60} \right] \right\} \Big|_{h-\delta}^{\delta} = -\frac{k}{\delta^2} \left[\frac{(\delta-h)^2}{6} (h^3 - (h-\delta)^3) + \frac{\delta-h}{12} \times (h^4 - (h-\delta)^4) + \frac{1}{60} (h^5 - (h-\delta)^5) \right] + \frac{C_1}{2} (h^2 - (h-\delta)^2) + C_2 \delta.$$

Таким чином, середньоінтегральна швидкість течії робочого середовища в прикордонному шарі буде визначена як:

$$\overline{w_x} = -\frac{k}{\delta^3} \left[\frac{(\delta-h)^2}{6} (h^3 - (h-\delta)^3) + \frac{\delta-h}{12} \times (h^4 - (h-\delta)^4) + \frac{1}{60} (h^5 - (h-\delta)^5) \right] + \frac{C_1}{2\delta} (h^2 - (h-\delta)^2) + C_2.$$

Висновки. На підставі визначеного, отримані залежності течії робочого середовища між двох нагрітих пластин, що дозволяє у подальшому отримати параметри теплообміну між стінкою та робочим середовищем.

Література

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука. – 1974. – 712 с.
2. Теплопередача: Учебник для вузов / Исаченко В.П. и др. – М.: Энергоиздат. – 1981. – 416 с.

References

1. Shlihting G. Teoriya pogranichnogo sloya. – M.: Nauka. – 1974. – 712 s.
2. Teploperedacha: Uchebnik dlya vuzov / Isachenko V.P. i dr. – M.: Energoizdat. – 1981. – 416 s

Кузьменко С.В., Чередниченко С.П., Заверкин А.В. Моделирование конвективного течения воздуха вдоль двух нагретых пластин

В работе рассмотрено течение рабочей среды при свободной конвекции вдоль двух нагретых пластин. Получены зависимости, которые характеризуют данный режим течения в виде распределения скорости и его среднего значения

Ключевые слова: течение, конвекция, пограничный слой, плотность, скорость.

Kuzmenko S., Cherednychenko S., Zaverkin A. Design of convection flow of air along two heated plates

In-process the considered flow of working environment at a free convection along two heated plates. Dependences which characterize this mode of flow as distributing of speed and his mean value.

Keywords: flow, convection, boundary layer, closeness, speed.

Кузьменко С.В. – к.т.н., доцент, в.о. директора Інституту транспорту і логістики СНУ ім. В.Даля.

Чередниченко С.П. – к.т.н., доцент кафедри залізничного, автомобільного транспорту, підйомних та транспортних систем СНУ ім.В.Даля

Заверкін А.В. – к.т.н., доцент кафедри залізничного, автомобільного транспорту, підйомних та транспортних систем СНУ ім.В.Даля

Рецензент: д.т.н., проф. **Горбунов М.І.**

Стаття подана 05.03.2017