

DOI: <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2021-266-2-13-19>

УДК 621.7.02

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ МЛИНА ВІБРАЦІЙНОГО ТИПУ ТОНКОГО ПОМЕЛУ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ НА ОСНОВІ ЙОГО МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Топільницький В.Г., Ребот Д.П.

STUDY OF THE DYNAMICS OF THE VIBRATION TYPE MILL FOR BULK MATERIALS FINE GRINDING ON THE BASIS OF ITS MATHEMATICAL MODEL

Topilnytsky V.G., Rebot D.P.

Розроблено математичну модель для опису динаміки млина вібраційного типу тонкого помелу сипких матеріалів. Модель є нелінійною та параметризованою. Вона включає в символічному форматі ключеві геометричні, кінематичні та силові параметри млина. На основі моделі досліджено вплив параметрів млина на амплітуду коливань його робочої камери, як ключового чинника визначення ефективності його роботи. Зроблено висновки щодо впливу параметрів млина на амплітуду коливань камери та наведено рекомендації з їх вибору при проектуванні та експлуатації млина.

Ключові слова: вібраційний млин, математична модель, тонкий помел, сипкий матеріал, дебалансний привод, робоча камера, пружна підвіска.

Вступ. Тонкий помел сипкого матеріалу можна отримати шляхом роздавлювання, розтирання, розбивання його окремих шматків. Дані способи помелу реалізовано у такому обладнанні як бігуни, млини бісерного типу, жорнового типу та у вібраційних млинах. Останні забезпечують оптимальний тонкий помел сипких матеріалів та відзначаються високим рівнем своєї універсальності. Вібраційні млини уможливають отримання кінцевого матеріалу з розміром частинки в межах 45-55мкм з вихідного шматка розміром 2-10 мм для виробництв з потужністю до 10 тон за одну годину. Коливання робочої камери млина реалізують переважно за допомогою обертання ексцентрика (дебалансу) певної маси прикріпленого до камери, а саму камеру встановлюють на підвіску із системи витих циліндричних пружин, ресор чи пневматичну підвіску.

Постановка проблеми. Для інтенсифікації процесу помелу матеріалу у вібраційному млині слід підвищувати частоту та амплітуду коливань його робочої камери. Ці два чинники є визначальними для збільшення продуктивності роботи вібраційного млина. Однак амплітуду та частоту коливань камери вібраційного млина не можна підвищувати безмежно із-за прискорень та сил інерції, які виникають у

його вузлах та змінюються гармонійно в процесі роботи. Значні знакозмінні переміщення рухомих мас млина чинить негативний вплив на його підшипникові опори, кріплення підвіски, раму та фундамент будівлі де функціонує млин. В результаті цього відбувається підвищене зношування вузлів млина. Цей чинник ще стає більш вагомим з урахуванням того, що вібраційний млин, які і більшість вібраційних машин, працюють в зарезонансній зоні. Для виходу на робочий режим чи переходу в режим спокою, вони мають пройти зону резонансу, що ще більше підвищує навантаження на опорні вузли таких машин. Для підвищення надійності конструкції млина, в такому випадку, слід підвищувати його металоемкість та жорсткість, що неминуче веде до збільшення енергозатрат на його виготовлення та експлуатацію. А це збільшить собівартість процесу мелення матеріалу.

Ефективним способом підвищення продуктивності вібраційних млинів є не просте збільшення його амплітуди та частоти коливань, яке має негативні наслідки, а застосування млинів із складними траєкторіями робочих камер через встановлення систем незалежно приводних генераторів їх коливань, наприклад кількох ексцентрикових незалежних валів, чи кількох незалежних дебалансів. Маючи незначну амплітуду та частоту коливань, що вимагатиме меншої потужності їх приводу, але вдале розташування їх один відносно одного та камери млина, вони зможуть інтенсифікувати передачу коливної енергії від стінок робочої камери млина в центральну її частину, забезпечити її максимально повне перетворення в енергію мелення, забезпечити неперервний процес роботи млина, а відтак підвищити його продуктивність.

Тому задачі дослідження динаміки вібраційних млинів є особливо актуальними, так як вони дають можливість вивчити картину руху робочої камери млина та її наповнення, розробити нові конструкції такого обладнання, які б мали складні закони коли-

вного руху робочих камер, щоб могло інтенсифікувати процес помелу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Традиційні методи дослідження динамічних процесів, що відбуваються у вібраційному оброблювальному обладнанні (машинах) при їх експлуатації, полягають у проведенні експериментів з фізичними моделями машин, їх аналогами чи прототипами [1]. Недоліком цього є великі часові та матеріалозатрати на виготовлення моделей та прототипів, а не можливість зміни їх конструкцій при проведенні досліджень суттєво звужує їх результати. В розрізі цього поширеним є також дослідження динаміки не цілої вібраційної машини (млина, сепаратора, дробарки тощо), а її окремих частин [2], [3]. Такий вид досліджень відбувається як в теоретичній так і експериментальній площинах. Однак, не врахування взаємодії всіх рухомих частин такої динамічної системи при її описі знижує суттєво точність отриманих даних для розроблення конструкції цілої машини та вибору режимів її функціонування.

Поширеними також є теоретичні методи вивчення динаміки вібраційного обладнання, які побудовані на розробленні їх математичних моделей [4], [5], [6] чи застосуванні чисельних методів [7] в теоретичному їх описі. Але лінеаризація отриманих моделей та спрощення прийняті при їх побудові дають не точні результати та звужують їх застосування.

Застосування нелінійного математичного апарату [8] при побудові теоретичних моделей для опису динаміки вібраційного обладнання, зокрема млинів тонкого помелу, в поєднанні з їх обробленням за допомогою математичних САД систем, дає змогу максимально достовірно теоретично описати реальні динамічні процеси, що відбуваються у такому обладнанні. Окрім цього, дані дослідження проводяться порівняно швидко та характеризуються універсальністю застосування, так як кожному побудовану нелінійну математичну модель можна застосувати для дослідження динамічних процесів у низці вібраційних машин, які різняться формою, розміром та будовою.

Мета роботи. Дослідження на основі математичної нелінійної параметризованої моделі млина вібраційного типу тонкого помелу сипких матеріалів динаміки млина для подальшого розроблення оптимальної конструкції млина та вибору оптимальних режимів його експлуатації.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Якщо забезпечити вздовж робочої камери млина її коливні рухи різної амплітуди, наприклад, за рахунок різних мас чи величини зміщень центрів мас дебалансів розміщених на протилежних краях камери відносно осі їх обертання, то перерозподілена енергія коливного руху камери млина буде переміщати при меленні шматки матеріалу від одного краю камери до іншого спіральною траєкторією. Таким чином можна забезпечити неперервний процес мелення матеріалу в камері, за якого вихідний матеріал буде неперервно завантажуватись з одного краю

(торця) камери, а вже кінцевий – змелений, буде вивантажуватись неперервно коли іншого – протилежного торця камери.

Виходячи з поставленої вище задачі об'єктом дослідження даної роботи є вібраційний млин для тонкого помелу матеріалів, який має чотири незалежних приводи. Дані приводи розміщені попарно коло протилежних торців робочої камери млина. До складу кожного приводу входить асинхронний електричний двигун, з'єднувальна пружна муфта та обертова неврівноважена маса – дебаланс. Дебаланси нерухомо розміщено на валах, які через опори прикріплено до камери млина. Обертаний рух дебалансу забезпечено від двигуна, через муфту та вал. Величину ексцентриситету кожного дебалансу можна змінювати через заміну або взаємне розведення (з подальшою фіксацією) його окремих мас в площині їх обертання. Робоча камера млина встановлена на пружній підвісці, яка може бути виконана у вигляді системи циліндричних пружин, ресор чи пневмобалонів. Привідні двигуни та пружна підвіска встановлені на зварній зі сталевого прокату рамі. Принципову схему млина зображено на рис. 1.

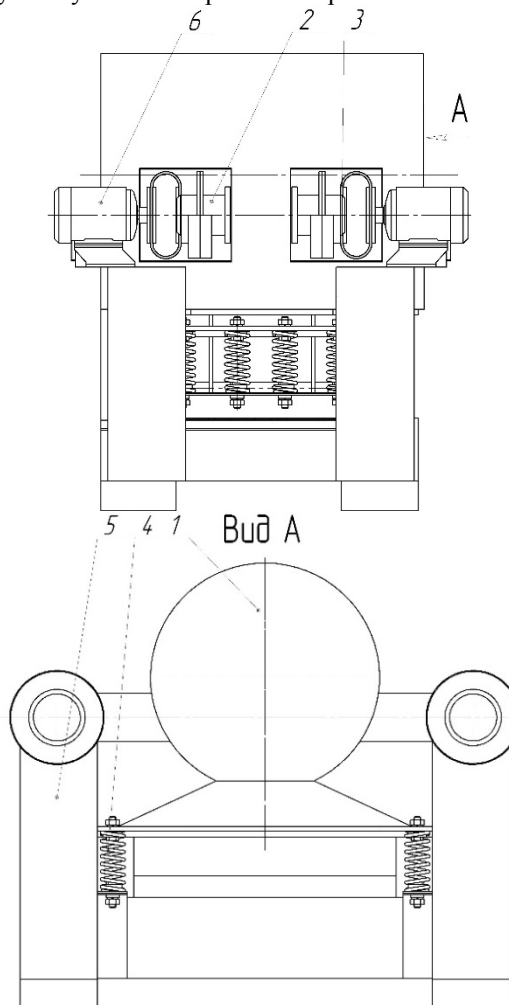


Рис. 1. Принципова схема млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів:

1 – робоча камера, 2 – дебаланс, 3 – пружна ремінна компенсуюча муфта, 4 – пружна підвіска, 5 – рама млина, 6 – двигун приводу

Математичну модель, яка описує динаміку млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів, можна представити у вигляді системи нелінійних диференціальних рівнянь (1)

$$\begin{cases} \ddot{x}_{o3} + \omega^2 x_{o3} = \varepsilon f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0); \\ \ddot{y}_{o3} + \omega^2 y_{o3} = \varepsilon f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0); \\ \ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2(t)\varphi = \varepsilon' f_\varphi(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \ddot{y}_c), \end{cases} \quad (1)$$

та її розв'язку – системи аналітичних виразів (2), які визначають рух точок млина. До даних систем входять у вигляді символічних позначень всі ключеві параметри млина – кінематичні, геометричні та силові. Модель побудована на основі рівняння Лагранжа та асимптотичних методів нелінійної механіки [9]:

$$x_{o3} = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C_1+C_2}{M_K}} t + \alpha_x\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{C_1+C_2}{M_K}}} \int_0^t f_x(\varphi^*, \dot{\varphi}^*, \ddot{\varphi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \times \sin\left(\sqrt{\frac{C_1+C_2}{M_K}}(t-u)\right) du; \quad (2)$$

$$y_{o3} = y_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C_1+C_2}{M_K}} t + \alpha_y\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{C_1+C_2}{M_K}}} \int_0^t f_y(\varphi^*, \dot{\varphi}^*, \ddot{\varphi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \times \sin\left(\sqrt{\frac{C_1+C_2}{M_K}}(t-u)\right) du;$$

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \theta(t)).$$

У (1) та (2) позначено: $\varepsilon = \frac{1}{M_K}$, $\varepsilon \ll 1$, $\varepsilon' \approx \varepsilon$,

$\omega = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{M_K}}$ – власна частота коливного руху рухомої частини млина, $\omega_\varphi(t)$ – частота коливного руху рухомої частини млина в плоскому русі в площині обертання дебалансних блоків, $M_K = M_{tm} + M_m + M_{кам} + 2M_{дв} + 4M_{ді}$ – загальна коливна маса досліджуваної вібраційної системи, $C_1 + C_2$ – сумарна жорсткість пружної підвіски млина, $f_i(\dots)$ – нелінійні функції параметрів вібраційного млина.

За допомогою системи виразів (2) можна знайти амплітуду коливань, швидкість, прискорення та побудувати траєкторію руху довільної точки робочої камери млина. Також можна дослідити вплив

параметрів млина на ці показники. Ключовою тут буде амплітуда коливань вібраційного млина, як чинник від якого залежить інтенсивність процесу тонкого помелу матеріалу. Амплітуду коливань млина не можна підвищувати безкінечно, проте в широких межах її можна змінювати за рахунок зміни кінематичних, геометричних та силових параметрів млина. Власне за рахунок вдалого підбору цих параметрів можна вийти на максимальну ефективність роботи млина для тонкого помелу сипкого матеріалу того чи іншого виду, за якої потрібна порція матеріалу буде змелена до потрібного розміру кінцевої фракції за мінімальний час із затратою мінімального числа енергоресурсів.

Аналіз впливу кінематичних, геометричних та силових параметрів на амплітуду коливань досліджуваного млина проведено на основі розробленої матмоделі опису руху млина та програми автоматизованих математичних розрахунків MathCAD.

На рис. 2 наведено графічні результати дослідження впливу сумарної коливної маси камери млина з навісним обладнанням на амплітуду коливного руху камери млина за різних значень сумарної жорсткості підвіски млина та різних значень кутових швидкостей обертального руху дебалансних валів. Сумарну жорсткість підвіски можна змінювати шляхом зміни кількості та типу окремих пружин підвіски.

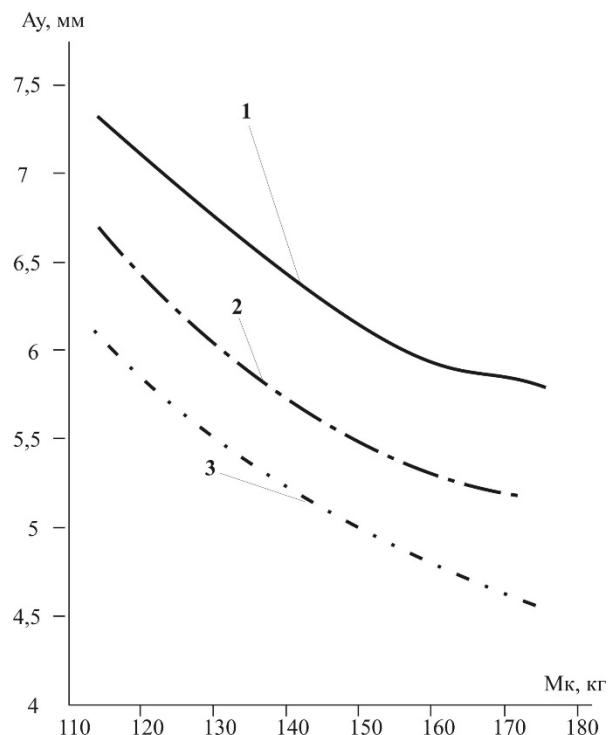


Рис.2. Вплив сумарної коливної маси камери млина з навісним обладнанням на амплітуду коливного руху камери млина за різних значень сумарної жорсткості підвіски млина при кутовій швидкості обертального руху дебалансного валу $\omega_1 = \omega_2 = 110 \text{с}^{-1}$:

1 – $C = 20 \text{кН/м}$; 2 – $C = 26 \text{кН/м}$; 3 – $C = 32 \text{кН/м}$

В результаті досліджень встановлено:

а) амплітуда коливного руху камери млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів нелінійно залежить від сумарної коливної маси камери млина та спадає із зростанням останньої. Відповідно, для млина із сумарною жорсткістю підвіски в 20кН/м та кутовою швидкістю обертового руху дебалансних валів в 70с^{-1} із зростанням коливної маси з 115 до 175 кг (у 1,52 рази), амплітуда коливань камери зменшилась у 1,19 рази – на 1,25мм;

б) амплітуда коливного руху камери млина нелінійно залежить від значень кутових швидкостей обертового руху дебалансних валів та зростає з їх спаданням. Зокрема, для млина із сумарною жорсткістю підвіски в 32кН/м та коливною масою камери млина в 140 кг, зменшення кутової швидкості обертового руху дебалансних валів з 150 до 70с^{-1} (у 2,14 рази) веде до зростання амплітуди у 1,53 рази – на 2мм;

в) амплітуда коливного руху камери млина нелінійно залежить від сумарної жорсткості підвіски млина – вона спадає із зростанням жорсткості. Так, наприклад, для коливної маси M_k у 80 кг при кутовій швидкості обертання дебалансних валів в 110с^{-1} , зростання сумарної жорсткості підвіски з 20кН/м до 32кН/м (у 1,6 рази) веде до спадання амплітуди вертикальних коливань камери млина у 1,28 рази – на 1,4 мм.

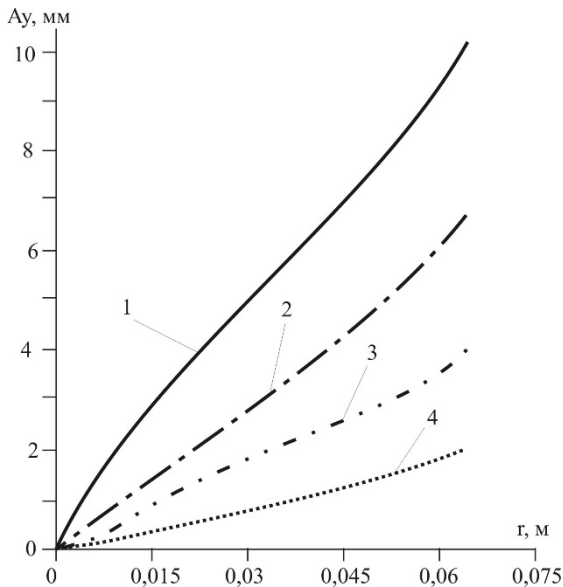


Рис. 3. Вплив на амплітуду коливного руху камери млина відстаней зміщення центрів мас дебалансних блоків щодо осі обертання їх дебалансних валів за різних мас дебалансних блоків:

- 1 – $M_{ді} = 8$ кг; 2 – $M_{ді} = 6$ кг;
3 – $M_{ді} = 4$ кг; 4 – $M_{ді} = 2$ кг

Наступним кроком досліджень було визначення впливу на амплітуду коливного руху камери млина відстаней зміщення центрів мас дебалансних блоків щодо осі обертання їх дебалансних валів за різних мас дебалансних блоків. Прикладом резуль-

татів таких досліджень є рис. 3. Дану графічну залежність отримано за значення M_k в 120 кг, $\omega_1 = \omega_2 = 100\text{с}^{-1}$ та $C = 30\text{кН/м}$.

В результаті досліджень встановлено:

а) амплітуда коливного руху камери млина нелінійно залежить від відстаней зміщення центрів мас дебалансних блоків щодо осі обертання їх дебалансних валів та збільшується з їх зростанням. Зокрема, для прикладу, для $M_{ді} = 8$ кг при зростанні відстані r з 0,015 до 0,06 м – у 4 рази, відповідне значення амплітуди збільшиться в 3,4 рази;

б) амплітуда коливного руху камери млина нелінійно залежить від мас дебалансних блоків. Вона зростає із збільшенням цих мас. Зокрема для млина з $r = 0,045$ м при збільшенні $M_{ді}$ з 2 до 8 кг – у 4 рази, значення амплітуди коливань камери млина зростає в 6,8 рази – на 5,8 мм;

в) слід наголосити на тому, що змінювати значення відстаней зміщення центрів мас дебалансних блоків щодо осі обертання їх дебалансних валів та значення мас дебалансних блоків є найбільш раціональним з точки зору практичного застосування. Це пояснюється тим, що дані показники суттєво впливають на значення досліджуваної амплітуди, а основне те, що масу блоку дебалансів та їх розведення можна дуже швидко змінити в реальній вібр машині (в даному випадку млині), порівняно з іншими параметрами (зокрема тими, що розглянуто вище).

На рис. 4 показано один з результатів досліджень впливу на амплітуду коливань камери млина безпосередньо кутової швидкості обертового руху дебалансних валів за різних мас дебалансних блоків. Коливну масу камери було взято $M_k = 140$ кг, $C = 24\text{кН/м}$, $r = 0,05$ м. Графічна залежність підтверджує нелінійне зменшення амплітуди за зростання кутової швидкості обертового руху дебалансних блоків.

Зокрема для млина з $r = 0,05$ м та $M_{ді} = 6$ кг зростання $\omega_1 = \omega_2$ з 75с^{-1} до 140с^{-1} – у 1,87 разів, веде до спадання амплітуди коливань камери в 1,57 рази – на 2мм.

На рис. 5 показано один з результатів досліджень впливу на амплітуду коливань камери млина сумарної жорсткості підвіски за різних відстаней зміщення центрів мас дебалансних блоків щодо осі обертання їх дебалансних валів. При чому параметри млина були такими: $M_k = 100$ кг, $M_{ді} = 4$ кг, кутова швидкість обертання дебалансу $\omega_1 = \omega_2 = 90\text{с}^{-1}$.

Дана залежність підтверджує те, що із зростанням жорсткості підвіски млина, як виду вібр машини, веде до зменшення амплітуди коливань його робочої камери з наповненням та навісним обладнанням.

На рис. 6 та 7 наведено результати досліджень впливу геометричних параметрів млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів на амплітуду коливань камери. Зокрема на рис. 6 відображено вплив розташування осей дебалансних ва-

лів відносно осі камери, на рис. 7 – розташування кріплення підвіски млина. При чому параметри млина були такі: $M_{ді}=3\text{кг}$; $\omega_1 = \omega_2 = 90\text{с}^{-1}$; $C=30\text{кН/м}$; $r=0,035\text{ м}$.

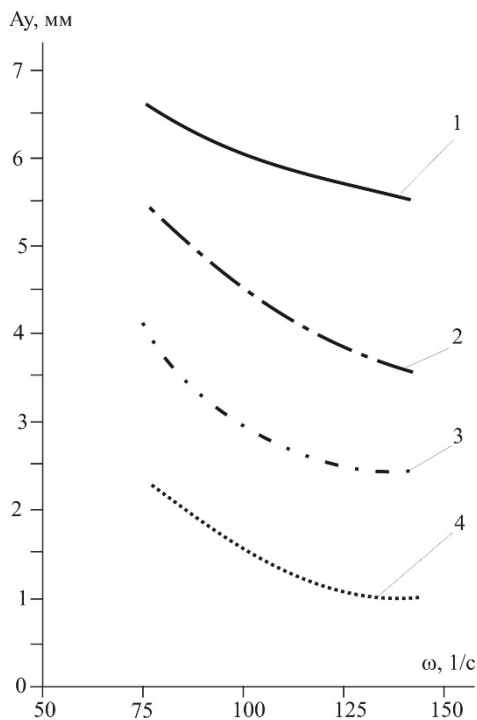


Рис. 4. Вплив на амплітуду коливань камери млина кутової швидкості обертального руху дебалансних валів за різних мас дебалансних блоків: 1 – $M_{ді} = 8\text{ кг}$; 2 – $M_{ді} = 6\text{ кг}$; 3 – $M_{ді} = 4\text{ кг}$; 4 – $M_{ді} = 2\text{ кг}$

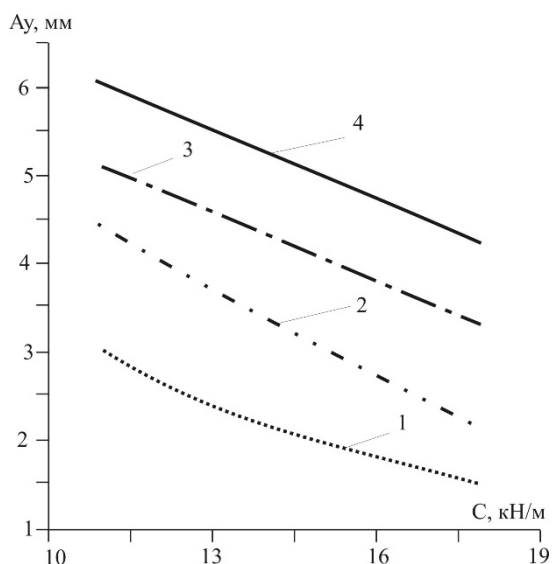


Рис. 5. Вплив на амплітуду коливань камери млина сумарної жорсткості підвіски за різних відстаней зміщення центрів мас дебалансних блоків щодо осі обертання їх дебалансних валів: 1 – $r = 0,015\text{ м}$; 2 – $r = 0,03\text{ м}$; 3 – $r = 0,045\text{ м}$, 4 – $r = 0,06\text{ м}$

Із графічної залежності поданої вище видно, що зростання відстані між окремими незалежно приводними дебалансними валами (до камери млина) веде до нелінійного зменшення вертикальної амплітуди коливань камери.

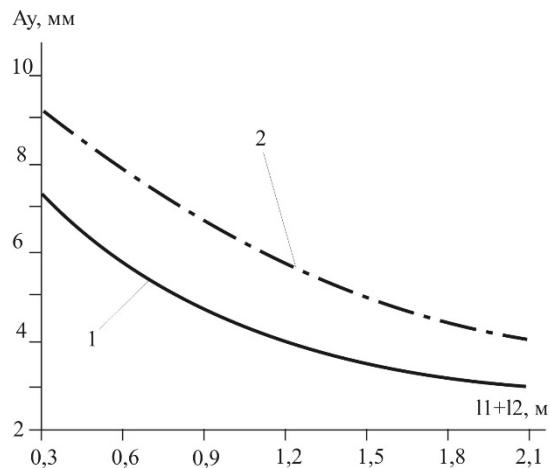


Рис. 6. Вплив розташування осей дебалансних валів на амплітуду коливань осі камери: 1 – $M_{к} = 120\text{ кг}$; 2 – $M_{к} = 90\text{ кг}$

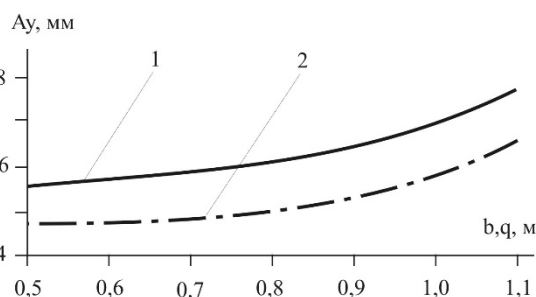


Рис. 7. Вплив розташування кріплення підвіски млина на вертикальну амплітуду коливань осі камери: 1 – $M_{к} = 75\text{ кг}$; 2 – $M_{к} = 105\text{ кг}$

Рис. 7 показує, що зростання відстані між опорами підвіски млина веде до нелінійного зростання вертикальної амплітуди коливань камери. Також із проведених досліджень випливає, що для збільшення ефективності роботи млина вібраційного типу для тонкого помелу сипких матеріалів необхідно, на етапі конструювання млина, забезпечити мінімальну відстань між дебалансними валами та максимальну відстань між опорами пружної підвіски.

Висновки. Застосування нелінійних математичних моделей, які є параметризованими та універсальними, для дослідження динамічних процесів, що відбуваються у вібраційних млинах тонкого помелу сипких матеріалів, дає змогу ще на стадії проектування та конструювання млина, вибрати його оптимальні параметри будови та експлуатації, які забезпечать найбільшу ефективність його функціонування. Дані моделі можна застосовувати для розроблення низки млинів схожої будови та принципу роботи,

що суттєво скорочує час, матеріальні та енергетичні затрати їх проектних робіт.

Література

1. Дзеджула О. М. Особливості конструювання вібраційних змішувачів. *Вібрації в техніці і технологіях*. 2019. № 4 (95). С. 24–30.
2. Lawinska K., Modrzewski R. Analysis of sieve holes blocking in a vibrating screen and a rotary and drum screen. *Journal «Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii – Physicochemical Problems of Mineral Processing»*. 2017. Vol. 53. P. 812–828.
3. Zhou N. Dynamic characteristics analysis and optimization for lateral plates of the vibration screen. *Journal of Vibroengineering (J. VIBROENG)*. 2015. Vol. 17 (4). P. 1593–1604.
4. Субач А. П. Динамика процессов и машин объемной обработки. Рига: Зинатне, 1991. 240 с.
5. Симоненко Т. Е., Барсуков В. А. О разработке математической модели для обработки незакрепленных деталей. *Вісник Донбаської державної машинобудівної академії*. 2011. № 2 (23). С. 201–205.
6. Орищенко С. В., Мацюк Б. В. Дослідження динаміки вібраційного грохота та оцінка його ефективності. *Вібрації в техніці і технологіях*. 2013. № 3 (71). С. 120–125.
7. Ivanov K., Vaisberg L. New Modelling and Calculation Methods for Vibrating Screens and Separators. *Journal «Lecture Notes in Control and Information Sciences»*. 2015. Vol. 22. P. 55–61.
8. Topilnytskyy V., Rebot D., Sokil M., Velyka O., Liaskovska S., Verkhola I., Kovalchuk R., Dzyubyk L. Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied Mechanics*. 2017. Vol 2, No 7(86): Applied Mechanics. P. 26–35.
9. Митропольский Ю. А. Нелинейная механика. Одночастотные колебания. К.: Ин-т математики НАН Украины, 1997. 385 с.

References

1. Dzhezdzhula, O.M. (2019). Osoblivosti konstryjuvannja vibracijnych zmischuvachiv [Features of vibration mixers design]. *Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh – Vibrations in engineering and technology*, 4 (95), 24–30. [in Ukrainian].
2. Lawinska, K. and Modrzewski, R. (2017). Analysis of sieve holes blocking in a vibrating screen and a rotary and drum screen. *Journal «Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii – Physicochemical Problems of Mineral Processing»*, 53, 812–828.
3. Zhou, N. (2015). Dynamic characteristics analysis and optimization for lateral plates of the vibration screen. *Journal of Vibroengineering (J. VIBROENG)*, 17(4), 1593–1604.
4. Subach A.P. (1991). *Dynamica processov i mashyn obyemnoy obrabotky [Dynamics of processes and machines of volumetric processing]*. Riga: Zinatne [in Russian].
5. Symonenko T. E. (2011). O razrobotke matematycheskoi modeli dlia obrabotky nezakreplennykh detalei [The development of a mathematical model for processing loose parts]. *Visnyk Donbaskoi derzhavnoi mashynobudivnoi akademii – Bulletin of Donbass State and*

Maschine-Building Academy, 2 (23), 201–205 [in Russian].

6. Oryshchenko S.V. and Matsiuk B.V. (2013). Doslidzhenia dynamiky vibratsiinoho hrokhota ta otsinka yoho efektyvnosti [Research of the dynamics of vibrating screen and evaluation of its effectiveness]. *Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh – Vibrations in engineering and technology*, 3 (71), 120–125. [in Ukrainian].
7. Ivanov, K. and Vaisberg, L. (2015). New Modelling and Calculation Methods for Vibrating Screens and Separators. *Journal «Lecture Notes in Control and Information Sciences»*, 22, 55–61.
8. Topilnytskyy V., Rebot D., Sokil M., Velyka O., Liaskovska S., Verkhola I., et al. (2017). Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied Mechanics*, 2, 7 (86), 26–35.
9. Mitropolskii Yu. A. (1997). *Nelineynaya mekhanika. Odnochastotnye koljebaniya [Nonlinear mechanics. Single frequency oscillations]*. Kyiv: Ins.matematiki NAN Ukrainy [in Russian].

Topilnytskyy V.G., Rebot D.P. Study of the dynamics of the vibration type mill for bulk materials fine grinding on the basis of its mathematical model

An effective way to increase the productivity of vibrating mills is the use of mills with complex trajectories of working chambers through the installation of independent drive generators systems of their oscillations.

The purpose of this work is to study, based on a mathematical nonlinear parameterized vibrating mill model for bulk materials fine grinding, the dynamics of the mill for further development of the optimal design of the mill and the choice of optimal modes of its operation. The object of the research is a vibrating mill for fine grinding of materials, which has four independent drives. These drives are placed in pairs around the opposite ends of the working chamber of the mill. Each drive includes an asynchronous electric motor, a coupling elastic coupling and an unbalanced rotating mass. The working chamber of the mill is mounted on an elastic suspension, which can be made in the form of a system of cylindrical springs, springs or air cylinders.

The mathematical model that describes the dynamics of the mill is presented in the form of a system of nonlinear differential equations and its solution - a system of analytical expressions that determine the motion of the points of the mill. These systems include in the form of symbolic symbols all the key parameters of the mill: kinematic, geometric and power. The model is based on the Lagrange equation and asymptotic methods of nonlinear mechanics. With the help of the model it can be found the amplitude of oscillations, speed, acceleration and build the trajectory of an arbitrary point of the working chamber of the mill.

The use of nonlinear mathematical models, which are parametrized and universal, to study the dynamic processes occurring in vibratory mills for bulk materials fine grinding allow, even at the design and construction stage of the mill, to choose its optimal parameters of construction and operation that will ensure maximum efficiency. These models can be used to develop a number of mills of similar structure and operation, which significantly reduces the time, material and energy costs of their design work. The scientific results obtained in this article can be used to solve technical problems in industry.

Key words: *vibrating mill, mathematical model, fine grinding, bulk material, unbalance drive, working chamber, elastic suspension.*

Топільницький Володимир Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (м. Львів), e-mail: topilnyol@gmail.com.

Ребот Дарія Петрівна – кандидат технічних наук, асистент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (м. Львів), e-mail: dasha_kotlyarova@ukr.net.

Стаття подана 10.02.2021 р.