

МЕТОДИ І СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ ЗАДАЧ ШКІЛЬНИХ ВИДАННЯХ ДРУГОЇ ПОЛОВИНИ ХХ СТОЛІТТЯ

Проаналізовано стан вивчення методів і способів розв'язування алгебраїчних задач в курсі загальноосвітньої школи за шкільними задачками, посібниками для вчителів та учнів. Показано, що відсутність системного підходу не сприяє успішному формуванню вмінь та навичок у розв'язуванні алгебраїчних задач. Пропонується в навчальні плани майбутніх вчителів математики включати дисципліну за вибором (спекурс): "Методи і способи розв'язування алгебраїчних задач".

Ключові слова: алгебраїчні задачі, метод, спосіб, алгоритм, операційний склад, підручник, посібник.

ХХ століття – це етап швидких та інтенсивних змін як у суспільному житті, так і в світі абстракцій, зокрема в математиці. Часті, не завжди послідовні реформи, не сприяли стабільності в навчанні підростаючого покоління. Змінювались шкільні програми з математики, зокрема з алгебри, змінювався зміст шкільних підручників і задачників. При цьому перевага надавалась підручникам, підготовка збірників відходила на задній план. Але, не зважаючи на ці обставини, історичний та методичний аналіз спадщини дає неоціненний матеріал як для використання на сьогодні, так і для вибору шляхів розвитку на майбутнє. Тому предметом дослідження вибрано шкільні задачки та збірники задач з алгебри, алгебри і початків аналізу другої половини ХХ століття. Об'єкт дослідження – методи і способи розв'язування алгебраїчних задач, пропонувані у цих посібниках.

Чому вибрано саме цей часовий період? По-перше, в цей період відбувались суттєві зміни в цілях, предметі і методах навчання алгебри, які проходили одночасно з реформуванням системи шкільної освіти. По-друге, в бібліотеках збереглась достатня кількість тогочасних посібників, які при нинішньому дефіциті шкільної літератури доцільно використати в навчальному процесі з врахуванням їх особливостей, недоліків та переваг.

У процесі реформи 70-х років було змінено систему задач та методи їх розв'язання. Замість традиційних арифметичних методів стали використовувати метод складання рівнянь та систем рівнянь. У шкільну програму ЗОШ був включений метод математичної індукції. Основними методами і способами доведення та розв'язання задач були: синтетичний; аналітичний; від супротивного; застосування рівнянь до розв'язування задач (метод рівнянь); графічний метод; математичної індукції, повної індукції; розв'язування рівнянь на основі залежностей між компонентами і результатами дій; за теоремами про рівносильність рівнянь [1].

Проведемо аналіз використання методів та способів розв'язування задач в тогочасних збірників задач і вправ з алгебри, алгебри і початків аналізу. Почнемо з видань, які самими авторами визначені як збірники для учнів (які використовуються в навчальному процесі). Незалежно від того, для якої школи призначений збірник (основної чи старшої), в кожному із видань в тій чи іншій формі згадуються 2-3 методи з визначених нами як основних для вивчення в курсі алгебри загальноосвітньої школи.

У збірнику для 6 – 8-х класів [2] метод складання рівнянь для текстових задач пропонується в матеріалі для 6-го класу; графічний метод – відповідно у 7 класі. Збірник задач для старших класів О. І. Худобіна (з співавторами) оперує тими самими методами: складання рівнянь та графічний.

В цих же збірниках для розв'язання рівнянь, нерівностей та їх систем пропонуються наступні способи та прийоми: виділення повного квадрату; групування; підстановки; алгебраїчного додавання; розкладання на множники; введення нової змінної.

Більш пізній збірник задач з алгебри для 6 – 8-х класів Н. М. Шунди метод рівнянь і графічний метод пропонує розглядати і використовувати в 6-му класі; в 7 – 8 класах ці методи повторюються.

В збірнику С. Є. Ляпіна з співавторами [3] до попередніх двох методів додається метод математичної індукції як метод доведення. Як теоретична основа методу подається трьохетапний план доведення; далі пропонується застосовувати метод математичної індукції до розв'язування задач.

Відомий автор підручників та посібників з алгебри С. Т. Завало у 1975 році видав практикум із розв'язування задач, у якому виділив метод невизначених коефіцієнтів. При цьому послідовно розглядається теоретична основа методу і його зміст, далі проводиться аналіз прикладів розв'язання задач і вправ. Але під заголовком "деякі загальні методи розв'язування рівнянь" автор перераховує способи, вказані вище: заміна невідомих, розкладання на множники, заміна рівняння рівносильним, підстановки, додавання.

В. Н. Литвиненко і А. Г. Мордкович з різницею у п'ять років видали "Практикум з алгебри" [4] і "Практикум з розв'язування задач шкільної математики". У першому посібнику згадуються метод математичної індукції (пояснюється на прикладах), метод інтервалів при розв'язуванні нерівностей та

графічне розв'язання рівнянь і нерівностей. Але відсутній бодай короткий аналіз особливостей названих методів; одні і ті ж способи на різних сторінках називаються і методами і способами. Автори згадують методи хорд та дотичних як наближені методи розв'язування рівнянь та систем рівнянь.

У наступному практикумі авторів Литвиненко В. Н. та Мордкович А. Г. як основний, автори розглядають метод інтервалів. Тут цей метод подається в логічному порядку: спочатку вивчаються теореми про рівносильність, потім приклади вправ на доведення рівносильності, далі приклади розв'язання нерівностей. Подібним чином подається графічний метод розв'язування рівнянь і нерівностей: аналіз переваг і особливостей методу; пояснення особливостей його застосування для рівнянь і нерівностей, потім приклади. Як метод розв'язування нестандартних задач автори пропонують метод підбору.

Посібник для учнів "Як навчитись розв'язувати задачі" авторів Л. М. Фрідмана та Є. Н. Турецького називає три основних методи: складання рівнянь, графічний та повної індукції. Для розв'язання нестандартних задач автори пропонують такі способи і прийоми: складання рівнянь (якщо задача текстова); розбиття задачі на підзадачі; зведення нестандартної задачі до стандартної; заміну змінних.

На сторінці 73 цього посібника виділено заголовком "Методи розв'язування задач", але розглядаються не методи, а типи задач та способи їх розв'язання: розкладання на множники, підстановка, складання рівнянь; в цей перелік включено і графічний метод.

У навчальному посібнику з алгебри для класів з поглибленим вивченням математики [5] (автори М. Л. Галицький, А. М. Гольдман, Л. І. Зварич) використовуються три основних методи: складання рівнянь, графічний та метод математичної індукції. Але ці методи вводяться без пояснення, без алгоритму і операційного складу, тобто вважається, що учні їх повинні знати. Крім того, відсутня єдність та однозначність в термінології: способи розв'язування називаються методами (метод множення, метод заміни змінних і т. д.). Така ж ситуація має місце і в наступному посібнику з алгебри для учнів (О. М. Бровченко "Алгебра. Як розв'язувати задачі"). Графічний метод розглядається з дуже коротким поясненням, а методи рівнянь і математичної індукції вказуються без будь-яких пояснень. У збірнику [6] також виділено два із основних методів – складання рівнянь і графічний.

У збірниках та посібниках із розв'язування задач для вчителів спостерігається аналогічна ситуація: згадуються два-три основних методи, в основному графічний, складання рівнянь і математичної індукції [7, 8, 9]. Впадає в очі відсутність системного підходу до подання методів; один з методів (математичної індукції) подається з поясненнями і теоретичною основою, інший тільки пропонується. Також має місце неоднозначність термінології: спосіб називається методом (метод заміни змінних), а метод способом [8].

Подібна ситуація має місце і в інших виданнях пізніше, у 1973-80-х рр. [10, 11]. Методи або тільки вказуються, або розглядаються на прикладах, з яких незрозуміло, чому вибрано саме цей метод і які його особливості та переваги.

Наприклад, в посібнику Ф. А. Бартенева [10] на сторінці 67 говориться про важливість розв'язування задач різними методами і способами, далі розглядаються п'ять прикладів, з яких зовсім незрозумілі принципи вибору розглянутих способів.

Збірник задач Л. В. Кованцової та І. Г. Малишева відрізняється тим, що в перелік із трьох основних методів включено метод інтервалів.

В одному із останніх радянських посібників із розв'язування задач для вчителів [12], автори О. Г. Гайштут та Г. М. Литвиненко, як основні, подаються методи інтервалів, невизначених коефіцієнтів та графічний. На відміну від попередніх видань, ці методи подаються або з поясненнями на конкретних прикладах, або з алгоритмом. Зокрема, для графічного методу пропонується алгоритм використання, який складається з п'яти етапів.

Окремою групою у посібнику виділені способи розв'язування рівнянь і систем рівнянь: введення допоміжного невідомого; зведення рівняння до однорідного; доповнення до повного квадрату; похідної пропорції; піднесення до квадрату; підстановки; порівняння; спосіб визначників; домноження; почленне додавання; заміна рівняння рівносильним. Але на жаль, і в цьому виданні має місце типова вада – неоднозначність термінології.

Статистичний аналіз частоти використання переважних методів розв'язування алгебраїчних задач в збірниках та посібниках різних років видання проводився за умови, що вся сума посилань на методи складає 100%. Тоді відсоткове співвідношення частоти для виділених нами основних методів виглядає як:

- 1) графічний метод – 38%;
- 2) складання рівнянь – 32%;
- 3) математичної індукції – 18%;
- 4) інтервалів – 8%;
- 5) невизначених коефіцієнтів – 4%.

Серед способів розв'язування рівнянь і систем рівнянь найбільш поширені:

- 1) розкладання на множники – 20%;
- 2) підстановки – 17%;
- 3) введення нової змінної – 17%;
- 4) алгебраїчного додавання – 14%;
- 5) домноження – 11%;

б) заміна рівняння рівносильним – 10%.

Крім цих способів, є посилання на доведення від супротивного, виділення повного квадрату, порівняння та ін.

У 1974 році в Мінську було видано навчальний посібник О. Б. Василевського для студентів математичних спеціальностей педвузів, присвячений методам розв'язування математичних задач, зокрема задач з алгебри, алгебри і початків аналізу. Розглядалися задачі, наведені в шкільних підручниках, а також олімпіадні задачі і задачі з вступних екзаменів у вузи. Першими в посібнику наводяться метод математичної індукції та метод залишків. Виклад кожного з методів починається коротким (в декілька рядків) теоретичним обґрунтуванням методу, настільки коротким, що сутність методу, його можливості та особливості зрозуміти дуже важко. Не виділені в посібнику і алгоритми чи правила-орієнтири методів та способів розв'язування задач, які використовуються. Далі, теж коротко, на прикладі однієї задачі, розглядається доведення методом від супротивного.

При визначенні цілих коренів рівнянь та систем рівнянь згадується спосіб розкладання виразів на множники. До числа методів аналізу функцій автор відносить і метод спроб. При доведенні нерівностей використовуються метод математичної індукції, метод похідної, спосіб заміни змінних та метод інтервалів. Завершується перелік графічним методом розв'язування рівнянь та нерівностей. Як бачимо, і в цьому посібнику відсутні аналіз, систематизація та обґрунтування методів і способів розв'язування алгебраїчних задач. Тобто, апріорі вважається, що студент повинен знати основні методи та способи і вміти їх використовувати. Але в школі цілеспрямовано методи і способи розв'язування алгебраїчних задач не вивчаються, усе залежить від індивідуальних знань, підготовки та ерудиції самого вчителя.

Зазначимо, що в цей період методи і способи розв'язування алгебраїчних задач в методичних посібниках подаються в основному через приклади, тобто на прикладі розв'язування конкретних задач. Тому вчителям, і відповідно учням, незрозуміло, чому вибрано цей метод чи спосіб, а не інший; чому даним методом розв'язується ця, а не інша задача; їм важко перенести цей метод на іншу задачу.

Реформа шкільної освіти, проведена у 80-х роках, нічого не змінила в підходах до вивчення методів і способів розв'язування задач в курсі алгебри, алгебри і початків аналізу середньої загальноосвітньої школи.

Розв'язування задач іде переважно за шаблоном. Відсутня цілеспрямована робота вчителя з формування навичок і вмінь учнів критично оцінювати хід розв'язання задачі і здійснювати перевірку одержаного розв'язку, не кажучи вже про вибір раціонального способу розв'язання. Задачі використовуються переважно для закріплення теоретичних знань. При аналізі плану розв'язання задачі пропонується використати знайомий (вам) метод чи прийом; вибрати один із відомих учням методів, але самі методи не розглядаються і навіть не називаються. Вказується на метод розбиття задачі на декілька простіших задач. Розглядається багатоваріантність розв'язування задач і наводиться на прикладі розв'язання однієї задачі декількома способами, серед яких: арифметичний спосіб; метод хибного положення; метод пропорцій; метод рівнянь.

В основі викладання матеріалу на той час лежать теоретико-множинні поняття. У 80-ті роки виходять посібники, присвячені розв'язуванню задач, в яких пропонується розв'язувати задачі такими методами та способами: спосіб підбору, графічний метод, спосіб підстановки, доведення методом від супротивного, спосіб розкладання на множники, винесення спільного множника за дужки та групування, спосіб алгебраїчного додавання, спосіб рівносильних перетворень, спосіб нерівносильних перетворень, метод послідовного виключення невідомих, метод проміжків, метод повної індукції, метод математичної індукції, метод інтервалів, спосіб, заснований на принципі Діріхле.

В останньому десятиріччі ХХ ст. в загальноосвітній школі склалась практика вивчення математики, зокрема алгебри, алгебри та початків аналізу за програмами, в основу яких було покладено певний підручник. Різне авторське бачення курсу алгебри в поєднанні з індивідуальними особливостями вчителя приводять в результаті до великих розбіжностей в теоретичних знаннях, навичках і вміннях учнів, зокрема при розв'язуванні задач з алгебри, алгебри і початків аналізу.

Тому вважаємо необхідним ввести до шкільного курсу алгебри, алгебри і початків аналізу цілеспрямоване вивчення основних методів і способів розв'язування алгебраїчних задач. Для цього, відповідно, необхідна підготовка студентів – майбутніх вчителів математики, шляхом упровадження в навчальний процес дисципліни за вибором (спецкурсу): "Методи і способи розв'язування алгебраїчних задач".

Використані джерела

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики. – К.: Вища школа, 1977. – 376 с.
2. Колягин Ю. М., Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. Сборник задач и упражнений по алгебре для 6-8 классов: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1976. – 246 с.

3. Ляпин С. Е., Баранова И. В., Борчугова З. Г. Сборник задач по элементарной алгебре. – М.: Просвещение, 1973. – 351 с.
4. Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по алгебре. – М.: Просвещение, 1976. – 215 с.
5. Галицкий М. Л., Гольдман А. М., Зварич Л. И. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. – М.: Просвещение, 1992. – 271 с.
6. Слєпкань З./І., Горохольська А. В., Волянська О. Є. Збірник задач з алгебри і початків аналізу: Навчальний посібник для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2003. – 240 с.
7. Шахно К. У. Сборник задач по элементарной математике повышенной трудности. – Минск: Высшая школа, 1967. – 478 с.
8. Богданов И. М., Петраков И. С. Сборник задач по алгебре. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1971. – 183 с.
9. Кострикина Н. П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7-9 классов: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 239 с.
10. Бартенев Ф. А. Нестандартные задачи по алгебре и элементарным функциям. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1973. – 448 с.
11. Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубинчук О. С. Алгебра і початки аналізу /Навч. посібник для середніх ПТУ. – К.: Вища школа, 1992. – 479 с.
12. Гайштут О. Г., Литвиненко Г. М. Розв'язування алгебраїчних задач. – К.: Рад. школа, 1991. – 224 с.

NakM.M.

**METHODS AND WAYS OF SOLVING ALGEBRAIC PROBLEMS
IN SCHOOL PUBLICATIONS OF THE SECOND HALF
OF THE TWENTIETH CENTURY**

Analyzes the State of the study of methods and ways of solving algebraic tasks in the course of the secondary school for the school zadačnikami, manuals for teachers and students. It is shown that the lack of a systematic approach is not conducive to the successful formation of skills and skills in starting a algebraic problems. Offered in the curricula of future teachers of mathematics include the discipline of your choice (special course): "methods and ways of solving algebraic problems".

Key words: *algebraic problem, method, algorithm, operating structure, textbooks and manuals.*

Стаття надійшла до редакції 29.08.2013 р.

