

Н.А. ТКАЧУК, д. т. н., проф., зав. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»;
А.В. МАРТЫНЕНКО, м.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»;
А.Ю. ВАСИЛЬЕВ, м.н. с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»;
А.В. ГРАБОВСКИЙ, к.т.н., н. с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРТИЛЛЕРИЙСКИХ СТВОЛОВ

У статті на модельному прикладі досліджуються динамічні процеси та напружено-деформований стан артилерійських стволів.

Ключові слова: напружено-деформований стан, артилерійський ствол, рухоме навантаження, міцність

В статье на модельном примере исследуются динамические процессы и напряженно-деформированное состояние артиллерийских стволов.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, артиллерийский ствол, движущаяся нагрузка, прочность

In this paper there are investigated dynamic processes and stress-strain state of artillery barrels.

Keywords: stress-strain state, artillery barrel, moving loading, strength

Введение. Традиционные подходы к проектированию и технологии изготовления сложных машиностроительных конструкций на определенном этапе развития, как правило, исчерпывают свой потенциал. С целью повышения технических характеристик тех или иных изделий необходимо прибегать либо к новым конструктивным решениям, либо к более совершенным технологическим приемам, что, в свою очередь, сопряжено с исследованием поведения более сложных физико-механических процессов при их эксплуатации и производстве. При этом приходится совершенствовать, в первую очередь, расчетные модели и подходы к математическому и численному исследованию сложных механических процессов и состояний в тех или иных объектах.

Ярким примером такой ситуации являются стволы артиллерийских орудий. Длительная история артиллерийских систем, а также их огромное значение в обеспечении боевых возможностей вооруженных сил, обусловили огромное внимание и к их технологии изготовления, и к режимам боевого применения [1, 2]. Это предопределило и прогрессивные технологические приемы при изготовки, выбор материала для изготовления стволов, их обработку, конструктивные варианты исполнения отдельных фрагментов и компоновку, а также внимание к системам наведения и стабилизации [1, 2].

В то же время отдельные вопросы появляются в настоящее время в связи с интенсификацией режимов боевого применения артиллерийских систем. В ча-

стности, в отношении исследования систем управления танковыми пушками открытым остается вопрос совершенствования математической модели динамического объекта «ствол – снаряд», поскольку эта часть общей системы в момент производства выстрела является неуправляемой, а возникающие за короткий период возмущения могут быть значительными с точки зрения влияния на точность стрельбы. Другим очень важным вопросом является уточнение динамического напряженно-деформированного состояния (НДС) ствола под действием кратковременного воздействия перемещающейся вслед за выталкиваемым снарядом нагрузки от давления пороховых газов на его внутреннюю поверхность. Эти задачи приобретают все большее значение с ростом требований к дальности и точности стрельбы.

Целью данной работы является разработка математической и численной модели напряженно-деформированного состояния ствола артиллерийского орудия и его поперечных колебаний в процессе производства выстрела.

Постановка задачи.

Рассмотрим модельный объект в виде тела вращения (рис. 1). Ось канала ствола определяет связанную с ним систему координат $Oxyz$. Ось x – вдоль канала ствола, ось z – перпендикулярна к ней и расположена в вертикальной плоскости. Под действием образующихся от

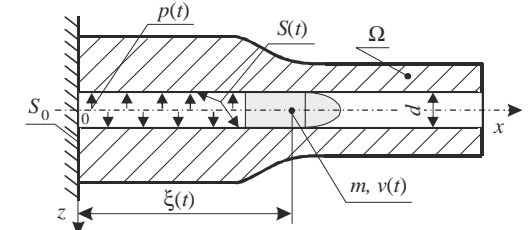


Рисунок 1 – Модель исследуемого объекта

момента начала горения пороховых газов $t=0$ давлений $p(t)$ снаряд массы m движется, ускоряясь в канале ствола. Его текущее положение $\xi(t)$ и скорость $v(t)$ определяются создаваемым давлением $p(t)$. Отвлекаясь от вариантов распределения $p(t)$, а также конструктивного исполнения (т.е. формы области Ω) ствола, приходим к следующим модельным задачам.

Задача 1. *Динамическое напряженно-деформированное состояние ствола.* Заданы $p(t)$, $\xi(t)$, $v(t)$, масса снаряда m , калибр d и Ω (см. рис. 1). Соответственно, задается область $S(t)$ – нагружаемая часть внутренней поверхности канала ствола.

Вводя в рассмотрение цилиндрическую систему координат $Ox\varphi$ ($x \equiv x$, $r|_{\varphi=0} \equiv z$) для области Ω (компоненты вектора перемещений $\mathbf{u} = \{u_r, u_\varphi, u_x\}$), получаем систему уравнений

© Н.А. Ткачук, А.В. Мартыненко,
 А.Ю. Васильев, А.В. Грабовский, 2013

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r}; \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \\ \varepsilon_{rx} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right); \quad \varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right); \\ \varepsilon_{\varphi x} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_x}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial x} \right); \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial x} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} + F_r &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{\varphi x}}{\partial x} + \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} + F_\varphi &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{\varphi x}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\sigma_{rx}}{r} + F_x &= 0, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где ε, σ – компоненты тензора деформации и напряжений, связанные обобщенным законом Гука [3]:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (2)$$

где E – компоненты тензора, определяющиеся для изотропного тела через параметры Ляме λ, μ материала следующим образом [3]:

$$E_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu \delta_{ik} \delta_{jl}. \quad (3)$$

Здесь δ_{ij} – символ Кронекера.

Уравнения (1) дополняются граничными условиями (см. рис. 1):

$$u|_{S_0} = 0, \quad \sigma_\kappa|_{S(t)} = -p(t). \quad (4)$$

Здесь $u = \{u_r, u_\varphi, u_x\}^T$ – вектор перемещений точек Ω .

Соотношения (1)–(4) в силу заявленной ранее зависимости $S = S(t)$ являются функциями времени. Кроме того, компоненты объемных сил $\vec{F} = \{F_r, F_\varphi, F_x\}^T$ дополняются инерционным слагаемым

$$\vec{F} = \rho \vec{g} - \rho \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2}, \quad (5)$$

где ρ – плотность материала, \vec{g} – вектор действия и величина гравитационной компоненты ускорения свободного падения.

В дополнение точки области Ω характеризуются начальными скоростями:

$$\frac{d\vec{u}}{dt}|_{\Omega} = 0 \text{ при } t = 0. \quad (6)$$

Соотношения (1)–(6) задают некоторую начально-краевую задачу, при решении которой получаем динамическое напряженно-деформированное состояние области в Ω . Если при этом отвлечься от особенностей пространственной геометрии и принять Ω как тело вращения, то соотношения (1)–(6) упростятся, лишившись зависимости от угловой координаты φ .

Задача 2. Поперечные колебания ствола. Преследуя цель построить модель первого приближения, рассмотрим ствол танковой пушки в виде консоли защемленного слева стержня длиной l , с постоянной изгибной жесткостью EI и погонной массой μ . Вдоль ствола со скоростью $v(t)$ движется тяжелый груз (снаряд) массой m . Текущее положение $\zeta(t)$ и $v(t)$ определяются законом действия пороховых газов, и здесь, как и ранее, считаются заданными. Задан также угол наклона пушки в вертикальной плоскости α (рис. 2).

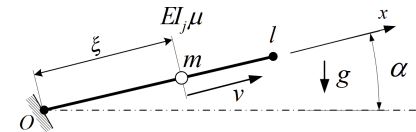


Рисунок 2 – Расчетная схема колебаний ствола

ются законом действия пороховых газов, и здесь, как и ранее, считаются заданными. Задан также угол наклона пушки в вертикальной плоскости α (рис. 2).

Тогда полные перемещения точек оси канала ствола (прогиб W_Σ) можно представить как сумму статического

W_0 и динамического W прогибов:

$$W_\Sigma = W_0(x) + W(x, t). \quad (7)$$

Здесь прогибы $W_0(x)$ удовлетворяют уравнению

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = \mu g^\wedge, \quad g^\wedge = g \cos \alpha, \quad (8)$$

и граничным условиям

$$W_0(0) = W_0'(0) = 0, \quad W_0''(l) = W_0'''(l) = 0, \quad (9)$$

а динамические $W(x, t)$ – уравнению

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = P, \quad (10)$$

а также крайним условиям типа (9) и начальным условиям

$$W(x, 0) = \dot{W}(x, 0) = 0 \quad \forall x. \quad (11)$$

В выражении (10) $P = P(\xi(t), t)$ – перемещаемая нагрузка [4],

$$P(\xi(t), t) = \delta(\xi(t)) \cdot \left[mg^{\wedge} - m \frac{d^2 W_{\Sigma}}{dt^2} \right] \quad (12)$$

где полная (субстанциональная) производная в правой части (12) равна:

$$\frac{d^2 W_{\Sigma}}{dt^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 W_{\Sigma}}{\partial x^2}. \quad (13)$$

В выражении (13), в отличие от традиционных постановок [4], последнее слагаемое учитывает влияние статического прогиба на динамическую составляющую ускорения.

Рассмотрим способы получения решений уравнений (8) и (10). Решение уравнения (8) принимает вид:

$$W_0 = \frac{1}{24} C_1 x^4 + C_2 + C_3 x + C_4 x^2 + C_5 x^3; \quad C_1 = \frac{\mu g^{\wedge}}{EI}. \quad (14)$$

С учетом (9) $C_2 = C_3 = 0$, $C_4 = -(C_1 \frac{l^2}{2} + 6C_5 l) / 2$, $C_5 = -C_1 l / 6$.

Решение (10) отыскивается в виде [4]:

$$W = \sum_k f_k(t) \cdot \varphi_k(x), \quad k = 1, 2, \dots \quad (15)$$

где $\varphi_k(x)$ – собственные формы колебаний стержня [5]:

$$EI \varphi_k^{IV} - \omega^2 \mu \varphi_k = 0, \quad \varphi_k^{IV}(x) - k^4 \mu \varphi_k(x) = 0, \quad k^4 = \frac{\mu \omega^2}{EI}. \quad (16)$$

Решение (16) представляет собой линейную комбинацию функций Крылова K_i [5]:

$$K_1 = S = \frac{1}{2} [ch(kx) + \cos(kx)], \quad K_2 = T = \frac{1}{2} [sh(kx) + \sin(kx)], \quad (17)$$

$$K_3 = U = \frac{1}{2} [ch(kx) - \cos(kx)], \quad K_4 = V = \frac{1}{2} [sh(kx) - \sin(kx)].$$

С учетом краевых условий (9), получаем:

$$\{C \cdot S(k, l) + D \cdot T(k, l) = 0; C \cdot V(k, l) + D \cdot S(k, l) = 0, \quad (18)$$

где C, D – искомые константы для определения собственных функций φ_k .

Тогда условие

$$S^2 - T(k, l)V(k, l) = 0, \quad \text{или} \quad ch(kl)\cos(kl) + 1 = 0, \quad (19)$$

задает характеристическое уравнение для kl [5], решение которого

$$kl = \{1, 875; 4, 694; 7, 855; 10, 996; \dots\}. \quad (20)$$

Тогда

$$\lambda_i = \frac{D}{C} = -\frac{S(k_i, l)}{T(k_i, l)} = -\frac{V(k_i, l)}{S(k_i, l)}, \quad (21)$$

и собственные формы определяются как

$$\varphi_i = C[U(k_i x) - \lambda V(k_i x)], \quad (22)$$

где C – произвольная константа.

Записав (10) в виде

$$EI \sum_k \varphi_i^{IV} k_i^4 f_i(t) + \mu \sum_k \varphi_i \ddot{f}_i - P(\xi, t) = 0, \quad (23)$$

где $\dot{\varphi}_i = \frac{d\varphi_i}{d(k_i x)}$, для получения решения (23) можно использовать метод Галеркина с базисными функциями $\varphi_s(k_s x)$. Тогда, умножая левую и правую части (23) на φ_s и интегрируя в пределах $[0; l]$ получаем набор дифференциальных уравнений относительно искомых функций $f_i(t)$. В частности, для случая удержания одной собственной формы в разложении (15) получаем:

$$R^{(1)} \ddot{f}_i + R^{(2)} \dot{f}_i + R^{(3)} f_i + R^{(4)} = 0, \quad (24)$$

где коэффициенты $R_i^{(*)}$ определяются соответствующим интегрированием множителей при функциях производных f :

$$\int_0^l [*] \cdot \varphi(kx) dx = 0, \quad (25)$$

где $[*]$ – левая часть выражения (23), а $\varphi = \varphi_i(k_i x)$.

Интегрирование (24) при начальных $f_i(0) = \dot{f}_i(0) = 0$ дает возможность определить итоговое решение (15).

В ряде задач о влиянии перемещающихся грузов [4] на поперечные колебания стержней решение задачи сводится к установлению асимптотического характера поведения $f_i(t)$ и, соответственно, устойчивости или неустойчивости результирующего движения (15). В данном же случае в силу того, что между отдельными выстрелами проходит значительное время, интерес представляет как раз отыскание конкретной пространственно-временной реали-

зации поперечных колебаний. Особенно интересует отклонение ствола от номинального значения в момент схождения снаряда со ствола ($\zeta(t)=l$), а также угол отклонения снаряда от номинального направления на цель. Эти величины нетрудно вычислить, имея в распоряжении (15).

Заключение. Представленный в работе подход к анализу поперечных колебаний и напряженно-деформированного состояния орудийных стволов дает возможность численного определения составляющих погрешности при производстве выстрелов, обусловленных поперечным движением канала ствола вследствие изгиба относительно номинального положения на цель, а также прочности самого ствола при единичном воздействии или по результатам накопления повреждаемости на протяжении серии выстрелов. В дальнейшем предполагается применить разработанные модели для оценки колебаний и напряженно-деформируемого состояния стволов современных артиллерийских систем.

Список литературы: 1. Широкопад А. Б. Энциклопедия отечественной артиллерии. – М: Харвест, 2000. – 1188 с. 2. Александрова И.Е., Александрова Т.Е. К вопросу синтеза робастного стабилизатора танковой пушки с использованием аппарата функций чувствительности // Механiка та машинобудування. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2012. – № 1. – С. 71-80. 3. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твёрдого тела. — М.: Наука, 1988. — 712 с. 4. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: : Гос. издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 600 с. 5. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М. : Гос. изд-во технико-теорет. лит-ры, 1958 - 628 с.

Надійшла до редколегії 12.04.13