Для систем керування кристалізацією пропонується підхід до синтезу регулятора низького порядку на основі редукції моделі функції додаткової чутливості методом наближення по ганкелевій нормі, який дає високу точність наближення редуцированої системи

Ключові слова: монокристал, метод Чохральського, синтез регулятора, редукція моделі

Для систем управления кристаллизацией предложен подход к синтезу регулятора низкого порядка на основе редукции модели функции дополнительной чувствительности методом приближения по ганкелевой норме, который дает высокую точность приближения редуцированной системы

Ключевые слова: монокристалл, метод Чохральского, синтез регулятора, редукция модели

The approach to the synthesis of low-order controller for the crystallization control systems based on the reduction of the model features a complementary sensitivity function by the method of approximation in Hankel norm have been proposed. This method gives higher accuracy of approximation of the reduced system

Key words: monocrystal, Czochralski method, the synthesis controller, the reduction of the model

УДК 621.3.078.3

РЕДУКЦИЯ МОДЕЛИ ПРИ СИНТЕЗЕ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ КРИСТАЛЛИЗАЦИЕЙ

В.С. Суздаль
Ведущий научный сотрудник, доктор технических наук*
Контактный тел:. (057) 337-52-05, (057) 341-01-45
E-mail: suzdal @ isma. kharkov. ua

Ю.М. Епифанов
Старший научный сотрудник, кандидат технических наук*
Контактный тел:. (0572) 92-80-25, (057) 341-04-27
E-mail: suzdal @ isma. kharkov. ua
*Отдел технологии выращивания монокристаллов
Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины
пр. Ленина, 60, г. Харьков, 61001

1. Введение

При проектировании систем управления для процессов кристаллизации широко используется подход, связанный с предварительным синтезом робастного регулятора произвольной структуры, используя любые современные методы, и дальнейшее редуцирование модели регулятора к реализуемому регулятору низкого порядка [3].

Задачи редукции модели являются классическим в теории управления системами большого порядка. Базовой идеологией редукции математических моделей является минимизация некоторого специальным образом определенного «расстояния» от исходной модели до результата редукции. В качестве таких расстояний используются различные варианты матричных норм для разности передаточных матриц исходной и редуцированной системы.

Например, может быть использована норма H_∞ или максимальное ганкелево сингулярное значение (число).

В статье рассматриваются вопросы использования редукции модели на основе декомпозиции сингулярных чисел при решении задач робастного управления кристаллизацией.

2. Синтез робастного регулятора

Проведем синтез робастного регулятора H_∞ - методом формирования контура [4]. Пусть замкнутой системе управления соответствует стандартный объект управления вида

$$\begin{bmatrix} z_1(s) \\ z_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_y & W_2G(s)W_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d_1(s) \\ d_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_2G(s)W_1 \\ I_u \end{bmatrix} u(s), \quad (1)$$

$$y(s) = \begin{bmatrix} I_y & W_2G(s)W_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d_1(s) \\ d_2(s) \end{bmatrix} + W_2G(s)W_1u(s),$$

где d_1 – сигнал на выходе объекта управления G и d_2 – сигнал на входе, z_1 – выход замкнутой системы, определяемый измеряемый выход объекта y, а z_2 – выход, определяемый управлением u, которое формируется регулятором K_∞ в обратной связи, I_y и I_u – единичные матрицы соответствующей размерности.

Передаточная функция замкнутой системы с объектом управления G и регулятором K_∞ в обратной связи от всех внешних входов $w=\left[d_1^T, d_2^T\right]$ к выходам замкнутой системы $z=\left[y^T, u^T\right]$ определяется выражением

$$T_{wz}(G_sK_\infty)=\begin{bmatrix}(I-G_sK_\infty)^{-1} & (I-G_sK_\infty)^{-1}G_s \\ K_\infty(I-G_sK_\infty)^{-1} & K_\infty(I-G_sK_\infty)^{-1}G_s\end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $G_s=W_2GW_1$ – обобщенный объект управления.

Математическая постановка задачи синтеза регулятора $K(s)$ формулируется как задача H_∞ - оптимизации, т.е. для стандартного объекта управления (1) и формирующих функций W_1 и W_2 необходимо синтезировать регулятор $K(s)$ в виде ОС по измеряемому выходу $u(s)=K(s)y(s)$, обеспечивающий минимально возможное значение γ для H_∞ - нормы передаточной функции замкнутой системы T_{wz}

$$\left\|T_{wz}(G_sK_\infty)\right\|_\infty=\gamma_{\min}. \quad (3)$$

При синтезе регулятора методом формирования контура задаются формирующие функции префильтра W_1, постфильтра W_2 и формируется обобщенный объект $G_s=W_2GW_1$, который задает желаемые частотные характеристики разомкнутой системы; Решается задача H_∞ - оптимизации для обобщенного объекта G_s и определяется величина максимального запаса робастной устойчивости $\varepsilon_{\max}=\gamma_{\min}^{-1}$. Если величина максимального запаса робастной устойчивости $\varepsilon_{\max}<0.5$, то искомый регулятор определяется в виде $K=W_1K_\infty W_2$.

На промышленных установках типа "РОСТ" выращивают крупногабаритные монокристаллы методом Чохральского, в которых для оценки диаметра растущего кристалла применяют метод измерения падения уровня расплава в результате быстрого дискретного подъема кристалла из расплава на малую величину [1]. Для интервала выращивания монокристалла CsI диаметром 320 мм номинальная передаточная функция канала «температура донного нагревателя – диаметр растущего монокристалла» как объекта управления [2]:

$$G(s)=(5.991s^4+0.2215s^3+0.00265s^2+$$
$$+1.051e-005s+1.723e-009)/(s^4+$$
$$+0.02571s^3+0.0007632s^2+3.368e-006s+6.57e-009).$$

Синтез регулятора проводился с использованием команды hinfmix из пакета решения линейных матричных неравенств LMI Control Toolbox среды MATLAB с префильтром $W_1=0.23/(6.013s+0.001)$ и постфильтром $W_2=17$. В результате синтеза получен регулятор K_∞ при $\varepsilon_{\max}=0.1115$. Регулятор K_∞ 5-го порядка. Регулятор K 6-го порядка. Замкнутая система управления 10-го порядка.

Базисом для H_∞ - формирования контура является тот факт, что K_∞ не модифицирует желаемую форму контура существенным образом на низких и высоких частотах, если достигнутая $\varepsilon_{\max}$ является достаточно малой величиной. Результаты синтеза характеризуют удовлетворительную оценку совместимости требований между качеством переходных процессов и робастной устойчивостью замкнутой системы, а также близость АЧХ обобщенного объекта и разомкнутой системы с синтезированным регулятором полного порядка. Это подтверждается графиками АЧХ обобщенного объекта $G_s=W_2GW_1$ и разомкнутой системы G_sK_∞, приведенных на рис. 1.

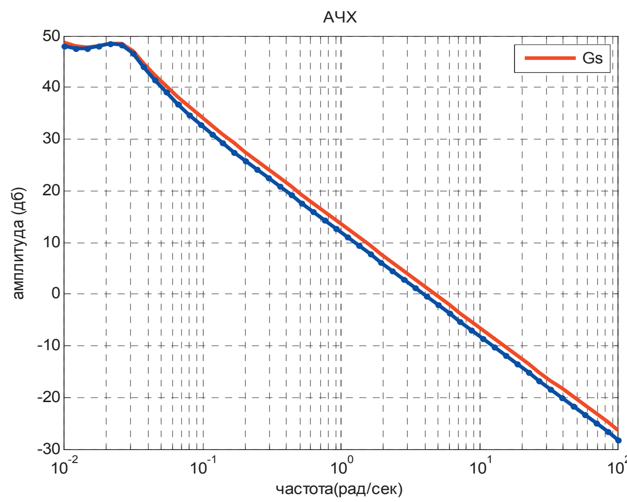

Рис. 1. АЧХ обобщенного объекта $G_s=W_2GW_1$ и G_sK_∞

На рис. 2 приведены АЧХ функции дополнительной чувствительности замкнутой системы и функции чувствительности с регулятором K и номинальным ОУ. Из рис. 2 следует, что АЧХ функции чувствительности $S(j\omega)$ имеют наклон примерно 20 дБ/дек на низких частотах и остаются меньше 0 дБ для частот меньших чем 10^1 рад/сек без подъема функции чувствительности на более высоких частотах, что характеризует удовлетворительное подавление возмущений на низких частотах и низкую колебательность замкнутой системы. Это очень важно, так как в рассматриваемой системе основное возмущение на низких частотах – это колебания уровня расплава с частотой 1.0-5.0 рад/сек.

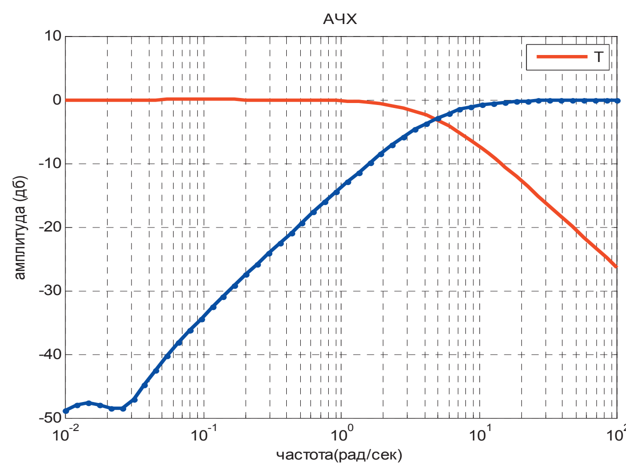

Рис. 2. АЧХ функции дополнительной чувствительности T и функции чувствительности S

Анализ $T(j\omega)$ функции дополнительной чувствительности показывает аналогичные результаты: в системе будет обеспечено подавление высокочастотных внешних возмущений, в частности, шумов измерений, высокое демпфирование замкнутой системы и робастность относительно мультипликативной неопределенности в модели объекта управления.

3. Редукция модели

Для динамической системы в пространстве состояний редуцированную модель пониженного порядка можно получить отсечением, т. е. отбрасыванием «лишних» уравнений. Здесь эффективным является метод сбалансированного отсечения [5]. В этом методе проводится преобразование реализации модели в пространстве состояний $(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D})$ к специальной системе координат, известной как сбалансированные координаты, например, с помощью команды balreal пакета программ Control System Toolbox. Команда balreal формирует из исходной системы сбалансированную по входам и выходам модель системы в пространстве состояний с равными и диагональными граммианами управляемости и наблюдаемости.

Если какие-то элементы диагонали граммиана намного меньше остальных, то это означает, что соответствующие состояния могут быть удалены без заметного влияния на характеристики вход-выход модели. Для этой цели можно использовать команду modred.

Для сбалансированной модели синтезированного регулятора K_∞ 5-го порядка граммиан g=diag(0.9741 0.1288 0.0856 0.0612 0.05388). Сравним исходную замкнутую систему управления 10-го порядка с системой с редуцированным регулятором разного порядка, для этого сравним ганкелевы нормы разности исходной и редуцированной системы. Поскольку ганкелева норма определяется как максимальное ганкелево сингулярное число, то ее значение получим с помощью функции sysbal. В табл. 1 приведены ганкелевы нормы разности исходной системы и системы с редуцированным регулятор K_∞.

Таким образом, наилучшим приближением к исходной системе при использовании метода сбалансированного отсечения является редуцированная система 7-го порядка.

Таблица 1

Ганкелевы нормы разности исходной и редуцированной систем (метод сбалансированного отсечения)

Порядок регулятора K	5	4	3	2
Порядок замкнутой системы	9	8	7	6
Ганкелева норма разности систем	0.0244	0.0305	0.0121	0.0453

Может быть использован и другой подход к редукции системы. Известно, что для работы с устойчивыми системами могут быть использованы функции sysbal и hankmr пакета μ-Tools MATLAB, которые могут быть применены для редукции модели методом приближения по ганкелевой норме. Функция sysbal строит сбалансированную реализацию для заданной системы, которая связана с граммианами управляемости и наблюдаемости.

Понижение порядка модели происходит, если ганкелевы сингулярные значения системы оказываются меньше заданного числа tol. Набор ганкелевых сингулярных значений, не удовлетворяющих этому условию, является выходным аргументом функции sysbal. Полученные сингулярные значения могут быть использованы для проведения дальнейшей редукции модели. Функцией hankmr систему полного порядка можно редуцировать до системы, являющейся оптимальным приближением ганкелевой нормы желаемого порядка k. Входным аргументом функции hankmr является сбалансированная реализация исходной системы, а также ее ганкелевы сингулярные значения, предварительно найденные с помощью функции sysbal.

В табл. 2 приведены ганкелевы нормы разности исходной и редуцированной систем при использовании для редукции замкнутой системы функции hankmr.

Таблица 2

Ганкелевы нормы разности исходной и редуцированной систем (метод приближения по ганкелевой норме)

Порядок замкнутой системы	9	8	7	6
Ганкелева норма разности систем	1.1004e-008	4.5357e-008	3.0166e-007	1.3175e-006

Таким образом, редукция замкнутой системы методом приближения по ганкелевой норме дает более высокую точность приближения редуцированной системы к исходной.

Ниже приведены передаточные функции исходного регулятора K полного порядка (4) и передаточные функции регуляторов, редуцированных методом сбалансированного отсечения (5) и методом приближения по ганкелевой норме (6) в замкнутой системе 7-го порядка.

$$\begin{aligned}K(s) &= (2.06s^5 + 2.893e005s^4 + 8804s^3 + 120.3s^2 + \\ &+0.3872s + 7.344e-005)/(s^6 + 3.648e005s^5 + \\ &+1.366e004s^4 + 168.1s^3 + 0.685s^2 + \\ &+0.00022s + 1.84e-008)\end{aligned} \tag{4}$$

$$K_{r1}(s) = \frac{2.098s^2 + 3.422e005s + 1.38e004}{s^3 + 4.116e005s^2 + 2.085e004s + 3.456} \tag{5}$$

$$K_{r2} = \frac{-5.035e-008s^3 + 2.116s^2 + 3.066e005s + 413.2}{s^3 + 3.866e005s^2 + 3233s + 0.5352} \tag{6}$$

Исследования устойчивости и качественных характеристик системы управления полного порядка и систем 7-го порядка (с редуцированными регуляторами), синтезированных для управления кристаллизацией, показывают, что они вполне приемлемы к использованию, что можно объяснить достаточно высокой точностью редукции модели на основе декомпозиции сингулярных чисел для решения рассматриваемой задачи и динамикой процесса выращивания крупногабаритных монокристаллов.

4. Выводы

Для систем управления кристаллизацией предложен подход к синтезу регулятора низкого порядка на основе редукции модели функции дополнительной чувствительности методом приближения по ганкелевой норме, который дает высокую точность приближения редуцированной системы к исходной системе.

Литература

1. Суздаль В.С. Сцинтилляционные монокристаллы: автоматизированное выращивание. / В.С. Суздаль, П.Е. Стадник, Л.И. Герасимчук, Ю.М. Епифанов // Сер. Состояние и перспективы развития функцион. матер. для науки и техники. – Харьков: ИСМА, 2009.– 260 с.
2. Суздаль В.С. Параметрическая идентификация VARMAX моделей процесса кристаллизации крупногабаритных монокристаллов / В.С. Суздаль, Ю. М. Епифанов, А.В. Соболев, И.И. Тавровский // Нові технології. Науковий вісник Кременчуцького університету економіки, інформаційних технологій і управління. – 2009. – №4(26). – С. 23–29.
3. Tan W. PID tuning based on loop-shaping H_∞ control / Tan W.; Liu J.Z., Tarn P.K.S. / IEE Proceedings on Control and Applications – 1998, Vol. 145. – P. 485–490.
4. Mcfarlane D.C. Loop Shaping Design Procedure Using $H\infty$ Synthesis / Mcfarlane D.C. Glover K. // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1992,Vol. 37. – №6. – PP. 759-769.
5. Moore B.C. Principal component analysis in linear systems: controllability, observability and model reduction / Moore B.C. // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1981,Vol. AC-26. – P. 17-32.