

## ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛІ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ШАРУВАТО-ВОЛОКНИСТИХ МАТЕРІАЛІВ ІЗ ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНИМИ КОМПОНЕНТАМИ

Запропоновано модель нелінійного деформування шарувато-волокнистих матеріалів косокутного навантаження з фізично нелінійними компонентами. Побудовано алгоритм для визначення їх ефективних деформативних властивостей і напружено-деформованого стану. Досліджено нелінійне деформування шаруватого-волокнистих композитних матеріалів. Одержано криві деформування для різних видів простого навантаження. Досліджено вплив нелінійності компонентів та величини кута намотування на деформування композита. Встановлено, що нелінійність компонентів та величина кута намотування суттєво впливають на ефективні деформативні властивості та напружено-деформований стан шарувато-волокнистих композитів.

**Ключові слова:** шарувато-волокнисті композитні матеріали косокутного намотування, фізична нелінійність, напружено-деформований стан, ефективні деформативні властивості

**ВСТУП.** При збільшенні навантаження багато однорідних і композитних матеріалів проявляють нелінійний характер залежностей між макронапруженнями та макродеформаціями. Це може бути обумовлене фізичною нелінійністю деформування компонентів [1]. Такий вид нелінійності є типовим для композитів на основі пластичної металевої матриці, а також на основі полімерів при підвищених температурах. Експериментальні дослідження показують [2], що при досить високих температурах нелінійно деформуються також високомодульні матеріали типу скловолокон. На рис. 1 наведені графіки експериментальної залежності напруження від деформації для органічного скла при різних температурах. Як бачимо, при досить високій температурі залежність між напруженням і деформацією має параболічний характер. Тому дослідження фізично нелінійного деформування композитних матеріалів при нелінійному деформуванні як матриці, так і волокон є важливим.

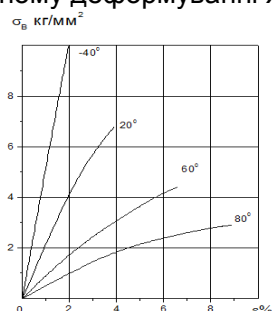


Рис.1. Експериментальна залежність напруження від деформації для органічного скла при різних температурах

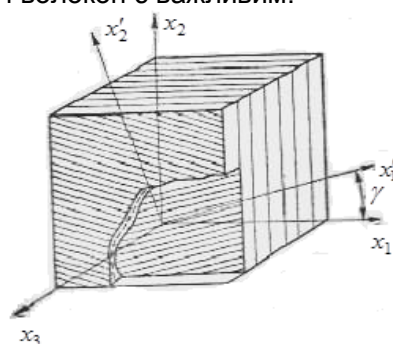


Рис.2. Шарувато-волокнистий композитний матеріал

**Вихідні передумови.** Нелінійні волокнисті та шарувато-волокнисті композитні матеріали вивчалися багатьма авторами: Е.В. Карпов, С.А. Капустін, В.А. Горохів, Ю.А. Чурилов, Ю. М. Слепньов, С.А.Вульфман, Т.Д. Семикіна, Л.П. Цуканова, Р. М. Куликов, Н.А. Труфанов, А.М.Полатов, Л.В.Назаренко та ін. Однак автори або розглядали матеріали з нелінійної або пружноопластичною матрицею та пружними волокнами, або застосовували спрощену теорію трансверсально-пружної пластичності, запропоновану Б.Я.Победря. Однак не було досліджено деформування волокнистих і

шарувато-волокнистих композитів у випадку нелінійного деформування як зв'язуючого, так і волокон. Для волокнистих матеріалів ця задача була розв'язана в роботах О.М.Шихули, Л.П.Хорошуна [3, 4].

**Мета.** Побудова та програмна реалізація моделі нелінійного деформування шарувато-волокнистих композитних матеріалів зі зв'язуючим та волокнами, що нелінійно деформуються.

**Виклад методики і результатів дослідження.** Розглянемо шарувато-волокнистий композитний матеріал косокутного намотування. Це шаруватий матеріал, в якому кожний шар являє собою односпрямований волокнистий композитний матеріал, причому можливі два типи шарів з різними кутами орієнтації, при цьому об'ємний зміст шарів з різною орієнтацією волокон однаковий, крім того, однакові пружні характеристики та об'ємні вмісти волокон і зв'язуючого в шарах з різною орієнтацією волокон (див. рис. 2). Ми будемо розглядати композит, в якому волокна і зв'язуюче виготовлені з ізотропного фізично нелінійного матеріалу.

**Нелінійні рівняння для визначення ефективних деформативних властивостей і напружено-деформованого стану композита.** Виберемо глобальну систему координат для шарувато-волокнистого матеріалу так, щоб волокна в шарах лежали в площині  $x_1x_2$ , а вісь  $x_3$  була нормальною до площин усіх шарів. Кут між направленням волокон у шарі та віссю  $x_1$  приймемо рівним  $\gamma$ . Для шарувато-волокнистих матеріалів косокутного намотування можливі два типи шарів з кутами орієнтації  $\gamma_1 = \gamma$  і  $\gamma_2 = -\gamma$ . Виберемо локальну систему координат шару так, щоб вісь  $x'_1$  збігалася з направленням волокон у цьому шарі, а вісь  $x'_3$  – з віссю  $x_3$ , нормальною до площин усіх шарів.

Визначення напружено-деформованого стану та ефективних деформативних характеристик шарувато-волокнистих матеріалів зводиться до двох послідовних задач. Перша задача: визначення напружено-деформованого стану волокон  $\langle \sigma_{pq}^1 \rangle$ , що  $\langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle$  і зв'язуючого  $\langle \sigma_{pq}^2 \rangle$ ,  $\langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle$  шару та ефективних властивостей односпрямованого волокнистого матеріалу, що становить шар,  $\lambda_{11}^*$ ,  $\lambda_{22}^*$ ,  $\lambda_{12}^*$ ,  $\lambda_{23}^*$ ,  $\lambda_{55}^*$  при заданих деформаціях шару  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ .

Друга задача: визначення напружено-деформованого стану шару  $\langle \sigma_{pq} \rangle$ ,

$\langle \varepsilon_{pq} \rangle$  і ефективних властивостей шарувато-волокнистого матеріалу  $l_{11}^*, l_{22}^*, l_{33}^*, l_{12}^*, l_{13}^*, l_{23}^*, l_{44}^*, l_{55}^*, l_{66}^*$  при заданих макродеформаціях композита  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ .

Розглянемо односпрямований волокнистий матеріал, що становить шар. Позначимо об'ємні вмісти волокон і зв'язуючого матеріалу відповідно  $c_1$  і  $c_2$ , а модулі об'ємного стиску та зсуву волокон і зв'язуючого відповідно  $K_1, \mu_1$  і  $K_2, \mu_2$ . Припустимо, що об'ємні деформації компонентів є лінійними, тобто модулі об'ємного стиску  $K_1, K_2$  не залежать від деформацій, а зсувні деформації описуються нелінійними діаграмами. Тоді залежності між середніми у волокнистому матеріалі напруженнями  $\langle \sigma_{pq} \rangle_l$  і деформаціями  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l$  в локальній системі координат шару можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{11} \rangle_l &= \lambda_{11}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \lambda_{12}^* \langle \varepsilon_{rr} \rangle_l; \\ \langle \sigma_{km} \rangle_l &= (\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^*) \langle \varepsilon_{km} \rangle_l + (\lambda_{12}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \lambda_{23}^* \langle \varepsilon_{rr} \rangle_l) \delta_{km}; \\ \langle \sigma_{1k} \rangle_l &= 2\lambda_{44}^* \langle \varepsilon_{1k} \rangle_l \quad (k, m, r = 2, 3), \end{aligned} \quad (1)$$

де ефективні деформативні характеристики шару  $\lambda_{11}^*, \lambda_{22}^*, \lambda_{12}^*, \lambda_{23}^*, \lambda_{55}^*$  залежать від деформацій у шарі  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l$  і в локальній системі координат цього шару визначаються через модулі об'ємного стиску і зсуву волокон  $K_1, \mu_1$  і зв'язуючого цього шару  $K_2, \mu_2$  формулами [5-7]

$$\begin{aligned} \lambda_{11}^* &= c_1(\lambda_1 + 2\mu_1) + c_2(\lambda_2 + 2\mu_2) - \frac{c_1 c_2 (\lambda_1 - \lambda_2)^2}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m}; \\ \lambda_{12}^* &= c_1 \lambda_1 + c_2 \lambda_2 - \frac{c_1 c_2 (\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)(\lambda_1 - \lambda_2)}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m}; \\ \lambda_{22}^* + \lambda_{23}^* &= 2c_1(\lambda_1 + \mu_1) + 2c_2(\lambda_2 + \mu_2) - \frac{2c_1 c_2 (\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)^2}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m}; \\ \lambda_{22}^* - \lambda_{23}^* &= 2c_1 \mu_1 + 2c_2 \mu_2 - \frac{2c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)^2}{c_1 \mu_2 + c_2 \mu_1 + \frac{mn}{n+2m}}; \\ \lambda_{55}^* &= c_1 \mu_1 + c_2 \mu_2 - \frac{c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)^2}{c_1 \mu_2 + c_2 \mu_1 + m}, \end{aligned} \quad (2)$$

де

$$\lambda_{\chi} = K_{\chi} - 2/3 \mu_{\chi} \quad (\chi = 1, 2) ;$$

$$m = c_1 \mu_1 + c_2 \mu_2; \quad n = c_1 (\lambda_1 + \mu_1) + c_2 (\lambda_2 + \mu_2), \quad (3)$$

якщо жорсткість зв'язуючого шара більше жорсткості волокон у цьому ша-

$$рі, і  $m = \left( \frac{c_1}{\mu_1} + \frac{c_2}{\mu_2} \right)^{-1}$ ;  $n = \left( \frac{c_1}{\lambda_1 + \mu_1} + \frac{c_2}{\lambda_2 + \mu_2} \right)^{-1}$ , \quad (4)$$

якщо жорсткість волокон шара більше жорсткості зв'язуючого цього шара.

В локальній системі координат середні у волокнах  $\langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle$  і зв'язуючому  $\langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle$  шара деформації зв'язані із середніми деформаціями в шарі  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l$  залежностями [5-7]:

у волокнах

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{11}^1 \rangle &= \frac{1}{\Delta_1} \{ [(\lambda_{11}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_1 - 2(\lambda_{12}^* - \lambda_2)a_2] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \\ &+ [(\lambda_{12}^* - \lambda_2)a_1 - (\lambda_{22}^* + \lambda_{23}^* - 2\lambda_2 - 2\mu_2)a_2] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l) \}; \\ \langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle &= \frac{\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^* - 2\mu_2}{2c_1(\mu_1 - \mu_2)} \langle \varepsilon_{pq} \rangle_l + \\ &\frac{1}{\Delta_1} \{ [(\lambda_{12}^* - \lambda_2)(a_1 - a_2) - (\lambda_{11}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_2] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \\ &+ [-(\lambda_{22}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_2 + (\lambda_{23}^* - \lambda_2)a_1 - (\lambda_{12}^* - \lambda_2)a_2] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l) \}; \\ \langle \varepsilon_{1q}^1 \rangle &= \frac{\lambda_{55}^* - \mu_2}{c_1(\mu_1 - \mu_2)} \langle \varepsilon_{1q} \rangle_l \quad (p, q = 2, 3), \end{aligned} \quad (5)$$

в зв'язуючому

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{11}^2 \rangle &= \frac{1}{\Delta_2} \{ [(\lambda_{11}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_1 - 2(\lambda_{12}^* - \lambda_1)a_2] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \\ &+ [(\lambda_{12}^* - \lambda_1)a_1 - (\lambda_{22}^* + \lambda_{23}^* - 2\lambda_1 - 2\mu_1)a_2] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l) \}; \\ \langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle &= \frac{\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^* - 2\mu_1}{2c_2(\mu_2 - \mu_1)} \langle \varepsilon_{pq} \rangle_l + \\ &\frac{1}{\Delta_2} \{ [(\lambda_{12}^* - \lambda_1)(a_1 - a_2) - (\lambda_{11}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_2] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \\ &+ [-(\lambda_{22}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_2 + (\lambda_{23}^* - \lambda_1)a_1 - (\lambda_{12}^* - \lambda_1)a_2] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l) \}; \end{aligned}$$

Серія: інформатика, обчислювальна техніка та кібернетика

$$\langle \varepsilon_{1q}^2 \rangle = \frac{\lambda_{55}^* - \mu_1}{c_2(\mu_2 - \mu_1)} \langle \varepsilon_{1q} \rangle_l \quad (p, q = 2, 3), \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2c_1(\mu_1 - \mu_2)(3\lambda_1 + 2\mu_1 - 3\lambda_2 - 2\mu_2); \\ \Delta_2 &= 2c_2(\mu_2 - \mu_1)(3\lambda_1 + 2\mu_1 - 3\lambda_2 - 2\mu_2); \\ a_1 &= 2(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2); \quad a_2 = (\lambda_1 - \lambda_2). \end{aligned} \quad (7)$$

Середні в шарі деформації в локальній  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l$  і загальній  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$  системах координат цього шару зв'язані залежностями

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{11} \rangle_l &= \langle \varepsilon_{11} \rangle \cos^2 \gamma + \langle \varepsilon_{22} \rangle \sin^2 \gamma + \langle \varepsilon_{12} \rangle \sin 2\gamma; \\ \langle \varepsilon_{22} \rangle_l &= \langle \varepsilon_{11} \rangle \sin^2 \gamma + \langle \varepsilon_{22} \rangle \cos^2 \gamma - \langle \varepsilon_{12} \rangle \sin 2\gamma; \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle_l = \langle \varepsilon_{33} \rangle; \\ \langle \varepsilon_{12} \rangle_l &= \langle \varepsilon_{12} \rangle \cos 2\gamma + \frac{1}{2}(\langle \varepsilon_{22} \rangle - \langle \varepsilon_{11} \rangle) \sin 2\gamma; \\ \langle \varepsilon_{13} \rangle_l &= \langle \varepsilon_{13} \rangle \cos \gamma + \langle \varepsilon_{23} \rangle \sin \gamma; \\ \langle \varepsilon_{23} \rangle_l &= -\langle \varepsilon_{13} \rangle \sin \gamma + \langle \varepsilon_{23} \rangle \cos \gamma. \end{aligned} \quad (8)$$

Розглянемо шарувато-волокнистий матеріал косокутного намотування. Будемо вважати, що задані макродеформації  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$  у композиті. Тоді макронапруження  $\langle \sigma_{pq} \rangle$  зв'язані з ними залежностями

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{11} \rangle &= l_{11}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle + l_{12}^* \langle \varepsilon_{22} \rangle + l_{13}^* \langle \varepsilon_{33} \rangle; \\ \langle \sigma_{22} \rangle &= l_{12}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle + l_{22}^* \langle \varepsilon_{22} \rangle + l_{23}^* \langle \varepsilon_{33} \rangle; \\ \langle \sigma_{33} \rangle &= l_{13}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle + l_{23}^* \langle \varepsilon_{22} \rangle + l_{33}^* \langle \varepsilon_{33} \rangle; \\ \langle \sigma_{13} \rangle &= l_{44}^* \langle \varepsilon_{13} \rangle; \quad \langle \sigma_{23} \rangle = l_{55}^* \langle \varepsilon_{23} \rangle; \quad \langle \sigma_{12} \rangle = l_{66}^* \langle \varepsilon_{12} \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

де ефективні деформативні характеристики композитного матеріалу  $l_{11}^*, l_{22}^*, l_{33}^*, l_{12}^*, l_{13}^*, l_{23}^*, l_{44}^*, l_{55}^*, l_{66}^*$  є функціями макродеформацій  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ .

Ефективні модулі пружності  $l_{pq}^*$  шарувато-волокнистого композита визначаються формулами [7, 8]

$$l_{11}^* = \lambda_{12}^* + (\lambda_{22}^* - \lambda_{12}^*) \sin^4 \gamma + (\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^*) \cos^4 \gamma + \lambda_{55}^* \sin^2 2\gamma;$$

$$l_{12}^* = \lambda_{12}^* + \frac{1}{4}(\lambda_{11}^* + \lambda_{22}^* - 2\lambda_{12}^* - 4\lambda_{55}^*) \sin^2 2\gamma;$$

$$l_{13}^* = \lambda_{12}^* + \lambda_{23}^* \sin^2 \gamma; \quad l_{23}^* = \lambda_{12}^* + \lambda_{23}^* \cos^2 \gamma;$$

$$l_{22}^* = \lambda_{12}^* + (\lambda_{22}^* - \lambda_{12}^*) \cos^4 \gamma + (\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^*) \sin^2 \gamma + \lambda_{55}^* \sin^2 2\gamma; \quad l_{33}^* = \lambda_{22}^*;$$

$$l_{66}^* = l_{66} - \frac{l_{36}^2}{l_{33}^*}; \quad l_{44}^* = l_{44} - \frac{l_{45}^2}{l_{55}^*}; \quad l_{55}^* = l_{55} - \frac{l_{45}^2}{l_{44}^*}, \quad (10)$$

де

$$l_{36} = \frac{1}{2}(\lambda_{12}^* - \lambda_{23}^*) \sin 2\gamma; \quad l_{66} = \lambda_{55}^* + \frac{1}{4}(\lambda_{11}^* + \lambda_{22}^* - 2\lambda_{12}^* - 4\lambda_{55}^*) \sin^2 2\gamma;$$

$$l_{44} = \frac{1}{2}(\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^*) \sin^2 \gamma + \lambda_{55}^* \cos^2 \gamma; \quad l_{45} = \frac{1}{4}(2\lambda_{55}^* - \lambda_{22}^* + \lambda_{23}^*) \sin 2\gamma;$$

$$l_{55} = \frac{1}{2}(\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^*) \cos^2 \gamma + \lambda_{55}^* \sin^2 \gamma. \quad (11)$$

В загальній системі координат середні в шарі деформації  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$  зв'язані з макродеформаціями  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$  співвідношеннями

$$\langle \varepsilon_{km} \rangle = \langle \varepsilon_{km} \rangle \quad (k, m = 1, 2); \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle = \langle \varepsilon_{33} \rangle \mp \frac{2l_{36}}{l_{33}^*} \langle \varepsilon_{12} \rangle;$$

$$\langle \varepsilon_{13} \rangle = \langle \varepsilon_{13} \rangle \mp \frac{2l_{45}}{l_{55}^*} \langle \varepsilon_{23} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{23} \rangle = \langle \varepsilon_{23} \rangle \mp \frac{2l_{45}}{l_{44}^*} \langle \varepsilon_{13} \rangle. \quad (12)$$

Тут знак “-” відноситься до шарів з орієнтацією волокон  $\gamma$ , знак “+” – до шарів з орієнтацією волокон  $-\gamma$ .

Залежності (2) – (8), (10) – (12) становлять собою систему нелінійних рівнянь для визначення ефективних деформативних характеристик композита та середніх деформацій у волокнах і зв'язуючому шарі.

**Алгоритм для визначення ефективних деформативних властивостей і напружено-деформованого стану композита.** Розв'язок системи нелінійних рівнянь (2) – (8), (10) – (12) можна побудувати ітераційним методом за наступною схемою. Приймемо, що об'ємні деформації та напруження в волокнах і зв'язуючому шарі зв'язані лінійно, тобто їхні модулі об'ємного стиску  $K_\chi = \lambda_\chi + \frac{2}{3}\mu_\chi$  ( $\chi = 1, 2$ ) не залежать від деформацій, а девіатори напружень і деформацій зв'язані нелінійним законом

$$\langle \sigma_{pq}^\chi \rangle = 2\mu_\chi (J_\varepsilon^\chi) \langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle; \quad J_\varepsilon^\chi = (\langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle' \langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle')^{1/2} \quad (\chi = 1, 2) \quad (13)$$

При цьому припускаємо, що нелінійні діаграми деформування волокон і зв'язуючого шара при малих деформаціях мають лінійні ділянки, яким відповідають модулі зсуву відповідно  $\mu_1(0)$  і  $\mu_2(0)$ .

Ефективні деформативні характеристики волокнистого композита, що утворює шар, у локальній системі координат шару в  $n$ -ом наближенні  $\lambda_{11}^{*(n)}, \lambda_{22}^{*(n)}, \lambda_{12}^{*(n)}, \lambda_{23}^{*(n)}, \lambda_{55}^{*(n)}$  визначаються формулами

$$\begin{aligned} \lambda_{11}^{*(n)} &= c_1[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + c_2[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] - \\ &\quad - \frac{c_1 c_2 [\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + m}; \\ \lambda_{12}^{*(n)} &= c_1 \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + c_2 \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \\ &\quad - \frac{c_1 c_2 [\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})][\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)})]}{c_1[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + m}, \\ \lambda_{22}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} &= 2c_1[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + 2c_2[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] - \\ &\quad - \frac{2c_1 c_2 [\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + m}, \\ \lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)} &= 2c_1 \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + 2c_2 \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \frac{2c_1 c_2 [\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1 \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + c_2 \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \frac{mn}{n+2m}}; \\ \lambda_{55}^{*(n)} &= c_1 \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + c_2 \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \frac{c_1 c_2 [\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1 \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + c_2 \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + m}, \end{aligned} \quad (14)$$

де

$$\lambda_\chi(J_\varepsilon^{\chi(n)}) = K_\chi - \frac{2}{3} \mu_\chi(J_\varepsilon^{\chi(n)}) \quad (\chi = 1, 2);$$

$$m = c_1 \mu_1(0) + c_2 \mu_2(0); \quad n = c_1[\lambda_1(0) + \mu_1(0)] + c_2[\lambda_2(0) + \mu_2(0)], \quad (15)$$

якщо жорсткість зв'язуючого шара більше жорсткості волокон у цьому шарі,

$$m = \left[ \frac{c_1}{\mu_1(0)} + \frac{c_2}{\mu_2(0)} \right]^{-1}; \quad n = \left[ \frac{c_1}{\lambda_1(0) + \mu_1(0)} + \frac{c_2}{\lambda_2(0) + \mu_2(0)} \right]^{-1}, \quad (16)$$

якщо жорсткість волокон шара більше жорсткості зв'язуючого цього шара.

Ефективні деформативні характеристики шарувато-волокнистого композитного матеріалу косокутного намотування в глобальній системі координат в  $n$ -му наближенні зв'язані з ефективними характеристиками волокнистого композита в  $n$ -ом наближенні (14) – (16) залежностями

$$l_{11}^{*(n)} = \lambda_{12}^{*(n)} + (\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}) \sin^4 \gamma + (\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}) \cos^4 \gamma + \lambda_{55}^{*(n)} \sin^2 2\gamma;$$

$$l_{12}^{*(n)} = \lambda_{12}^{*(n)} + \frac{1}{4}(\lambda_{41}^{*(n)} + \lambda_{22}^{*(n)} - 2\lambda_{12}^{*(n)} - 4\lambda_{55}^{*(n)}) \sin^2 2\gamma;$$

$$l_{13}^{*(n)} = \lambda_{12}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} \sin^2 \gamma; \quad l_{23}^{*(n)} = \lambda_{12}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} \cos^2 \gamma;$$

$$l_{22}^{*(n)} = \lambda_{12}^{*(n)} + (\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}) \cos^4 \gamma + (\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}) \sin^2 \gamma + \lambda_{55}^{*(n)} \sin^2 2\gamma;$$

$$l_{33}^{*(n)} = \lambda_{22}^{*(n)};$$

$$l_{66}^{*(n)} = l_{66}^{(n)} - \frac{(l_{36}^{(n)})^2}{l_{33}^{*(n)}}; \quad l_{44}^{*(n)} = l_{44}^{(n)} - \frac{(l_{45}^{(n)})^2}{l_{55}^{(n)}}; \quad l_{55}^{*(n)} = l_{55}^{(n)} - \frac{(l_{45}^{(n)})^2}{l_{44}^{(n)}}, \quad (17)$$

де  $l_{36}^{(n)} = \frac{1}{2}(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)}) \sin 2\gamma;$

$$l_{66}^{(n)} = \lambda_{55}^{*(n)} + \frac{1}{4}(\lambda_{41}^{*(n)} + \lambda_{22}^{*(n)} - 2\lambda_{12}^{*(n)} - 4\lambda_{55}^{*(n)}) \sin^2 2\gamma;$$

$$l_{44}^{(n)} = \frac{1}{2}(\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)}) \sin^2 \gamma + \lambda_{55}^{*(n)} \cos^2 \gamma; \quad l_{45}^{(n)} = \frac{1}{4}(2\lambda_{55}^{*(n)} - \lambda_{22}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)}) \sin 2\gamma;$$

$$l_{55}^{(n)} = \frac{1}{2}(\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)}) \cos^2 \gamma + \lambda_{55}^{*(n)} \sin^2 \gamma. \quad (18)$$

Середні в шарах деформації в  $(n+1)$ -му наближенні  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle^{(n+1)}$  зв'язані з макродеформаціями  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$  співвідношеннями

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{km} \rangle^{(n+1)} &= \langle \varepsilon_{km} \rangle \quad (k, m = 1, 2); \\ \langle \varepsilon_{33} \rangle^{(n+1)} &= \langle \varepsilon_{33} \rangle \mp \frac{2l_{36}^{(n)}}{l_{33}^{*(n)}} \langle \varepsilon_{12} \rangle; \\ \langle \varepsilon_{13} \rangle^{(n+1)} &= \langle \varepsilon_{13} \rangle \mp \frac{2l_{45}^{(n)}}{l_{55}^{(n)}} \langle \varepsilon_{23} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{23} \rangle^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{23} \rangle \mp \frac{2l_{45}^{(n)}}{l_{44}^{(n)}} \langle \varepsilon_{13} \rangle \end{aligned} \quad (19)$$

Середні в шарах деформації в  $(n+1)$ -му наближенні в локальній  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l^{(n+1)}$  і глобальній  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle^{(n+1)}$  системах координат цього шару зв'язані залежностями

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{11} \rangle^{(n+1)} \cos^2 \gamma + \langle \varepsilon_{22} \rangle^{(n+1)} \sin^2 \gamma + \langle \varepsilon_{12} \rangle^{(n+1)} \sin 2\gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{11} \rangle^{(n+1)} \sin^2 \gamma + \langle \varepsilon_{22} \rangle^{(n+1)} \cos^2 \gamma - \langle \varepsilon_{12} \rangle^{(n+1)} \sin 2\gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{33} \rangle^{(n+1)};$$



Серія: інформатика, обчислювальна техніка та кібернетика

$$\langle \varepsilon_{12} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{12} \rangle^{(n+1)} \cos 2\gamma + \frac{1}{2} (\langle \varepsilon_{22} \rangle^{(n+1)} - \langle \varepsilon_{11} \rangle^{(n+1)}) \sin 2\gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{13} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{13} \rangle^{(n+1)} \cos \gamma + \langle \varepsilon_{23} \rangle^{(n+1)} \sin \gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{23} \rangle_l^{(n+1)} = -\langle \varepsilon_{13} \rangle^{(n+1)} \sin \gamma + \langle \varepsilon_{23} \rangle^{(n+1)} \cos \gamma. \quad (20)$$

В локальній системі координат середні у волокнах  $\langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle^{(n+1)}$  та зв'язуючому  $\langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle^{(n+1)}$  шарі деформації в  $(n+1)$ -му наближенні з'вязані із середніми деформаціями в шарі  $(n+1)$ -му наближенні  $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l^{(n+1)}$  залежностями у волокнах

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{11}^1 \rangle^{(n+1)} &= \frac{1}{\Delta_1^{(n+1)}} \{ [(\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_1^{(n+1)} - \\ &2(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)}] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} + \\ &+ [(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_1^{(n+1)} - (\lambda_{22}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} - 2\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \\ &2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)}] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)}) \}; \\ \langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle^{(n+1)} &= \frac{\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)} - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})}{2c_1[\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]} \langle \varepsilon_{pq} \rangle_l^{(n+1)} + \\ &\frac{1}{\Delta_1^{(n+1)}} \{ [(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_1^{(n+1)} - a_2^{(n+1)}] - \\ &- (\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)}] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} + \\ &+ [-(\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)} + (\lambda_{23}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_1^{(n+1)} - \\ &- (\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)}] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)}) \}; \\ \langle \varepsilon_{1q}^1 \rangle^{(n+1)} &= \frac{\lambda_{55}^{*(n)} - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})}{c_1[\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]} \langle \varepsilon_{1q} \rangle_l^{(n+1)} \quad (p, q = 2, 3), \end{aligned} \quad (21)$$

В зв'язуючому

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{11}^2 \rangle^{(n+1)} &= \frac{1}{\Delta_2^{(n+1)}} \{ [(\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_1^{(n+1)} - \\ &2(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)}] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} + \\ &+ [(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_1^{(n+1)} - (\lambda_{22}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} - 2\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \\ &- 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)}] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)}) \}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle^{(n+1)} &= \frac{\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)} - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})}{2c_2[\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{pq} \rangle_l^{(n+1)} \\
 &+ \frac{1}{\Delta_2^{(n+1)}} \{ [(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_1^{(n+1)} - a_2^{(n+1)}] - \\
 &- (\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)} \} \langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} + \\
 &+ [ -(\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)} + (\lambda_{23}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_1^{(n+1)} - \\
 &- (\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)} ] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)}); \\
 \langle \varepsilon_{1q}^2 \rangle^{(n+1)} &= \frac{\lambda_{55}^{*(n)} - \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})}{c_2[\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{1q} \rangle_l^{(n+1)} \quad (p, q = 2, 3), \quad (22)
 \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
 \Delta_1^{(n+1)} &= 2c_1[\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})][3\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 3\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]; \\
 \Delta_2^{(n+1)} &= 2c_2[\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})][3\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 3\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]; \\
 a_1^{(n+1)} &= 2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]; \\
 a_2^{(n+1)} &= [\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)})]. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Як нульове наближення вибирається випадок лінійного деформування шарувато-волокнистого композитного матеріалу.

**Дослідження впливу нелінійності компонентів на деформування композита.** Як конкретну задачу дослідимо нелінійне деформування шарувато-волокнистого композитного матеріалу, в якого модулі об'ємного стиску волокон  $K_1$  і зв'язуючого  $K_2$  в шарах постійні, а модулі зсуву  $\mu_\chi$  ( $\chi = 1, 2$ ) задаються функціями

$$\begin{aligned}
 \mu_1(J_\varepsilon^1) &= \begin{cases} \mu_{01}, & J_\varepsilon^1 < \frac{k_1}{2\mu_{01}}; \\ \mu_{01} - \mu'_1 \left( 1 - \frac{k_1}{2J_\varepsilon^1} \right), & J_\varepsilon^1 \geq \frac{k_1}{2\mu_{01}}; \end{cases} \\
 \mu_2(J_\varepsilon^2) &= \begin{cases} \mu_{02}, & J_\varepsilon^2 < \frac{k_2}{2\mu_{02}}; \\ \mu'_2 + \left( 1 - \frac{\mu'_2}{\mu_{02}} \right) \frac{k_{i2}}{2J_\varepsilon^2}, & J_\varepsilon^2 \geq \frac{k_2}{2\mu_{02}}, \end{cases} \quad (24)
 \end{aligned}$$

де  $\mu_{0\chi}$ ,  $\mu'_{\chi}$ ,  $k_\chi = \sigma_{0\chi} \sqrt{\frac{2}{3}}$  – постійні волокон (при  $\chi = 1$ ) і зв'язуючого (при  $\chi = 2$ ) шара,  $\sigma_{0\chi}$  – межа їх плинності,  $J_\varepsilon^\chi = (\langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle' \langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle')^{1/2}$ ,  $\langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle'$  –

девіатор середніх у волокнах (при  $\chi = 1$ ) або зв'язуючому (при  $\chi = 2$ ) деформацій.

При виконанні розрахунків як компоненти взяті відповідно скловолокна, які мають діаграму нелінійного деформування (3.12) з постійними [2, 8, 10, 11]

$$K_1 = 27,78 \text{ ГПа}; \quad \mu_{01} = 20,83 \text{ ГПа}; \quad \mu'_1 = 0,184 \text{ ГПа}; \quad \sigma_{01} = 1,8 \text{ ГПа}, \quad (25)$$

об'ємним вмістом  $c_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 1,0$

і епоксидне зв'язуюче, яке має діаграму лінійного зміцнення (3.13) з постійними [2, 10-12]

$$K_2 = 3,33 \text{ ГПа}; \quad \mu_{02} = 1,11 \text{ ГПа}; \quad \mu'_2 = 0,02 \text{ ГПа}; \quad \sigma_{02} = 0,12 \text{ ГПа}. \quad (26)$$

На основі одержаних залежностей були досліджені ефективні діаграми нелінійного деформування шарувато-волокнистого композитного матеріалу при різних об'ємних концентраціях компонентів у шарах і різних значеннях кута намотування.

У випадку, коли заданий одноосьовий розтяг композита

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle \neq 0; \quad \langle \sigma_{22} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = 0, \quad (27)$$

макронапруження  $\langle \sigma_{11} \rangle$  композита зв'язано з макродеформацією  $\langle \varepsilon_{11} \rangle$  співвідношенням

$$\langle \sigma_{11} \rangle = \frac{1}{l_{22}^* l_{33}^* - (l_{23}^*)^2} [l_{11}^* l_{22}^* l_{33}^* + 2l_{12}^* l_{13}^* l_{23}^* - (l_{12}^*)^2 l_{33}^* - (l_{13}^*)^2 l_{22}^* - (l_{23}^*)^2 l_{11}^*] \langle \varepsilon_{11} \rangle. \quad (28)$$

При цьому в рівняннях мають місце рівності

$$\langle \varepsilon_{22} \rangle = \frac{l_{13}^* l_{23}^* - l_{12}^* l_{33}^*}{l_{22}^* l_{33}^* - (l_{23}^*)^2} \langle \varepsilon_{11} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle = \frac{l_{12}^* l_{23}^* - l_{13}^* l_{22}^*}{l_{22}^* l_{33}^* - (l_{23}^*)^2} \langle \varepsilon_{11} \rangle. \quad (29)$$

На рис. 3 показані криві залежностей  $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$  від  $\langle \varepsilon_{11} \rangle$  для різних значень кута намотування  $\gamma = \pi/12, \pi/6, \pi/4$ . Тут суцільною лінією зображені криві деформування при  $\gamma = \pi/12$ , штриховою лінією – при  $\gamma = \pi/6$  і точковою лінією – при  $\gamma = \pi/4$ .

У випадку, коли заданий одноосьовий розтяг композита

$$\langle \varepsilon_{22} \rangle \neq 0; \quad \langle \sigma_{11} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = 0, \quad (30)$$

макронапруження  $\langle \sigma_{22} \rangle$  композита зв'язано з макродеформацією  $\langle \varepsilon_{22} \rangle$  співвідношенням

$$\langle \sigma_{22} \rangle = \frac{1}{l_{11}^* l_{33}^* - (l_{13}^*)^2} [l_{11}^* l_{22}^* l_{33}^* + 2l_{12}^* l_{13}^* l_{23}^* - (l_{12}^*)^2 l_{33}^* - (l_{13}^*)^2 l_{22}^* - (l_{23}^*)^2 l_{11}^*] \langle \varepsilon_{22} \rangle. \quad (31)$$

При цьому в рівняннях мають місце рівності

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle = \frac{l_{13}^* l_{23}^* - l_{12}^* l_{33}^*}{l_{11}^* l_{33}^* - (l_{13}^*)^2} \langle \varepsilon_{22} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle = \frac{l_{12}^* l_{13}^* - l_{23}^* l_{11}^*}{l_{11}^* l_{33}^* - (l_{13}^*)^2} \langle \varepsilon_{22} \rangle. \quad (32)$$

На рис. 4 показані криві залежностей  $\langle \sigma_{22} \rangle / \mu_2$  від  $\langle \varepsilon_{22} \rangle$  для різних значень кута намотування  $\gamma = \pi/12, \pi/6, \pi/4$ . Тут прийняті ті ж позначення, що і на рис. 3.

Графіки показують суттєвий вплив нелінійності деформативних властивостей компонентів на деформування скловолокна. Як бачимо, при  $c_1 > 0$  криві залежностей  $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$  від  $\langle \varepsilon_{11} \rangle$  мають параболічний характер, а для залежності  $\langle \sigma_{22} \rangle / \mu_2$  від  $\langle \varepsilon_{22} \rangle$  при  $0 < c_1 < 0,4$  крива деформування складається із двох лінійних ділянок.

Величина кута намотування  $\gamma$  суттєво впливає на криві деформування для залежності  $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$  від  $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ . Зі збільшенням кута  $\gamma$  для фіксованої деформації  $\langle \varepsilon_{11} \rangle$  напруження  $\langle \sigma_{11} \rangle$  зростає. Для залежності  $\langle \sigma_{22} \rangle / \mu_2$  від  $\langle \varepsilon_{22} \rangle$  зі збільшенням кута  $\gamma$  для фіксованої деформації  $\langle \varepsilon_{22} \rangle$  напруження  $\langle \sigma_{22} \rangle$  спадає, причому для досить великих кутів  $\gamma$  ( $\gamma = \pi/6 \div \pi/4$ ) вплив кута намотування  $\gamma$  на криві деформування несуттєвий.

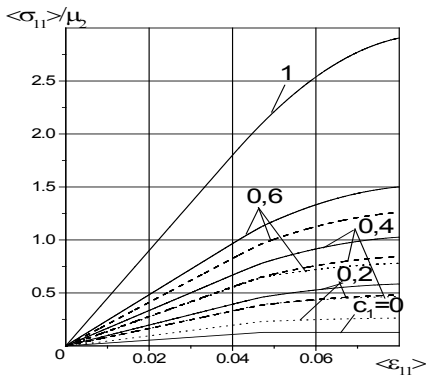


Рис. 3. Криві залежностей макронапруження  $\langle \sigma_{11} \rangle$  від макродеформації  $\langle \varepsilon_{11} \rangle$  для різних значень кута намотування  $\gamma$

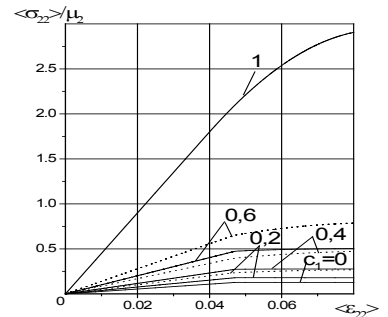


Рис. 4. Криві залежностей макронапруження  $\langle \sigma_{22} \rangle$  від макродеформації  $\langle \varepsilon_{22} \rangle$  для різних значень кута намотування  $\gamma$

**Висновки.** Розв'язано задачу про нелінійне деформування шаруватих волокнистих композитних матеріалів косокутного намотування з фізично нелінійними компонентами. Для таких матеріалів запропонована модель нелінійного деформування, побудовані алгоритми визначення ефективних дефо-

рмативних властивостей і напружено-деформованого стану, а також досліджений вплив нелінійності на деформування композита.

### **Бібліографія.**

1. Каудерер Г. Нелинейная механика. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 777 с.
2. Вулф Б. К., Ромадин К. П. Авиационное материаловедение. - Москва: Машиностроение, 1967. - 422 с.
3. Шидула Е.Н., Хорошун Л.П. Нелинейное деформирование волокнистых материалов // Водний транспорт. Збірник наукових праць Київської державної академії водного транспорту імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного. - К.: КДАВТ, 2016. - № 2 (25). - С. 29 - 36.
4. Хорошун Л. П., Шидула Е.Н. Модель нелинейного деформирования волокнистых композитных материалов с физически нелинейными компонентами // XVI Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки. - 2016. – С.
5. Хорошун Л. П. Методы теории случайных функций в задачах о макроскопических свойствах микронеоднородных сред // Прикл. механика. - 1978. - 14. № 2. - С. 3-17.
6. Хорошун Л. П. Метод условных моментов в задачах механики композитных материалов // Прикл. механика. - 1987. - 23, № 10. - С. 100-108.
7. Хорошун Л. П., Маслов Б. П., Шидула Е. Н., Назаренко Л. В. Статистическая механика и эффективные свойства материалов. - Киев: Наук, думка, 1993. - 389 с. (Механика композитов: в 12-ти т.; Т. 3).
8. Гузь А. Н., Хорошун Л.П., Ванін Г. А. и др. Механика материалов. - Киев: Наук, думка, 1982. - 368 с. (Механика композитных материалов и элементов конструкций: В 3-х т.; Т. 1).
9. Хорошун Л. П., Шидула Е.Н. Нелинейные деформативные свойства дисперсно-упрочненных материалов // Механика композитных материалов. - 2002. - **38**, № 4. - С. 473-486.
10. Крегерс А. Ф. Математическое моделирование термического расширения пространственно армированных композитов // Механика композитных материалов. - 1988. - № 3. - С. 433-441.
11. Михеев С. В., Строганов Г. Б., Ромашин А. Г. Керамические и композиционные материалы в авиационной технике. - Москва: Альтекс, 2002. - 276 с.
12. Белов А. Ф. Строение и свойства авиационных материалов/А.Ф. Белов, Г.П. Бенедиктова, А.С. Висков. - Москва: Металлургия, 1989. - 368 с.