ІНЖЕНЕРНІ НАУКИ

УДК 621.793

А.Ю. АНДРЕЙЦЕВ
Государственный экономико-технологический университет транспорта
Н.Н. КРЮКОВ
Киевская государственная академия водного транспорта им. Петра Конашевича-Сагайдачного
В.К. ФУРМАН
Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"
И.В. СМИРНОВ
Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАКИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕННОМ ПОТОКЕ

Данная работа посвящена решению задачи определения температуры частиц с оболочкой в процессе плазменного напыления с учетом изменения их агрегатного состояния. Получено аналитическое решение краевой задачи для уравнения теплопроводности в случае переменной температуры плазменного потока, которая аппроксимировалась кубическими сплайнами. Приведены формулы для определения времени плавления металлической оболочки и керамического ядра.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, температура частиц, плазменная струя, дистанция напыления, краевая задача, плакированная частица, сплайн.

А.Ю. АНДРЕЙЦЕВ
Державний економіко-технологічний університет транспорту
М.М. КРЮКОВ
Київська державна академія водного транспорту ім. Петра Конашевича-Сагайдачного
В.К. ФУРМАН
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
І.В. СМИРНОВ
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ПЛАКОВАНИХ ЧАСТИНОК У ПЛАЗМОВОМУ ПОТОЦІ

Дана робота присвячена розв'язанню задачі визначення температури частинок з оболонкою в процесі плазмового напилення з урахуванням зміни їх агрегатного стану. Отримано аналітичний розв'язок крайової задачі для рівняння теплопровідності у випадку змінної температури плазмового потоку, яка апроксимувалась кубічними сплайнами. Наведено формули для визначення часу плавлення металевої оболонки та керамічного ядра.

Ключові слова: рівняння теплопровідності, температура частинок, плазмовий струмінь, дистанція напилювання, крайова задача, плакована частинка, сплайн.

A.Yu. ANDREYTSEV
National Economic and Technological University of Transport
N.N. KRYUKOV
Kyiv State Maritime Academy after Getman Petro Konashevich-Sagaydachny
V.K. FURMAN
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
I.V. SMYRNOV
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

NUMERICALLY-ANALYTICAL APPROCH TO SSOLVING PROBLEM OF DETERMINATION OF THE PLATED PARTICLE TEMPERATURE IN PLASMA JET

The paper is devoted to solving the problem of determining the temperature of particles with a shell in the process of plasma deposition taking into account the change in their aggregate state. An analytic solution of the boundary problem for the heat equation in the case of a variable temperature of the plasma jet, which was approximated by cubic splines, was obtained. Formulas for determining the melting time of the metal shell and the ceramic core were given.

Key words: heat equation, temperature of the particles, the plasma jet, plated particle, spraying distance, boundary problem, spline.

Постановка проблемы

Покрытия, получаемые газотермическим плазменным напылением порошков, позволяют существенно повысить эксплуатационные свойства деталей и конструкций, работающих в экстремальных условиях. Перспективными для этих целей являются металлокерамические плакированные порошки в виде керамического ядра с металлической оболочкой. Для достижения необходимой прочности газотермических покрытий, частицы порошка должны достигать поверхности основы в расплавленном состоянии с минимальными потерями за счет испарения. В силу большой разницы между температурами фазовых переходов для керамики и метала, существенную роль играет определение температуры частиц вдоль дистанции напыления.

Основная сложность моделирования этих процессов заключается в корректной постановке математической модели и выборе граничных условий в соответствии с особенностями термодинамической структуры плазменного потока.

Анализ последних исследований и публикаций

Исследование температурного режима частиц с использованием уравнений теплового баланса проведено в [1]. Проблеме численного определения температуры частиц при газотермическом напылении посвящен целый ряд работ, среди которых следует отметить [2–3]. Исследованию температурных характеристик плазменного потока, что очень важно для дальнейшего решения поставленной задачи, уделено внимание в [4]. Задача аналитического определения температуры частиц сформулирована в [5]. В [6] получены аналитические решения при условии квадратичной аппроксимации температуры плазменного потока. Аналитическому решению сформулированной задачи, при определенных допущениях для частиц с оболочкой посвящены работы [7–8]. В [7] рассмотрена стадия плавления оболочки, а в [9] решена задача определения температуры керамических и металлических частиц с учетом изменения их агрегатного состояния.

Численно-аналитический подход к решению задачи был предложен в [10], где температура плазмы аппроксимировалась эрмитовыми кубическими сплайнами.

Цель исследования

Целью работы является получение численных аналитических решений задачи определения температуры плакированной частицы в процессе полёта в плазменной струе с учётом аппроксимации температуры плазмы кубическими сплайнами и изменения агрегатного состояния оболочки и ядра.

Изложение основного материала исследования

Рассмотрим задачу определения температуры плакированной частицы в зависимости от времени пребывания её в потоке низкотемпературной плазмы. Предполагается, что частица имеет сферическую форму и температура окружающей среды одинакова на поверхности, но переменна во времени. В этом случае температура в каждой точке зависит только от её расстояния до центра. Получаем следующую краевую задачу:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial (rT)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 (rT)}{\partial r^2}, \text{ при } r \in [0, R], \\
\frac{\partial (rT_1)}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 (rT_1)}{\partial r^2}, \text{ при } r \in [R, R_1], \\
T(R,t) = T_1(R,t), \qquad T(r,0) = T_1(r,0) = T_0, \qquad (1) \\
\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R} = \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r}\Big|_{r=R}, \; \lambda \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0} = 0, \\
\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r}\Big|_{r=R_1} = \left[\alpha\left(T_g - T_1\right)\right]_{r=R_1},
\end{gathered}
$$

где T, T_1 – температура ядра и оболочки, соответственно; $a^2 = \frac{\lambda}{c\rho}$, $a_1^2 = \frac{\lambda_1}{c_1\rho_1}$, λ, c, ρ и λ_1, c_1, ρ_1 – коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость, плотность материала ядра и оболочки; α – коэффициент теплообмена; T_0 – начальная температура частицы; R_1, R – внешний и внутренний радиусы оболочки, T_g – температура в невозмущенном плазменном потоке.

В [7] данная задача сведена к краевой задаче для уравнения теплопроводности для определения температуры ядра в предположении, что температура оболочки

$$
T_1(r,t) = T(R,t) + \frac{a_e}{\lambda_1} R_1^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)\left[T_g - T(R,t)\right], \qquad \alpha_e = \frac{\alpha \lambda_1 R}{\lambda_1 R + \alpha h R_1},
$$

h – толщина оболочки.

Будем аппроксимировать температуру плазмы кубическими полиномами.

$$P_3(t) = At^3 + Bt^2 + Ct + D\,.$$

В этом случае получено решение

$$T(r,t) = T_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n(r) e^{-\frac{\mu_n^2 a^2 t}{R^2}} + \int_0^t \left(P_3(\tau) - P_3'(\tau) \frac{k_c''}{Bi} \right) \frac{a^2 \mu_n^2}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n(r) e^{-\frac{\mu_n^2 a^2 t}{R^2}} d\tau\,,$$

$$A_n(r) = \frac{2R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{\mu_n r} \frac{Bi}{\mu_n \left[\left(1 + k_c' + \frac{Bi-1}{\mu_n^2} \right) \sin \mu_n + \left(k_c' \mu_n - \frac{Bi-1}{\mu_n} \right) \cos \mu_n \right]}\,,$$

где $k_c' = k_c \left(1 - \frac{Bi_1}{6} \right)$; $k_c'' = k_c \frac{Bi_1}{6}$; $k_c = \frac{c_1 \rho_1 h}{c \rho R}$;

μ_n – корни уравнения $\cos \mu_n = \left(k_c' \mu_n + \frac{1 - Bi}{\mu_n} \right) \sin \mu_n$.

Поскольку изменение температуры плазмы вдоль всей дистанции напылении невозможно аппроксимировать кубическими полиномами, нами было проведено разбиение дистанции напыления на участки и согласование температуры плазмы от времени пребывания в ней частицы. Описание данного процесса дано в [10].

Тогда, в случае непрерывности аппроксимирующей функции в узлах решение примет вид:

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(r) \left(T_0 e^{-\frac{\mu_n^2 a^2 t}{R^2}} + \sum_{j \ge 0} \left(\eta(t - t_j) - \eta(t - t_{j+1}) \right) I_{j,\mu_n} \right).$$

Здесь $\eta(t)$ – функция Хевисайда;

$$\eta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \ge 0 \end{cases}\,,$$

$$I_{j,\mu_n} = \int_{t_j}^{t} \left(P_{3j}(\tau) - P_{3j}'(\tau) \frac{k_c''}{Bi} \right) \frac{a^2 \mu_n^2}{R^2} e^{-\frac{\mu_n^2 a^2 t}{R^2}} d\tau, \quad t_0 = 0\,.$$

Для аппроксимации были использованы эрмитовые кубические сплайны, являющиеся непрерывно дифференцируемыми функциями (см. (7), (8) в [10]).

При достижении поверхностью частицы температуры плавления оболочки, в момент времени $t_{пл}$, начинается процесс изменения её агрегатного состояния. В этом случае необходимо решать задачу Стефана. Однако, в предположении стационарности распределения температур в плавящемся слое задача упрощается и сводится к решению уравнения теплового баланса на границе плавления.

Решая данное уравнение в предположении, что на границе плавления потоки тепла из жидкости и нерасплавленной части постоянны, мы определили время плавления оболочки:

$$\tau_{пл} = \frac{4\pi\rho\sigma\left(R^3 - (R-h)^3\right)}{3\alpha(Q_1 - Q)}\,,$$

$Q_1 = 4\pi R^2 \alpha (T_g - T_{пл})$, $Q = 4\pi R^2 \alpha_e (T_я - T_{пл})$, $T_я$ – температура поверхности ядра.

На третьей стадии: разогрева ядра до температуры плавления, возвращаемся к решению краевой задачи (1), считая температуру в нерасплавленном ядре в момент времени $t_{пл} + \tau_{пл}$ постоянной.

На стадии плавления ядра, для определения времени плавления используем формулу:

$$\tau_{пл} = \frac{\rho\sigma}{S}\left(-R + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Q}{4\pi S}} \ln\left(\frac{\sqrt{\frac{Q}{4\pi S}} - R}{\sqrt{\frac{Q}{4\pi S}} + R} \right) \right).$$

Здесь $S = \frac{(T_{пл} - T(0,t_1))\lambda}{R}$; $Q = 4\pi R^2 \alpha(T_{об} - T_{пл})$, $T_{об}$ – температура внутренней поверхности оболочки.

Качество покрытия существенно снижается, если частица попадает на него в затвердевающем состоянии. Поэтому этапы затвердевания оболочки и ядра не рассматривались.

Выводы

В результате применения кубических сплайнов для аппроксимации температуры плазмы в процессе напыления керамических частиц с металлической оболочкой были уточнены результаты определения температуры частиц в зависимости от времени её пребывания в потоке и толщины оболочки. Достоинством данного подхода, повышающим уровень адекватности модели, является непрерывность аппроксимирующей функции. Рассмотрена стадия плавления оболочки с учётом поглощения тепла ядром.

На стадии разогрева ядра до температуры плавления сделано предположение о постоянстве его температуры в момент завершения плавления оболочки. Заметим, что данное предположение тем достовернее, чем больше толщина оболочки, а, следовательно, и время её плавления.

И, наконец, определение времени плавления ядра определялось при условии отсутствия изолирующей оболочки. В дальнейшем необходимо установить влияние оболочки на время плавления ядра и ввести поправочный коэффициент, который может существенно повлиять на результаты при большой толщине оболочки. Однако, по нашему мнению, при толщине оболочки меньше 2 мкм. расхождения будут несущественными.

Список использованной литературы

1. Remesh K. Computational Study and Experimental Comparison of the In-Flight Particle Behavior for an External Injection Plasma Spray Process // K. Remesh, S.C.M. Yu, H.W. Ng, C.C. Berndt // Journal of Thermal Spray Technology. – 2003. – Vol. 12(4). – P. 508-522.
2. Компьютерное моделирование процессов плазменного напыления покрытий/ С.П. Кундас, А.П. Достанко, А.Ф. Ильющенко и др.–Мн.: Бестпринт, 1998.–212с.
3. Борисов Ю.С. Компьютерное моделирование процесса плазменного напыления / Ю.С. Борисов, И.В. Кривцун, А.Ф. Мужиченко и др. // Автоматическая сварка. – 2000. – № 12. – С. 42-51.
4. Cheng K. Comporson of laminar and turbulent plasma jet characteristics – a modeling study/ Kai Cheng, Xi Chen, Wenxia Pan // Plasma Chem Plasma Process. – 2006. – № 26. – P. 211-235.
5. Лохов Ю.Н. Нагрев и испарение частиц в струе низкотемпературной плазмы// Ю.Н. Лохов, В.А. Петруничев, А.А. Углов, И.И. Швыркова // Физ. и хим. обраб. материалов. – 1974. – №6. – С. 52-56.
6. Смирнов И.В. Моделирование процесса нагрева частиц порошка в плазменной струе при напылении композиционных покритий / И.В. Смирнов, А.Ю. Андрейцев, А.В. Чорний, В.И. Копылов // Вестник ХНТУ. – Херсон. – 2008. – №2(31). – С.449-455.
7. Барвинок В.А. Математическое моделирование и физика процессов нанесении плазменных покрытий из композиционных плакированных порошков / В.А. Барвинок, В.И. Богданович, И.А. Докукина, А. Н. Плотников. – М.: Международный центр научной и технической информации, 1998. – 96 с.
8. Смирнов И.В. Математическое моделирование кинетики нагрева плакированных частиц в плазменной струе / И.В. Смирнов, А.Ю. Андрейцев // Современные проблемы естественных наук. Сб. науч. трудов. ХНУ им. В.Н.Каразина. – Харьков, 2014 . – Том 1(2). – С.162-164.
9. Андрейцев А.Ю. Нагрів та плавлення частинок порошку в плазмовому струмені / А.Ю. Андрейцев, І.В. Смирнов, А.В. Чорний // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць Кам'янець-Подільський національний університет, Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова. – 2011. – Вип. 5. – С. 3-10.
10. Андрейцев А.Ю. Численно-аналитическое определение температуры частицы при плазменном напылении (уточнення модель) / А.Ю. Андрейцев, Н.Н. Крюков, И.В. Смирнов, Н.Н. Защепкина // Вестник ХНТУ. – Херсон. – 2015 . – №3(54). – С.326-331.