

УДК 548.76+621.315

Д.М.СТЕПАНЧИКОВ, Ю.О. ІВАНЮШИН
Херсонський національний технічний університет**ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ НАГРІТОЇ НИТКИ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ГАЗУ У ЛАБОРАТОРНОМУ КУРСІ ФІЗИКИ**

Розглянуто теоретичні основи методу нагрітої нитки для визначення теплопровідності газу. Запропоновано застосування цього методу на лабораторному практикумі. Необхідне лабораторне обладнання розроблено і протестоване. Представлена методична розробка лабораторної роботи "Визначення коефіцієнту теплопровідності повітря". Тонка спіраль з малим кроком використовується для збільшення опору та робочого діапазону температур. Спіраль слугує одночасно як джерелом тепла так і термометром опору. Використано графічне, табличне та аналітичне представлення результатів експерименту. Для обробки даних та розрахунку похибок запропоновано метод найменших квадратів. Проведено аналіз отриманих результатів.

Ключові слова: метод нагрітої нитки, теплопровідність, метод найменших квадратів, лабораторний практикум

Д.М. СТЕПАНЧИКОВ, Ю.А. ІВАНЮШИН
Херсонский национальный технический университет**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАГРЕТОЙ НИТКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОПРОВодНОСТИ ГАЗА В ЛАБОРАТОРНОМ КУРСЕ ФИЗИКИ**

Рассмотрены теоретические основы метода нагретой нитки для определения теплопроводности газа. Предложено использование этого метода на лабораторном практикуме. Необходимое лабораторное оборудование разработано и протестировано. Представлена методическая разработка лабораторной работы "Определение коэффициента теплопроводности воздуха". Тонкая спираль с малым шагом используется для увеличения сопротивления и рабочего диапазона температур. Спираль служит одновременно как источником тепла, так и термометром сопротивления. Использовано графическое, табличное и аналитическое представления результатов эксперимента. Для обработки данных и расчета погрешностей предложено применить метод наименьших квадратов. Проведен анализ полученных результатов.

Ключевые слова: метод нагретой нитки, теплопроводность, метод наименьших квадратов, лабораторный практикум

D.M. STEPANCHIKOV, Yu.O. IVANYUSHIN
Kherson National Technical University**APPLICATION OF THE HEATED THREAD METHOD TO DETERMINATION OF THERMAL CONDUCTIVITY OF GAS ON A LABORATORY COURSE OF PHYSICS**

Theoretical basis of a heated thread method to determination of thermal conductivity of gas are viewed. Application of this method on a laboratory practical work is offered. The necessary labware is constructed and tested. Methodical development of laboratory work "Determination of thermal conductivity of air" is presented. The thin conductive spiral with a small pitch is using to increase of resistance and operating temperature range. This conductive spiral is both the source of heat and the resistance temperature detector. Graphical, tabular and analytical approaches to submission of experiment results are applied. The least square method for the data processing and errors calculations is offered. The analysis of the gained results is presented.

Keywords: heated thread method, thermal conductivity, least square method, laboratory works.

Постановка проблеми

Курс загальної фізики складає базис фізичної освіти, який є основою для вивчення спеціалізованих профільних дисциплін. Тому структура курсу передбачає значну частину відведеного часу приділяти саме лабораторному практикуму, який дозволяє студентам засвоїти лекційний матеріал, зв'язати теорію з практикою, отримати навички творчої, дослідницької діяльності. У цьому аспекті введення в учбовий процес нових лабораторних робіт та їх супроводження методичним матеріалом є безумовно важливим і необхідним для розвитку навчального курсу та забезпечення належного наукового рівня.

У зв'язку з активною розробкою та застосуванням теплоізоляторів актуальною стає проблема визначення їх теплофізичних властивостей. При цьому найбільш необхідними є вимірювання теплопровідності, як одного з

головних показників якості матеріалу. Крім того, знання теплопровідності необхідне також для розв'язку задач економії енергії, розрахунку теплових режимів складних конструкцій. Особливістю теплофізичних вимірювань є різноманітність методів. Тому ознайомлення з експериментальними основами визначення теплопровідності на лабораторному практикумі з фізики є актуальним і необхідним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Всі методи теплофізичних вимірювань можна розділити на дві великі групи: нестационарні і стаціонарні [1].

Нестационарні методи мають більшу швидкодію, але точність їх нижча, ніж у стаціонарних методів. Це обумовлено тим, що для визначення теплопровідності застосовують аналітичні вирази, які описують змінні у часі температурні поля. Це приводить до громіздких розрахункових формул, що отримані із розв'язку крайової задачі, а при їх спрощенні невинно виникає відхилення моделі від реального об'єкту і зростає методична похибка. Крім того, виникають труднощі при технічній реалізації граничних умов, обумовлених теорією метода [1,2].

Тому в основу роботи більшості існуючих приладів для вимірювання теплопровідності покладені стаціонарні та квазістаціонарні методи. Це пов'язане з тим, що вони мають достатньо просту теорію, яка не потребує складного апаратного втілення. У стаціонарних методах досліджуваний зразок приводять у контакт з двома тілами – нагрівником і тепловідводом, які мають різну температуру. Температура кожного тіла підтримується сталою у ході вимірювань. В результаті через зразок починає протікати тепловий потік у напрямку від нагрівника до тепловідводу і через певний час цей потік стає стаціонарним.

Явище теплопровідності – це процес просторового перенесення тепла, обумовлений безладним тепловим рухом молекул. Основним поняттям теорії теплопровідності є температурне поле – залежність температури від часу та координат у середовищі. Доволі часто такі поля бувають стаціонарними, тобто не залежними від часу. Сукупність точок середовища, які мають однакові температури, складають так звані ізотермічні поверхні, які в стаціонарному полі є також стабільними, незмінними в часі. У найпростішому випадку, коли температурне поле залежить тільки від однієї координати, воно зветься одномірним. Важливою характеристикою температурного поля є градієнт температури – вектор, завжди спрямований уздовж нормалі до ізотермічної поверхні в бік зростання температури. Модуль вектору градієнта визначається зміною температури на одиницю відстані [3,4]

$$|\text{grad}(T)| = \left| \frac{dT}{dz} \right|. \quad (1)$$

Тепловий потік між двома різними ізотермічними поверхнями характеризується вектором густини теплового потоку \mathbf{q} . Модуль вектору густини теплового потоку визначається кількістю тепла (dQ), яке тече крізь одиницю площі ізотермічної поверхні (dS) за одиницю часу (dt)

$$q = |\mathbf{q}| = \frac{dQ}{dSdt}. \quad (2)$$

Згідно закону Фур'є, між векторами густини теплового потоку і градієнта температур існує прямий пропорційний зв'язок. В одномірному полі такий самий зв'язок існує поміж їх модулями [3,4]:

$$\mathbf{q} = -\lambda \frac{dT}{dz}; \quad q = |\mathbf{q}| = \lambda \left| \frac{dT}{dz} \right|, \quad (3)$$

де λ – скалярний коефіцієнт теплопровідності, який чисельно дорівнює кількості теплоти, яка передається за одиницю часу крізь шар середовища одиничної товщини та одиничної площі поверхні, якщо різниця температур на вхідній та вихідній поверхнях такого шару складає 1 К. Знак “–” у рівнянні (3) відображає той факт, що напрям, зростання температури, і напрям, в якому тече тепловий потік, завжди протилежні. Іншими словами, тепло тече від ізотермічних поверхонь (ліній, або точок) вищої температури до тих, що мають нижчу температуру.

Формулювання цілей статті

Таким чином, для забезпечення простоти, швидкості та надійності експериментального визначення теплопровідності речовини необхідно забезпечити виконання наступних умов:

- стаціонарність теплового поля;
- одномірність теплового поля;
- проста форма ізотермічних поверхонь;
- проста конструкція нагрівника і тепловідводу;
- надійність вимірювання температури;
- універсальність методу.

З метою вирішення цього завдання пропонується методична розробка лабораторної роботи “Визначення коефіцієнту теплопровідності повітря” та відповідне лабораторне обладнання. Передбачається експериментальне дослідження температурної залежності коефіцієнту теплопровідності

повітря, подання результатів у графічному, табличному і аналітичному вигляді, розрахунки коефіцієнту кореляції та середньоквадратичних похибок, оцінка переваг та недоліків запропонованого методу.

Викладення основного матеріалу дослідження

Одним з методів визначення коефіцієнту теплопровідності для газів є так званий метод “нагрітої нитки”. Досліджуваний газ знаходиться у циліндричній скляній трубці, уздовж осі якої натягнуто металевий дріт (або щільну провідну спіраль). Цей дріт (або спіраль) слугує одночасно як джерелом тепла, так і термометром опору. Зовнішня поверхня скляної трубки підтримується при сталій температурі (вміщена у водяний термостат). Через дріт пропускають електричний струм відомої величини [1,5].

Загальний вигляд та принципову схему лабораторної установки подано на рис.1. Металева спіраль (С) довжиною L і з радіусом r_1 , розташована вздовж осі вертикальної скляної трубки (Тр2) з внутрішнім радіусом r_2 . Зовнішня скляна трубка (Тр1) створює ємність для води. Завдяки циркуляції води та інтенсивному теплообміну можна вважати, що температура поверхні внутрішньої скляної трубки T_2 , а отже, й шару повітря, що прилягає до неї, приблизно дорівнює температурі води (тобто кімнатній температурі). При цьому ми нехтуємо перепадом температури між зовнішньою та внутрішньою стінками скляної трубки. Таке припущення має право на існування, якщо товщина стінки значно менша від радіусу трубки, а також з огляду на те, що теплопровідність скла значно вища від теплопровідності газу (повітря).

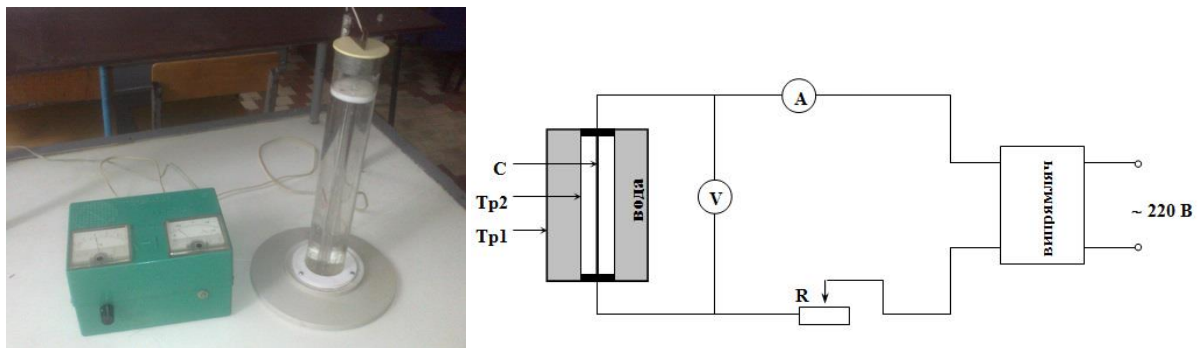


Рис. 1. Зовнішній вигляд та принципова електрична схема лабораторної установки

Для визначення сили струму I та напруги U в схему ввімкнено амперметр і вольтметр. Регулювання струму здійснюється за допомогою змінного резистору R . Опір спіралі визначається методом амперметра і вольтметра:

$$R(T_1) = \frac{U}{I} \tag{4}$$

Температурна залежність опору металевої спіралі описується лінійним законом:

$$R(T_1) = R(T_2) \cdot [1 + \alpha_R (T_1 - T_2)] \tag{5}$$

Звідки для різниці температур шарів повітря, які безпосередньо прилягають до металевої спіралі і до внутрішньої стінки трубки, маємо

$$T_1 - T_2 = \frac{R(T_1) - R(T_2)}{R(T_2)\alpha_R} \tag{6}$$

де α_R – температурний коефіцієнт опору матеріалу спіралі, $R(T_2)$ – опір спіралі при кімнатній температурі, визначається лінійною екстраполяцією отриманої експериментальної залежності $R = f(I)$ в область $I \rightarrow 0$, $R(T_1)$ – опір спіралі при температурі $T_1 > T_2$ (при проведенні експерименту $T_2 = 298$ К).

Геометричні розміри лабораторної установки, знання яких необхідне під час проведення числових розрахунків і температурний коефіцієнт опору матеріалу спіралі наведені у табл. 1.

Таблиця 1

Параметри лабораторної установки

довжина спіралі L , м	радіус спіралі r_1 , м	радіус трубки r_2 , м	температурний к-т опору α_R , 1/К
0,28	0,0015	0,0075	0,0058

Ізотермічними поверхнями у досліджуваному газі є коаксіальні циліндричні поверхні навколо дроту, як спільної осі цих поверхонь. Останньою з цих поверхонь, найдалшою від дроту, є внутрішня поверхня скляної трубки. Тепловий потік в такій системі може бути ненульовим лише у радіальному

напрямі, оскільки температура практично незмінна уздовж напрямку спіралі (осі циліндрів). Густина радіального теплового потоку через циліндричну ізотермічну поверхню радіуса r дорівнює

$$q = \frac{W}{2\pi r L} = -\lambda \frac{dT}{dr}, \quad (7)$$

де $W = IU$ – потужність струму.

Розділюючи змінні, рівняння (7) можна записати у вигляді:

$$dT = -\frac{W}{2\pi r L} \frac{dr}{r} = -\lambda \frac{W}{2\pi \lambda L} d(\ln(r)). \quad (8)$$

Інтегруючи рівняння (8), отримуємо

$$T = -\frac{W}{2\pi \lambda L} \ln(r) + C. \quad (9)$$

Для обчислення величин константи інтегрування C і коефіцієнту теплопровідності λ необхідно використати граничні умови. Якщо T_1, T_2 – температури шарів газу, які прилягають до поверхні дроту (або спіралі) і до внутрішньої поверхні трубки, а r_1, r_2 – радіуси дроту і трубки відповідно, то:

$$\left. \begin{aligned} T(r_1) &= T_1 \\ T(r_2) &= T_2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Тоді для обчислення коефіцієнту теплопровідності отримуємо формулу [5]:

$$\lambda = \frac{IU}{2\pi L(T_1 - T_2)} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right). \quad (11)$$

Формула (11) дозволяє знайти коефіцієнт теплопровідності газу, користуючись експериментально визначеними параметрами з її правої частини, але не дає можливостей провести аналіз фізичної залежності коефіцієнту теплопровідності від параметрів самого газу. Задля такого аналізу перепишемо рівняння для коефіцієнту теплопровідності через параметри газу, а не через параметри експериментальної установки [3]:

$$\lambda = K \frac{1}{3} \rho \bar{v} l = K \eta c_v, \quad (12)$$

де $K = \frac{9C_p / C_v - 5}{4} = 1,75$ для повітря, C_p, C_v – молярні теплоємності газу відповідно при сталому тиску і при сталому об'ємі, c_v – питома теплоємність газу при сталому об'ємі, ρ – густина газу, \bar{v}, l – відповідно середня швидкість хаотичного руху та середня довжина вільного пробігу молекул газу, η – коефіцієнт в'язкості.

Оскільки $\lambda \sim \eta c_v$, то залежність коефіцієнту теплопровідності від параметрів газу буде визначатися такими залежностями [3,4]:

$$\left. \begin{aligned} \eta &\sim \frac{\sqrt{m}}{d^2} \sqrt{T} \\ c_v &\sim \frac{i}{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda \sim \left(\frac{i}{d^2}\right) \cdot \sqrt{\frac{T}{m}}, \quad (13)$$

де i – кількість ступенів свободи молекули газу (для повітря вважається $i = 6$). Отже, теоретична залежність коефіцієнта теплопровідності від температури має характер кореня квадратного.

Таким чином, у відповідності до елементарної газокінетичної теорії (12,13), теплопровідність повітря за порядком величини дорівнює $\sim 10^{-2}$ Вт/(м·К) і суттєво збільшується при зростанні температури.

При проведенні експерименту через спіраль пропускають сталий струм відомої величини, змінюючи його з певним кроком (0,02 А) і вимірюючи у кожному випадку напругу на спіралі. Потім для кожного вимірювання обчислюють опір спіралі $R(T_1)$ за формулою (4) і будують графік залежності $R = f(I)$ опору спіралі від сили струму. Лінійною екстраполяцією отриманої залежності в область $I \rightarrow 0$ визначають величину опору спіралі при кімнатній температурі $R(T_2)$ (рис.2). За формулою (6) обчислюють різницю температур $T_1 - T_2$, визначають величину температури T_1 . Для кожного вимірювання розраховують коефіцієнт теплопровідності за формулою (11).

Для аналізу температурної залежності корисно побудувати графік залежності $\lambda = f(T_r)$ коефіцієнту теплопровідності від температури газу (рис.3), де температура газу приймається усередненою між температурами шарів T_1, T_2 і визначається за формулою:

$$T_r = \frac{T_1 + T_2}{2}. \quad (14)$$

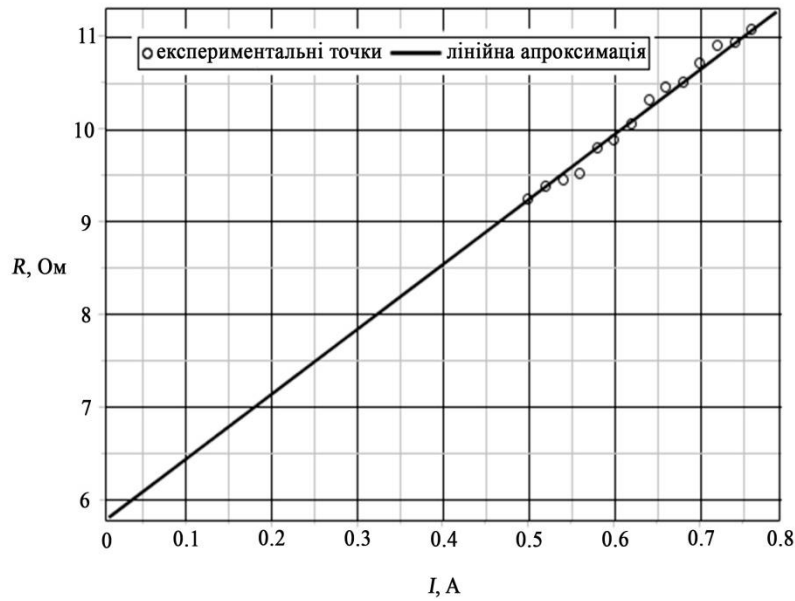


Рис. 2. Експериментальні значення і лінійна апроксимація функції $R = f(I)$ для визначення опору спіралі при кімнатній температурі ($R(T_2) = 5,74 \text{ Ом}$)

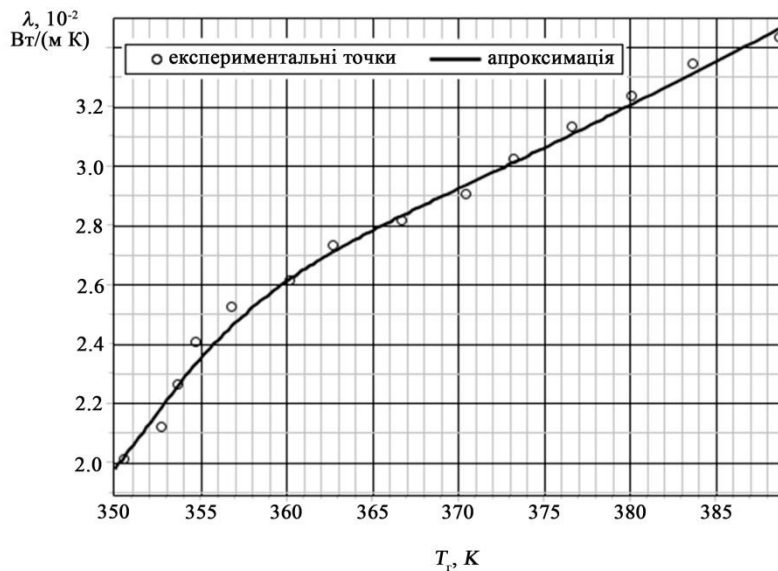


Рис. 3. Температурна залежність коефіцієнту теплопровідності повітря

Щоб кількісно оцінити, наскільки точно отриманий графік описується кореневою залежністю коефіцієнту теплопровідності від температури, застосовано метод найменших квадратів (МНК) [6-8]. Для цього вводяться такі позначення:

$$y = \lambda = \frac{IU \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L(T_1 - T_2)}; \quad x = \sqrt{T_r} = \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{2}}. \tag{15}$$

Це дозволяє перейти до аналізу більш простої лінійної функції виду [6-8]:

$$y = ax + b. \tag{16}$$

З теорії МНК для коефіцієнтів a і b маємо наступні вирази:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}; \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}. \tag{17}$$

На рис.4 показано графічний вигляд функції (16) та розташування експериментальних точок.

Можна стверджувати, що спостерігається добре узгодження між теорією і експериментом. Але для кількісної оцінки цього факту з теорії кореляцій додатково обчислюється значення коефіцієнту лінійного кореляційного зв'язку поміж величинами x_i та y_i [6-8]:

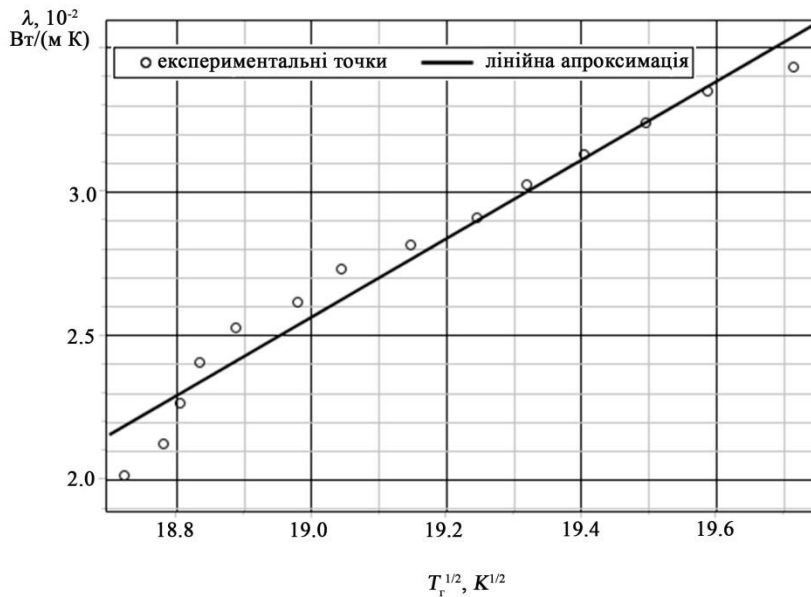


Рис. 4. Лінійна регресія температурної залежності коефіцієнту теплопровідності повітря

$$\rho = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]}} \quad (18)$$

де n – кількість проведених дослідів.

При значенні $\rho = 1$ існує функціональний зв'язок поміж x_i і y_i . Експериментальні дані при цьому точно укладаються на пряму виду (16). Розкид величин x_i і y_i , обумовлений похибками експерименту, знижує коефіцієнт кореляції. Якщо $\rho = 0$, величини x_i і y_i є повністю незалежними одна від одної.

Середньоквадратичні похибки визначення коефіцієнтів лінійної регресії a і b розраховуємо наступним чином [6-8]:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{(1-\rho) \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}{(n-2) \left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]}}; \quad \sigma_b = \sigma_a \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad (19)$$

Результати експерименту та його числової обробки подано у табл. 2. Аналіз отриманих результатів дозволяє стверджувати, що запропонований метод визначення коефіцієнту теплопровідності повітря дає добре узгодження з теорією і підтверджує кореневу залежність коефіцієнту теплопровідності від температури [9].

При виведенні формули (11) для розрахунку коефіцієнту теплопровідності не враховано низку явищ, які супроводжують процес теплопередачі: випромінювання, осьове відведення тепла, конвекційне перенесення тепла від нитки до стінки трубки, неідеальність геометрії, що веде до методичної похибки визначення коефіцієнту теплопровідності ~10%.

Описаний вище метод нагрітої нитки використовується також для визначення коефіцієнту теплопровідності теплоізоляційних матеріалів. При цьому досліджуваний теплоізоляційний матеріал наносять на зовнішню поверхню металевої трубки, в середині якої розміщено електричний нагрівач. Обчислюють коефіцієнт теплопровідності за формулою (11), де r_1, r_2 – відповідно радіус труби без ізоляції і при наявності ізоляції, T_1, T_2 – температури внутрішньої і зовнішньої поверхонь ізоляції. При здійсненні цього методу температури вимірюють спеціальною системою термодатчиків.

Таблиця 2

Результати експерименту та розрахунків

I, A	U, B	$R(T_1), \text{Ом}$	$(T_1 - T_2), K$	T_r, K	$\lambda, 10^{-2} \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$
0,50	4,62	9,24	105,13	350,56	2,01
0,52	4,88	9,38	109,47	352,74	2,12
0,54	5,10	9,44	111,27	353,64	2,26
0,56	5,33	9,52	113,48	354,74	2,41
0,58	5,60	9,65	117,60	356,80	2,53
0,60	5,93	9,88	124,45	360,23	2,61
0,62	6,23	10,05	129,41	362,71	2,73
0,64	6,60	10,31	137,34	366,67	2,81
0,66	6,97	10,56	144,80	370,40	2,91
0,68	7,31	10,75	150,49	373,24	3,02
0,70	7,68	10,97	157,14	376,57	3,13
0,72	8,07	11,21	164,25	380,13	3,24
0,74	8,47	11,45	171,39	383,69	3,35
0,76	8,95	11,78	181,31	388,66	3,43
коефіцієнт кореляції	$\rho = 0,98$				
коефіцієнти лінійної регресії	$a = 1,36 \cdot 10^{-2} \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}^{3/2}); b = -0,23 \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$				
середньоквадратичні похибки	$\sigma_a = 9,60 \cdot 10^{-6} \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}^{3/2}); \sigma_b = 1,84 \cdot 10^{-4} \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$				

Висновки

Презентовані методична розробка та лабораторне обладнання ілюструють реалізацію спрощеного методу експериментального визначення коефіцієнту теплопровідності газів. Отримане в такій спосіб значення коефіцієнту теплопровідності слід вважати середньоінтегральним на температурному інтервалі $[T_1; T_2]$ і співвідносити з середньоарифметичною температурою T_r (14) з цього інтервалу. Для збільшення опору та робочого діапазону температур запропоновано використовувати тонку щільну спіраль, яка одночасно слугує як джерелом тепла так і термометром опору. Запропонований підхід повністю вирішує поставлені завдання щодо реалізації стаціонарного одномірного теплового поля з простою формою ізотермічних поверхонь, забезпечення простоти та надійності конструкції нагрівника і тепловідводу, простоти методу визначення температури. Тому розроблене обладнання рекомендується для використання на лабораторному практикумі з фізики. Крім того, застосування в роботі достатньо складної математичної обробки експериментальних результатів дає студентам навички використання математичного апарату і демонструє теоретичний аспект будь-якої прикладної експериментальної задачі.

Список використаних джерел

1. Калінчак В.В. Фізика теплопровідності та експериментальні методи визначення коефіцієнту теплопровідності речовин / Калінчак В.В., Орловська С.Г., Черненко О.С. – Одеса: ОНУ, 2012. – 52 с.
2. Коротких А.Г. Теплопроводность материалов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 97 с.
3. Кучерук І.М. Загальний курс фізики, том1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / Кучерук І.М., Горбачук І.Г., Луцик П.П. – К.: Техніка, 1999. – 536с.
4. Сивухин Д.В. Термодинамика и молекулярная физика. Учеб. Пособие для вузов. – М.: Наука, 1990. – 552с.
5. Малова Н.Н. Лабораторный практикум по общей физике. – М.: Просвещение, 1985. – 351 с.
6. Методические рекомендации к применению вычислительной техники в курсе физики вуза / Казанский В.М., Клапченко В.И., Кошелева И.Д., Краснянский Г.Е. – К.: УМК ВО, 1989. – 232 с.
7. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / Новицкий П.В., Зограф И.А. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
8. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Корн Г., Корн Т. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
9. Таблицы физических величин. Справочник под ред. Кикоина И.К. – М.: Атомиздат, 1976. – 1006с.