

УДК 621.01

И.А. ХАЛИЛОВ, А.С. ИМАНОВ
Азербайджанский Технический Университет, г. Баку

МОДЕЛИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА С УЧЕТОМ КРИТЕРИЕВ КАЧЕСТВА

В статье предложен новый метод для профилирования выпуклых кулачковых механизмов. Кривая профиля кулачка получена из решения дифференциального уравнения кривизны. Для проверки достоверности полученных результатов были исследованы критерии качества. С применением системы MathCAD моделирован кулачковый механизм и обеспечено автоматизированное решение поставленной задачи.

Ключевые слова: кривизна, угол давления, математическая модель, мгновенный КПД, коэффициент трения, скорость скольжения, кулачковый механизм.

I.A. XALILOV, A.S. IMANOV
Azerbaijan Technical University, Baku

МОДЕЛЮВАННЯ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНІЗМУ З УРАХУВАННЯМ КРИТЕРІВ ЯКОСТІ

У статті запропоновано новий метод для профілювання опуклих кулачкових механізмів. Крива профілю кулачка отримана з рішення диференціального рівняння кривизни. Для перевірки достовірності отриманих результатів були досліджені критерії якості. Із застосуванням системи MathCAD змодельований кулачковий механізм і забезпечено автоматизоване рішення поставленого завдання.

Ключові слова: кривизна, кут тиску, математична модель, миттєвий ККД, коефіцієнт тертя, швидкість ковзання, кулачковий механізм.

I.A. XALILOV, A.S. IMANOV
Azerbaijan Technical University, Baku

MODELING CAM MECHANISM TAKING INTO ACCOUNT THE CRITERIAS OF QUALITY

In article is offered the new method for profiling convex of cam mechanisms. The curve profile of the cam is received from the decision of the differential equation of curvature. For the checking of reliability of the received results have been investigated the criteria of quality. With the system of MathCAD application is modeled cam mechanism and also is provided the automated decision of a task in view.

Keywords: curvature, pressure angle, mathematical model, instantaneous efficiency, friction factor, rubbing speed, cam mechanism.

Постановка проблемы

Кулачковые механизмы широко применяются в машинах-автоматах текстильной, полиграфической, легкой, пищевой отраслей промышленности. С помощью таких механизмов легко реализуется согласованное движение различных рабочих органов, работающих над одним и тем же объектом. Проектирование, изготовление и доводка кулачковых механизмов является достаточно трудоемким и дорогостоящим процессом. Применение математического моделирования при проектировании кулачковых механизмов позволяет значительно сократить время и стоимость проделанных работ. Кроме того, это позволяет проводить быструю оптимизацию параметров.

Для обеспечения нормального функционирования кулачкового механизма необходимо, после предварительного определения основных размеров, проанализировать выбранные значения размеров по критериям качества [1].

При проектировании кулачковых механизмов особое внимание уделяют повышению долговечности работы высшей кинематической пары кулачок–толкатель. В качестве исходных данных обычно задаются обобщенным законом изменения ускорения толкателя [2]. Монотонное изменение кривизны профиля обеспечивает монотонное изменение ускорения при движении толкателя по профилю, т.е. гарантирует отсутствие ударов (скачкообразных изменений ускорений), разрушающих контактирующие поверхности кулачка и толкателя.

Другая причина необходимости монотонного изменения кривизны наблюдается в кулачковых механизмах с плоским толкателем. В данном случае кулачок по всему профилю должен быть выпуклым, ибо плоскость не может соприкасаться с вогнутой поверхностью.

Сферический наконечник наиболее универсален – используется как в плоских, так и в пространственных механизмах. Схема реального кулачкового механизма со сферическим наконечником (с радиусом r_{sph}) поступательно двигающегося толкателя представлена на рис. 1.

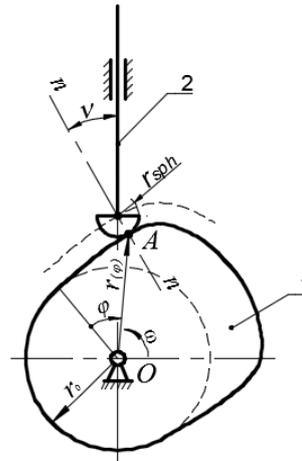


Рис. 1. Кулачковый механизм с поступательно двигающимся толкателем:
1 – кулачок; 2 – толкатель; n–n – нормаль к поверхности контакта

Анализ последних исследований и публикаций

В последние годы опубликовано очень много работ по исследованию и проектированию кулачковых механизмов. Связано это со значительным развитием автомобилестроения, автоматостроения и специального машиностроения, где приходится иметь дело со сложными движениями.

Плоские кулачковые механизмы (рис. 1) получили широкое распространение в системах автоматизации машин, например, в двигателях внутреннего сгорания (ДВС) [1, 2]. Это объясняется возможностью обеспечения продолжительного неподвижного состояния выходного звена - толкателя кулачкового механизма.

Одни из последних публикаций в этой области посвящены проектированию и анализу кулачковых механизмов с помощью ЭВМ [7], где рассматривается одна из наиболее важных проблем - проектирование механизмов с учетом многочисленных критериев качества. Исследования критериев качества по разработанной математической модели на ЭВМ показали новые, неизвестные ранее результаты.

Кулачки с выбранным законом движения клапана или толкателя не накладывают ограничения на закон образования профиля кулачка, вследствие чего обеспечивают большие возможности по оптимизации показателей механизма газораспределения (МГР). Спрофилированные этим методом кулачки по параметру «время - сечение» не уступают, а в ряде случаев превосходят кулачки, сформированные с заданным законом образования профиля. При этом они обеспечивают плавное и непрерывное изменение ускорения клапана, что способствует снижению интенсивности ударных взаимодействий элементов в МГР и уменьшает влияние колебаний привода механизма на кинематику клапана. По этому методу, например, профилируются кулачки современных двигателей, называемых безударными, например, кулачки Курца и «полидайн» [9]. Однако следует отметить, что кулачки такого профиля более сложны в производстве и, следовательно, более дороги.

В существующей технической и учебной литературе для профилирования задается ускорение толкателя. Представляется, что при ограничении прочности материалов механизма [9] такой подход не совсем корректен. Предлагается другой подход для профилирования. Для обеспечения контактной прочности высшей кинематической пары кулачок–толкатель необходимо профилировать кулачок с заданной кривизной.

Изложение основного материала исследования

Предлагается построить профиль кулачка на основе кривизны (обратная задача). Для этого было решено дифференциальное уравнение кривизны в декартовой системе координат, которое имеет следующий вид[8]:

$$k(x) = \frac{y'''}{(1+y'^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

где $k(x)$ - функция кривизны; y - уравнение кривой профиля.

Уравнение (1) не содержит явным образом искомой функции y . За кривую кривизны (выпуклый верх), удовлетворяющую некоторым критериям [3,4], можно принять элементарную тригонометрическую функцию в виде:

$$k(x) = -a \cdot \sin(p \cdot x), \tag{2}$$

где a – максимальное значения кривизны; p – масштабный множитель аргумента.

Решение дифференциального уравнения (1) с учетом (2) приводит к выражению

$$y(x) = \frac{1}{p} \ln \left(\sin(px) + \sqrt{B^2 - \cos^2(px)} \right) + C, \tag{3}$$

где $B=p/a$.

Используя краевые условия [3] получим следующее выражение

$$B = \frac{\cos(px_1)}{\cos(\beta_1)} \tag{4}$$

Для решения поставленной задачи применяем программное обеспечение MathCAD. Система MathCAD позволяет быстро и просто производить дифференцирование, интегрирование и аппроксимацию функций, замену переменных и построение графиков, чем компенсирует отсутствие наглядных графических методов расчета [5].

На рис. 2 показаны направления осей координат, значения аргумента и профильные углы в начале и в конце фазы удаления- $x_1, x_2, \beta_1, \beta_2$. Для удобства и упрощения уравнения (3) в начале координат принимают значения $\beta_1=0^\circ, x_1=0, y_1=0$. При таких условиях из (4) получим $B=1$ ($p=a$) и уравнение (3) принимает следующий простой вид:

$$y(x) = \frac{1}{p} \ln(2\sin(px)) + C \tag{5}$$

Значение постоянной C находим по краевым условиям $x=x_1, y=y_1$.

$$C = -\frac{1}{p} \ln(2 \sin(px_1)) + y_1$$

Для дальнейших вычислений удобнее, чтобы профиль был расположен в диапазоне изменения x от нуля (максимально приближено нулю) до единицы, поэтому целесообразно перейти к безразмерным величинам заданных геометрических размеров.

$h=20$ мм- ход толкателя, $r_0=57$ мм - минимальный радиус кулачка, $\varphi_y=60^\circ$ - фаза удаления.

$\Delta x = r_0 - (h + r_0) \cdot \cos(\varphi_y)$ - максимальное значения x . $b = \Delta x$ - ширина фазы удаления профиля кулачка.

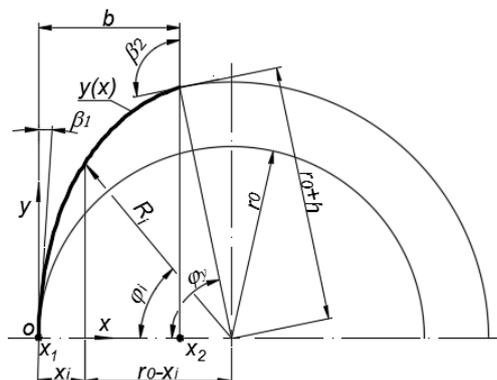


Рис. 2. Расчетная схема кулачкового механизма

$\Delta y = (h + r_0) \cdot \sin(\varphi_y)$ - максимальное значения y .

Относительные величины заданных геометрических размеров:

$$x_{01} = \frac{x_1}{b}, \quad x_{02} = \frac{\Delta x}{b}, \quad y_{01} = \frac{y_1}{b}, \quad y_{02} = \frac{\Delta y}{b}, \quad r_{0b} = \frac{r_0}{b}, \quad r_{sphb} = \frac{r_{sph}}{b}.$$

Совместно решив уравнения (4) и (5), находим значение постоянной p .

Для перехода от прямоугольной к полярной системе координат (рис. 2) воспользуемся следующими формулами:

$$\varphi(x) = \text{atn} \left(\frac{y(x)}{r_{0b} - x} \right), \quad S(x) = \sqrt{y(x)^2 + (r_{0b} - x)^2} - r_{0b} \tag{6}$$

Как видно из (6), полярный угол и радиус зависят только от x (параметрический). На рис. 3 показана зависимость S - перемещения толкателя от φ - угла поворота кулачка.

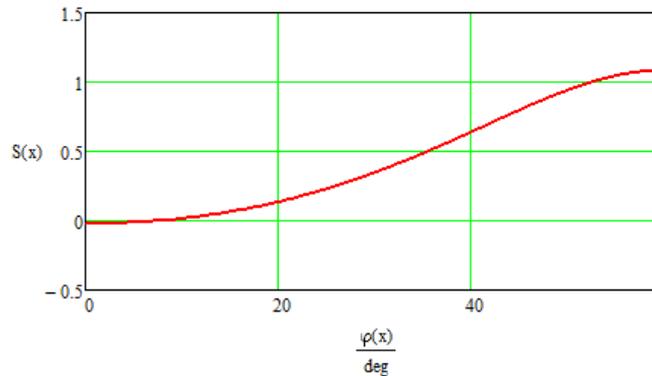


Рис. 3. Диаграмма функции положения толкателя

Для определения первой передаточной функции нужно продифференцировать функции (6) относительно x и после некоторых простых преобразований получим:

$$V_q(x) = \frac{\left[\cot(px) \cdot \left(\frac{1}{p} \ln(2 \sin(px) + C) \right) - (r_{ob} - x) \right] \sqrt{\left(\frac{1}{p} \ln(2 \sin(px) + C) \right)^2 + (r_{ob} - x)^2}}{\cot(px) \cdot (r_{ob} - x) + \frac{1}{p} \ln(2 \sin(px) + C)} \quad (7)$$

Аналог скорости принимает максимальное значение при угле поворота кулачка $\varphi_{max} = 41,51^\circ$. Дифференцируя (7) относительно φ , получим вторую передаточную функцию (рис. 4).

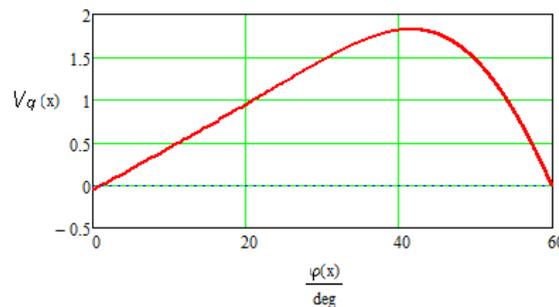


Рис. 4. Диаграмма первой передаточной функции толкателя

Применение аналитического метода дифференцирования для уравнения (7) приводит к сложной второй передаточной функции. Поэтому целесообразно воспользоваться возможностями системы MathCAD, применяя численный метод.

Как видно из рис. 5, происходит низкое нарастание ускорения в начале промежутка и быстрое убывание его в конце, что как раз желательно для многих кулачковых механизмов, так как приблизительно в средней части промежутка, которая является основной, скорость движения ведомого звена ближе к постоянной величине.

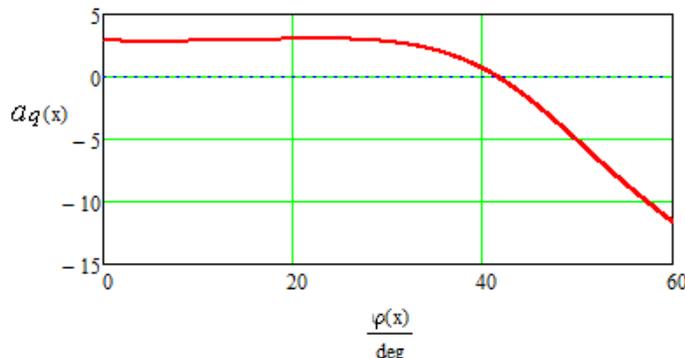


Рис. 5. Диаграмма второй передаточной функции толкателя

После предварительного определения основных размеров кулачкового механизма следует проанализировать выбранные значения размеров по значениям критериев качества функционирования кулачкового механизма:

- приведенные радиусы (или приведенная кривизна) в высшей кинематической паре;
- скорости скольжения между реальным профилем кулачка и толкателя;
- коэффициент возрастания усилий в зоне контакта;
- коэффициент потерь и КПД механизма.

При моделировании критериев качества кулачкового механизма был принят закон изменения аналога ускорения на основе производной уравнения (7). Для расчета некоторых вышеуказанных критериев был использован план скоростей (рис.6):

$$\begin{aligned} \vec{V}_B &= \vec{V}_{Bteor} + \vec{V}_{tck} \\ \vec{V}_B &= \vec{V}_{Bprac} + \vec{V}_{pck} \end{aligned} \quad (8)$$

где V_B ($S' = V_q$)- скорость толкателя согласно теоретическому и практическому профилям, представляемая на плане скоростей (рис. 6) отрезком |BE|; $V_{Bteor} = \omega r_{teor}$ - скорость точки контакта идеализированного профиля кулачка, представляемая на плане скоростей отрезком |BC|; V_{Bprac} - скорость точки контакта практического реального профиля кулачка, представляемая на плане скоростей отрезком |BD|; V_{pck} - скорость скольжения толкателя по реальному профилю кулачка, представляемая на плане скоростей отрезком |DE|; V_{tck} - скорость скольжения толкателя по идеализированному профилю кулачка, представляемая на плане скоростей отрезком |CE|.

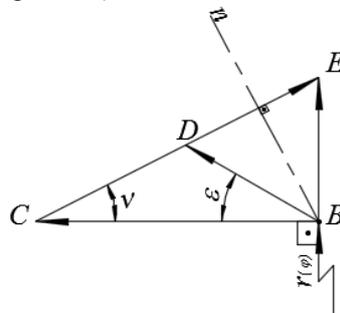


Рис. 1. План скоростей кулачкового механизма

Связь между аналогом скоростей V_q и скоростью V общеизвестна [2]:

$$V = V_q \omega,$$

где ω -угловая скорость кулачка.

Угол отклонения радиуса точки контакта практического профиля от радиуса идеализированного профиля определяется следующим образом [7]:

$$\epsilon_{prac} = r_{sph} \cdot \frac{\nu(x)}{r_{practic}(x)},$$

где $r_{practic}(x)$ – радиус- вектор в контактной точке, $\nu(x)$ – угол давления

$$r_{practic}(x) = S(x) + r_{ob} - r_{sph}$$

В простейшем кулачковом механизме с центральным поступательно движущимся толкателем ($\epsilon = 0$) зависимость между текущим радиус-вектором $r_{teoric}(x)$ идеализированного профиля кулачка и перемещением заостренного толкателя $S(x)$ имеет вид:

$$r_{teoric}(x) = S(x) + r_{ob}. \quad (9)$$

Радиус кривизны теоретического профиля кулачка для полярной системы координат может быть рассчитан по формуле [8]:

$$\rho_{teoric} = \frac{[(S(x) + r_{ob})^2 + V_q(x)^2]^{\frac{3}{2}}}{(S(x) + r_{ob})^2 + 2 \cdot V_q(x)^2 - (S(x) + r_{ob}) \cdot a_q(x)}, \quad (10)$$

что позволяет при известных усилиях выбрать радиус сферического наконечника толкателя r_{sph} и оценить контактные напряжения. По выбранному радиусу сферы r_{sph} можно построить эквидистантный практический профиль кулачка при

$$\begin{aligned} r_{sph} &= 0,7 \cdot \rho_{min}; \\ \rho_{practic} &= \rho_{teoric} - r_{sph}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) получим $r_{sph} = r_{sph} \cdot b \approx 14 \text{ mm}$.

Совпадение радиуса кривизны, вычисленного по формулам (10) и (2), подтверждает достоверность проводимых вычислений.

Применение компьютерной технологии не только ускоряет проектирование кулачкового механизма, но и позволяет оценить его качественные показатели: КПД; скорость скольжения и износ в

высшей кинематической паре; приведенная кривизна (k_{pr}), учитывающая влияние радиусов кривизны кулачка и толкателя на контактные напряжения; возрастание усилий в высшей кинематической паре кулачок–толкатель.

Из анализа формулы Герца [2], которая используется для оценки контактных напряжений в высшей паре, можно заключить, что единственный геометрический элемент в этой формуле-приведенный радиус кривизны ρ_{pr} , который учитывает влияние характеристики геометрической формы кулачка на контактную прочность:

$$k_{pr}(x) = \frac{1}{\rho_{pr}} = \frac{\rho_{practic}(x) + r_{sphb}}{\rho_{practic}(x) \cdot r_{sphb}}$$

На рис. 7 представлена полученная расчетная диаграмма изменения приведенной кривизны (k_{pr}) при выбранных значениях ρ_{pr} . Видно, что максимальное значение (k_{pr}) соответствует началу сбегу толкателя на кулачок, где усилия на толкатель не являются значительными.

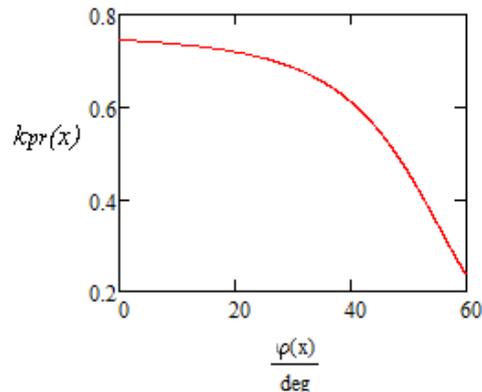


Рис. 2. Диаграмма изменения приведенной кривизны

Для оценки следующего критерия качества можно использовать коэффициент возрастания усилия [6] (рис.8)

$$Kq(x) = \frac{1}{\cos(v(x) + \tan(f))}, \tag{12}$$

где, f - коэффициента трения.

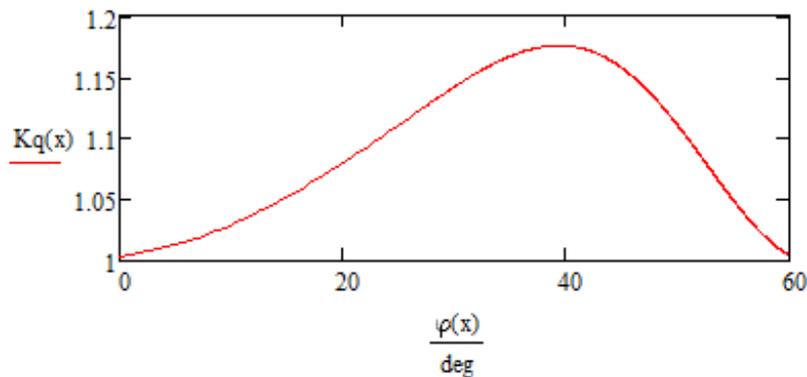


Рис. 3. Диаграмма изменения коэффициента возрастания усилий по углу поворота кулачка

Коэффициент возрастания усилия зависит от угла давления v :

$$v(x) = \text{atan}\left(\frac{V_q(x)}{r_{ob} + S(x)}\right) \tag{13}$$

При угле поворота кулачка $\varphi = 39,378^\circ$ значение коэффициента возрастания усилия (12) и угол давления ($v_{max} = 26^\circ$) (13) принимают максимальные значения.

Оценка скоростей скольжения в высшей кинематической паре позволяет вместе с диаграммой сил сопротивления движению толкателя оценить такие параметры кулачкового механизма, как износ профиля и КПД. Из рис. 6, можно получить следующие формулы:

$$V_{tck}(x) = \frac{V_q(x)}{\sin(v(x))}, \tag{14}$$

$$V_{pck}(x) = \frac{V_q(x) \cdot \cos(\varepsilon(x))}{\sin(\nu(x)) + \varepsilon(x)}, \quad (15)$$

где V_{pck} — скорость скольжения толкателя по реальному профилю кулачка; V_{ick} — скорость скольжения толкателя по идеализированному профилю кулачка.

Анализ диаграммы изменения аналогов скоростей скольжения (рис. 9) показывает, что скорость скольжения идеализированного профиля значительно превышает скорость скольжения практического профиля.

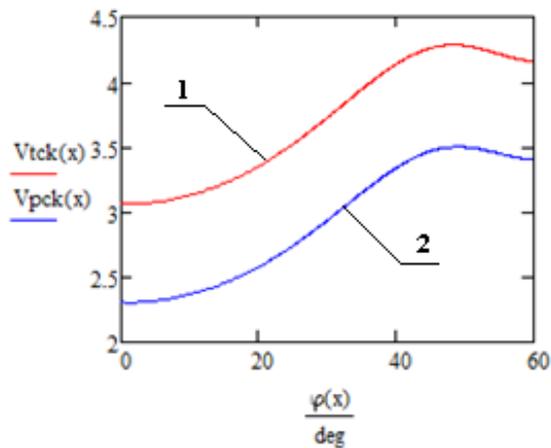


Рис. 4. Зависимость скорости скольжения профилей высшей кинематической пары от угла поворота кулачка: 1 — идеализированный профиль кулачка, соответствующий заостренному толкателю; 2 — реальный профиль кулачка

Расчет аналога скоростей скольжения в высшей кинематической паре совместно с рассмотрением диаграммы коэффициента возрастания усилий позволяет в первом приближении определить предполагаемое место профиля кулачка, подверженное максимальному износу (в зоне максимальных значений аналога скорости) по критерию в виде произведения аналога скорости скольжения на коэффициент возрастания усилий (рис. 10).

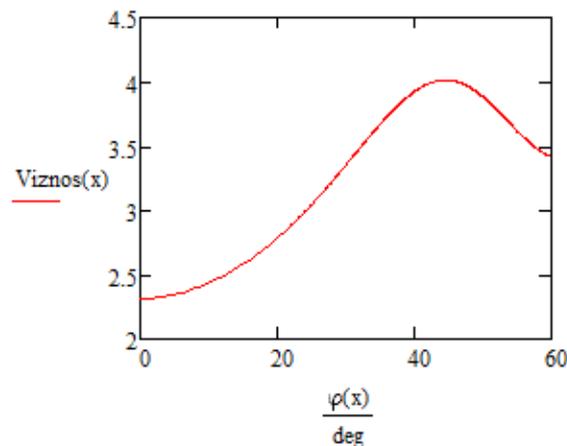


Рис. 5. Диаграмма изменения коэффициента износа по углу поворота кулачка

Задаваясь коэффициентом трения в высшей кинематической паре f , можно приближенно построить диаграммы потерь энергии на трение и мгновенный КПД (рис. 11 и 12), который однозначно определяется коэффициентом потерь – χ [5].

$$\chi(x) = \frac{f \cdot V_{pck}(x) \cdot K_q(x)}{f \cdot V_{pck}(x) + V_q(x)}$$

$$KPD(x) = 1 - \chi(x) \quad (16)$$

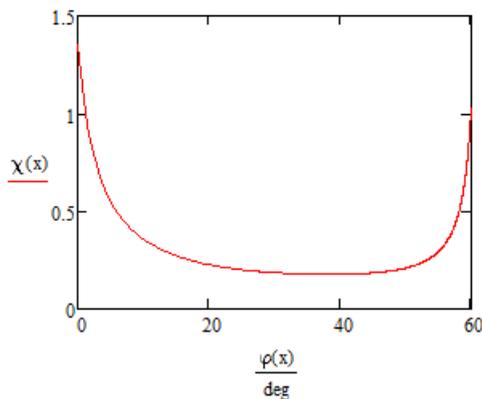


Рис. 6. Диаграмма изменения коэффициента потерь по углу поворота кулачка

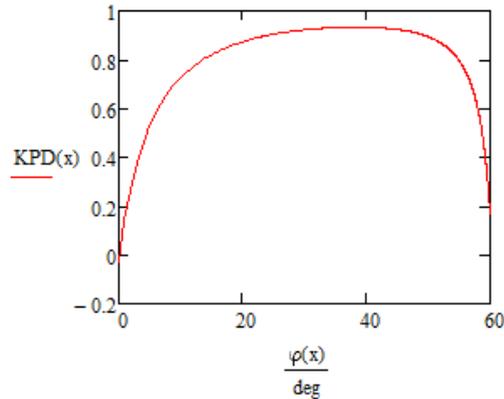


Рис. 7. Диаграмма изменения мгновенного КПД по углу поворота кулачка

Диаграмма КПД имеет две ветви, соответствующие ускоренному и замедленному движению толкателя при ее подъеме. Минимальные значения КПД соответствуют нижнему и верхнему выстою, в которых отсутствует полезная работа.

Из анализа результатов моделирования критериев качества кулачкового механизма следует:

- Расчет параметров оценки качества кулачкового механизма показывает, что приведенная кривизна получает наибольшее значение в начале сбегу толкателя на кулачок, где усилия на толкатель являются незначительными. Монотонно меняющаяся приведенная кривизна подтверждает плавные (без скачков) изменения контактных напряжений относительно характеристики геометрии профиля кулачка (рис. 7).
- Согласно оценке коэффициента возрастания усилий в высшей кинематической паре следует, что его значения меняются незначительно (прибл. 1,00 - 1,17), что мало влияет на контактную прочность (рис. 8).
- Расчет скоростей (аналогов) скольжения по углу поворота кулачка показывает, что они монотонно увеличиваются с радиусом кулачка. Скорость скольжения достигает наибольшего значения в зоне максимальных скоростей и усилий на толкатель (рис. 9).
- Неожиданным, но объяснимым является высокое значение КПД при высоких значениях угла давления ν . Это явление следует объяснить тем, что минимальные значения КПД соответствуют нижнему и верхнему выстою, в которых отсутствует полезная работа (рис. 12) [7].

Выводы

1. При проектировании выпуклых кулачковых механизмов, где необходимо соблюдать монотонность изменения кривизны по профилю предлагается применить уравнение кривой (6), полученное из решения дифференциального уравнения кривизны;
2. Созданный метод можно применить для профилирования кулачковых механизмов, где при активном ограничении контактной прочности характер изменения ускорения толкателя по углу поворота кулачка зависит только от радиуса кривизны профиля.
3. По предложенному алгоритму, применив систему MathCAD, можно профилировать кулачковые механизмы с мягким ударом.
4. Из моделирования критериев качества кулачкового механизма следует, что предложенная методика профилирования кулачка можно применить для создания реальных выпуклых кулачковых механизмов.

Список использованной литературы

1. Леонов И.В. Теория механизмов и машин / Леонов И.В., Леонов Д.И. // Высшее образование: Москва. -2009 г. - 239 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин / Артоболевский И.И. - М.: Наука – 1988. - 639 с
3. Иманов А.С. Профилирование лопаток по геометрическому критерию качества на основе решения обратной задачи / Иманов А.С. // Авиационная техника: Изв. Вузов. – 2003г. - №1. –С. 64-66.

4. А.С. Иманов Профилирование плоских авиационных лопаток на базе дифференциального уравнения кривизны / А.С. Иманов, П.Ш. Абдуллаев // Запорожье АО «Мотор Сич», Вестник двигателестроения - 2015 г. - № 2. - С. 154-158.
5. Егорова О.В. Применение системы Mathcad в курсовом проектировании по ТММ / Егорова О.В., Леонов Д.И., Леонов И.В., Павлов Б.И. Москва - Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана – 2012 - 49с.
6. Белоконев И.М. Механика машин. Расчеты с применением ЭЦВМ / Белоконев И.М. - Киев, Вища школа – 1978 - 232 с.
7. Леонов И.В. Проектирование и анализ кулачковых механизмов с помощью ЭВМ / Леонов И.В., Барбашов Н.Н // Изв. выс. учеб. завед., Машиностроения, МГТУ им. Баумана, – 2014 г.
8. Погорелов А. В. / Дифференциальная геометрия (6-е издание) - М.: Наука- 1974.
9. Васильев А. В. Профилирование высокоэффективных кулачков газораспределения двигателей внутреннего сгорания / Васильев А. В., Бахрачева Ю. С., Каборе У. // Вестн. Волгогр. гос. ун-та. – 2013 - № 2.- с. 96-102.