

## ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

УДК 539.3

## ПРОГНОЗУВАННЯ ЕФЕКТІВ ПРИХОПЛЕНЬ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ПІД ЧАС СПУСКУ У КРИВОЛІНІЙНІЙ СВЕРДЛОВИНІ

Андрусенко О.М.

*За допомогою рівнянь для комп'ютерного моделювання механічної поведінки бурильних колон у свердловинах з гармонічними недосконалостями підраховуються сили контактної та фрикційної взаємодії БК зі стінками свердловини. Виконується прогнозування ефектів прихоплення бурильної колони під час спуску у криволінійній свердловині.*

*The forces of contact and friction interaction of drill strings with bore-hole walls are investigated through the use of constitutional differential equations. The bore-holes with harmonic imperfections are considered. The prognosis of drill string seizure effects are analyzed for the cases of its lowering.*

**Постановка проблеми.** Практичне впровадження технологій буріння глибоких свердловин зі складною просторовою орієнтацією їх траєкторій пов'язано з необхідністю теоретичного моделювання механічних явищ, що супроводжують їх функціонування, з метою прогнозування можливих критичних станів [1, 2]. При цьому одним з найважливіших аспектів даного напрямку є теоретичне моделювання поведінки колон глибокого буріння в криволінійних свердловинах на етапах їх спуску і підйому.

Розглянемо задачу про теоретичне моделюванні пружного згинання БК у криволінійній свердловині. Прийmemo, що геометрія траєкторії в свердловині в результаті технологічних похибок може прийняти форму з нерегулярними недосконалостями. В місцях таких недосконалостей БК піддається інтенсивному згинанню, що приводить до виникнення контактних сил, що взаємодіють між поверхнею колони і стінкою свердловини. У процесі виконання спуско-підйомних операцій і функціонування в місцях найбільш інтенсивних контактних сил генеруються поля сил тертя, орієнтованих в осьовому і коловому напрямках.

Значення цих сил різко зростають зі зменшенням кроку недосконалості і радіусу кривизни. Оскільки використана для аналізу механіки БК у закордонній літературі теорія гнучких ниток виявляється неприйнятною, будемо застосовувати теорію гнучких криволінійних стержнів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питання особливостей механічної поведінки БК у вертикальних свердловинах розглянуті в публікації [3]. У роботі [1] досліджується механічна поведінка БК у похило-скерованих свердловинах з позицій формулювання прямих і обернених задач згинання криволінійного пружного стержня.

Сучасні методи фізичного та математичного моделювання механіки бурильних колон (БК) в криволінійних свердловинах, базуються, як правило, на представленні колони абсолютно гнучкою нерозтяжною ниткою [4]. Така модель може бути виправдана при виконанні оціночних розрахунків на етапі попереднього проектування, коли траєкторія свердловини задається у вигляді гладкої кривої найпростішого об'єкту з великими радіусами кривини.

В даній роботі розглядаються локальні недосконалості з двовимірними викривленнями геометричної форми БК в загальному вигляді.

**Мета роботи.** На основі загальної теорії гнучких криволінійних стержнів [5] поставити задачу про пружний згин бурильної колони в криволінійній свердловині з геометричними локальними недосконалостями.

**Основна частина.** При моделюванні пружного деформування бурильної колони в похило-скерованій свердловині з геометричними недосконалостями прийmemo, що викривлення проектної траєкторії свердловини, яке викликане порушенням технології буріння або механічними неоднорідностями тектонічних структур, не може супроводжуватися утворенням зломів її осьової лінії, яка є диференційованою за

всіма трьома незалежними просторовими змінними. При цьому, однак, якщо ці недосконалість є дрібно масштабними, то вони можуть наближатися до геометричних сингулярностей. Будемо вважати також, що осеві лінії свердловини і БК збігаються.

Наведемо основні співвідношення, що визначають геометрію осевої лінії криволінійної свердловини. Для їх подання можна застосовувати два способи параметризації [5]. У першому способі положення точки на кривій задається координатою  $s$ , вимірюваною довжиною осевої лінії від деякої початкової точки до поточної (натуральна параметризація), у другому — використовується деякий довільний параметр  $\vartheta$ , який може бути більш зручний для опису загальних властивостей кривої.

Нехай рівняння осевої лінії свердловини в декартовій системі координат  $Oxyz$  мають вигляд

$$x = x(s), y = y(s), z = z(s). \quad (1)$$

Співвідношення (1) дозволяють знайти орти  $\vec{t}$ ,  $\vec{n}$ ,  $\vec{b}$  рухомого триєдра

$$\vec{t} = \frac{d\vec{r}}{ds}, \vec{n} = R \frac{d\vec{t}}{ds}, \vec{b} = \vec{t} \times \vec{n}, \quad (2)$$

і тим самим повністю визначити геометричні характеристики траєкторії свердловини.

Пружне деформування трубчастої БК у криволінійній свердловині в процесі буріння і виконання спуско-підіймальних операцій здійснюється під дією розподілених сил тяжіння  $\vec{f}^{sr}$ , сил  $\vec{f}^c$  контактної взаємодії між БК і стінкою свердловини, сил  $\vec{f}^{fr}$  і моментів  $\vec{m}^{fr}$  фрикційної взаємодії, а також зосереджених крайових сил і моментів, прикладених у точці підвісу БК і в точці її контакту з дном свердловини. Виникаючі при цьому в кожному елементі БК внутрішня сила  $\vec{F}$  і момент  $\vec{M}$  задовольняють векторним рівнянням рівноваги [5]

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{f}^{sr} - \vec{f}^c - \vec{f}^{fr}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{t} \times \vec{F} - \vec{m}^{fr}. \quad (3)$$

Після деяких перетворень співвідношень (1) — (3) зможемо виписати систему розв'язувальних рівнянь в тій послідовності, яка необхідна для опису алгоритму аналізу поставленої задачі [6]:

$$\frac{dh_1}{d\vartheta} = h_2, \quad (4)$$

$$\frac{dh_2}{d\vartheta} = -\frac{D^2}{C} \cdot m_w^{mp} + \frac{D}{T^2} \cdot \frac{dT}{d\vartheta} + \frac{1}{D} \cdot \frac{dD}{d\vartheta} \cdot h_2, \quad (5)$$

$$F_u = \frac{A}{D \cdot R^2} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cosh_1 - \frac{A}{R \cdot T} \sinh_1 + \frac{C}{R} \sinh_1 \cdot \left( \frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right), \quad (6)$$

$$F_v = -\frac{A}{D \cdot R^2} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cdot \sinh_1 - \frac{A}{R \cdot T} \cosh_1 + \frac{C}{R} \cosh_1 \cdot \left( \frac{1}{T} + \frac{h_2}{D} \right), \quad (7)$$

$$\frac{dF_w}{Dd\vartheta} = \frac{1}{R} \cosh_1 \cdot F_u - \frac{1}{R} \sinh_1 \cdot F_v - f_w^{sp} - f_w^{mp}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
f_u'' = & \frac{\sinh_1 \cdot m_w^{mp}}{R} + \frac{C}{R^2} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \sinh_1 \cdot \frac{h_2}{D^2} - \frac{1}{R} \cosh_1 \cdot F_w - f_u'' - \frac{A-C}{R \cdot T^2} \cosh_1 + \frac{C \cdot h_2}{D \cdot R \cdot T} \cosh_1 + \\
& + \frac{A}{D^3 \cdot R^2} \cdot \frac{dD}{d\vartheta} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cdot \cosh_1 + \frac{2A}{D^2 \cdot R^3} \cdot \left(\frac{dR}{d\vartheta}\right)^2 \cdot \cosh_1 - \frac{A}{D^2 \cdot R^2} \cdot \frac{d^2 R}{d\vartheta^2} \cosh_1 - \\
& - \frac{A}{D \cdot R^2 \cdot T} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \sinh_1 - \frac{A}{D \cdot R \cdot T^2} \cdot \frac{dT}{d\vartheta} \sinh_1 - \frac{A-C}{D \cdot R^2 \cdot T} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \sinh_1,
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
f_v'' = & \frac{\cosh_1 \cdot m_w^{mp}}{R} + \frac{C}{R^2} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cosh_1 \cdot \frac{h_2}{D^2} + \frac{1}{R} \sinh_1 \cdot F_w - f_v'' + \frac{A-C}{R \cdot T^2} \sinh_1 - \frac{C \cdot h_2}{DRT} \sinh_1 - \\
& - \frac{A}{D^3 \cdot R^2} \cdot \frac{dD}{d\vartheta} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cdot \sinh_1 - \frac{2A}{D^2 \cdot R^3} \cdot \left(\frac{dR}{d\vartheta}\right)^2 \cdot \sinh_1 + \frac{A}{D^2 \cdot R^2} \cdot \frac{d^2 R}{d\vartheta^2} \cdot \sinh_1 - \\
& - \frac{A}{D \cdot R^2 \cdot T} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cosh_1 - \frac{A}{D \cdot R \cdot T^2} \cdot \frac{dT}{d\vartheta} \cosh_1 - \frac{A-C}{D \cdot R^2 \cdot T} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cosh_1,
\end{aligned} \tag{10}$$

$$f_w^{mp} = \pm \mu \left[ \sqrt{(f_u'')^2 + (f_v'')^2} \cdot \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}} \right], \tag{11}$$

$$m_w^{mp} = \pm \mu \left[ \sqrt{(f_u'')^2 + (f_v'')^2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{\omega d / 2}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}} \right]. \tag{12}$$

У даній роботі розглянуто випадок гармонічних недосконалостей. Прийнято, що в проектному стані осьова лінія свердловини являє собою чверть дуги еліпса з півосями  $H$ ,  $L$ , у площині  $xOz$ . Для цієї геометрії вирішується поставлена вище задача про визначення внутрішніх і зовнішніх силових факторів, що діють на БК при її русі. Потім в геометрію осової лінії свердловини вводиться викривлення у формі косинусоїди з кроком  $\lambda$  і змінним радіусом. Тоді рівняння (1) в цьому випадку приводяться до вигляду

$$\begin{aligned}
x = L \cos \vartheta - h \cos \left( k \int_{3\pi/2}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} d\theta \right) \frac{H \cos \vartheta}{\sqrt{L^2 \sin^2 \vartheta + H^2 \cos^2 \vartheta}}, \\
y = 0, \\
z = H \sin \vartheta - h \cos \left( k \int_{3\pi/2}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} d\theta \right) \frac{L \sin \vartheta}{\sqrt{L^2 \sin^2 \vartheta + H^2 \cos^2 \vartheta}} \tag{13} \\
(3\pi/2 \leq \vartheta \leq 2\pi),
\end{aligned}$$

де  $\alpha$  — коефіцієнт при показнику експоненти (функції Гауса), який визначає швидкість спадання  $h(\vartheta)$ ;  $\vartheta_c$  — значення параметра з максимальним  $h(\vartheta) = h_c$ , і вирішується задача про визначення внутрішніх і зовнішніх сил;  $k$  — хвильове число, накладене на криву (рис. 1).

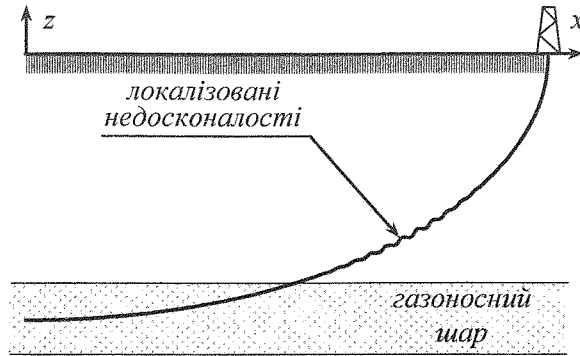


Рис. 1. Схема криволінійної свердловини з косинусоїдальними недосконалотями.

Користуючись цими рівностями знаходимо радіуси кривини та кручення [7], метричний множник  $D$ , що дозволяє перейти до натуральної параметризації кривої (13), підрахувати орти  $\vec{n}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{\tau}$ , тригранника Френе і перейти до інтегрування системи. Всі ці змінні описуються громіздкими виразами і тут не наводяться.

При виконанні спуско-підймальних операцій із заданим відношенням  $\nu = \frac{\dot{w}}{\omega d/2}$  (відношення лінійних швидкостей осевого та обертального рухів елемента зовнішньої поверхні труби БК) шукані функції  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $F_w$  при  $\vartheta = 3\pi/2$  дорівнюють нулю, але відмінні від нуля сили тяжіння. Це дозволяє підрахувати в цій точці змінні  $f_u^c$ ,  $f_v^c$ ,  $f_w^{fr}$ ,  $m_w^{fr}$ ,  $F_u$ ,  $F_v$ , і зробити один крок інтегрування перших трьох рівнянь системи, а потім за такою ж схемою продовжувати рішення системи на наступних кроках до точки  $\vartheta = 2\pi$ .

За розробленою методикою виконано комп'ютерне моделювання пружного згинання БК в еліптичній свердловині зі спіральними недосконалотями при наступних значеннях характерних параметрів:  $L = 8000\text{ м}$ ,  $H = 4000\text{ м}$ ,  $d = 0,1683\text{ м}$ ,  $\delta = 0,01\text{ м}$  — товщина труби БК,  $E = 2,1 \cdot 10^{11}\text{ Па}$ ,  $G = 0,8077 \cdot 10^{11}\text{ Па}$ ,  $\gamma_{st} = 7850\text{ кг/м}^3$ ,  $\gamma_l = 1500\text{ кг/м}^3$ ,  $\mu = 0,2$ ,  $\nu = 100$ . Довжина хвилі  $\lambda = 96,88\text{ м}$ .

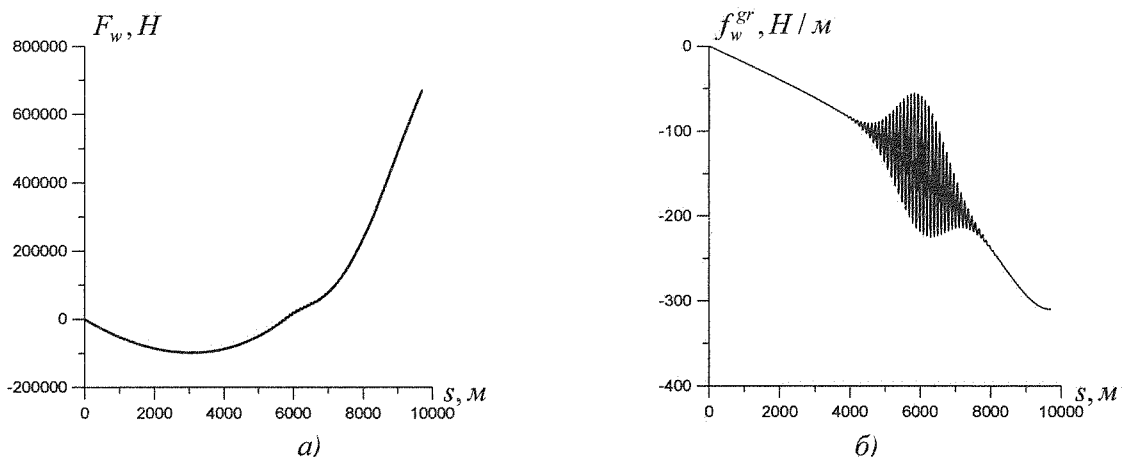


Рис. 2. Графіки зміни поздовжньої сили  $F_w(s)$  (а) та сили тяжіння  $f_w^{gr}(s)$  (б) для БК з косинусоїдальними недосконалотями при операції спуску.

Цікаво простежити за характером зміни поздовжньої сили  $F_w(s)$  (рис. 2, а) та розподіленої осевої сили тяжіння  $f_w^{gr}(s)$  для випадку, коли крива розташована у третій чверті ( $s_c = 6055\text{ м}$ ). У зоні недосконалотей ці функції мають вигляд кривих, осцилюючих з невеликою амплітудою, в інших частинах вони є гладкими.

**Висновки з даного дослідження.**

1. Побудовані рівняння для комп'ютерного моделювання механічної поведінки бурильних колон у свердловинах з косинусоїдальними недосконалостями.
2. Сформульовані рівняння дозволяють підраховувати сили контактної та фрикційної взаємодії БК зі стінками свердловини та прогнозувати їх критичні стани, пов'язані з ефектами запирання та прихоплення. Розглянуті випадки виконання операції спуску БК.

*Робота виконана в рамках державної теми, номер державної реєстрації: 0109U002146 «Комп'ютерне прогнозування аварійних режимів функціонування високопотужних вітроенергетичних установок та розробка заходів для їх попередження».*

**Література**

1. Гуляев В.І., Гайдайчук В.В., Худолій С.М., Гловач Л.В. Сучасні методи теоретичного моделювання стану бурильної колони у похило-скерованих свердловинах // Нафтова та газова промисловість. — 2009. — №1. — С. 26 — 30.
2. Мислюк М. А., Рибич І. Й., Яремчук Р.С. Буріння свердловин. Т. 3. Вертикальне та скероване буріння. — Київ: Інтерпрес Лтд., 2004. — 294 с.
3. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.F. The buckling of elongated rotating drill strings // J. of Petroleum Science and Engineering. 2009. 67. P. 140 — 148.
4. Sheppard M.C. Designing well paths to reduce drag and torque // SPE Drilling Eng. — 1987. — December. — P. 344 — 350.
5. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Кошкин В.Л. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней. — Киев: Наук. думка, 1992. — 344 с.
6. Худолій С.М., Андрусенко О.М. Деформування бурильної колони в криволінійній свердловині з геометричними нерегулярними недосконалостями // Вісник НТУ. — 2009. — №19. — С. 226 — 230.
7. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. — М.: Наука, 1974. — 180 с.

УДК 539.3

**ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНОГО ВАЛУ,  
ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ**

Борщ О.І.

*На основі класичної теорії балок, теорії С.П. Тимошенка і запропонованого врахування власного моменту кількостей руху елемента (спінового ефекту) поставлена і розв'язана задача про вільні коливання попередньо напруженого валу, що обертається. Чисельними методами побудовані дисперсійні залежності, знайдені форми вільних коливань. Уточнена модель коливань валів, що обертаються, з урахуванням спінового ефекту, може бути використана для більш точного дослідження вільних коливань валів транспортних та енергетичних установок, лопастей вітроенергетичних установок, а також бурильних колон.*

*On the basis of classic theory of beams, the Timoshenko theory and spin effect taking into account the problem about free vibration of prestressed rotating shaft is stated and solved. The dispersion correlations are deduced by numeric methods, the modes of free vibrations are constructed. The improved model of the shaft vibrations elaborated on the basis of the preposed approach can be used for more correct investigations of free vibrations of transport and power machines, wind power station blades and drill columns.*

**Постановка проблеми.** Для більш точного дослідження вільних коливань валів транспортних та енергетичних установок, а також бурильних колон, може бути використана уточнена модель коливань балок, що обертаються, з урахуванням спінового ефекту. Такі ефекти виникають також в лопастях вітроенергетичних установок.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На практиці використовуються однопрольотні або багатопрольотні стержні, які опираються на дві або більше опор. Такі стержні представляють собою вали турбін