

ПОСТРОЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ НЕСЕПАРАБЕЛЬНЫХ БЛОКОВ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ КОДИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Излагается алгоритм кодирования изображения несепарабельным блоком фильтров для шахматной структуры дискретизации сигнала на основе векторного представления многомерных цифровых сигналов, спектров и систем на решетках.

Ключевые слова: структура дискретизации, решетка, интерполяция, децимация, блок фильтров.

Введение. Одной из важнейших областей применения многомерных систем являются системы кодирования изображений с целью их сжатия. Системы состоят из многомерных цифровых фильтров и устройств изменения пространственно-временной частоты изображений, дециматоров и интерполяторов. Синтез эффективных банков фильтров (БФ) позволяет наиболее полно реализовать два основных принципа, используемых при сжатии;

- перераспределения энергии для снижения статистической зависимости между соседними пикселями;
- учет особенности зрительной системы к восприятию различных пространственных структур.

Алгоритм кодирования. В большинстве предложенных реализаций использования вейвлет преобразования, для кодирования и сжатия изображений [1, 2, 3], используется пирамида Маллата. Пирамида Маллата является реализацией двухмерного разделимого(сепарабельного) дискретного вейвлет преобразования.

Изображения, полученные в результате одного шага разложения по пирамиде Маллата, являются коэффициентами вейвлет преобразования. Изображение, содержащее низкочастотные составляющие, может быть подвергнуто еще одному шагу разложения по пирамиде Маллата. Число разложений зависит от размера изображения. Разложение изображения прекращают, когда изображение, содержащее низкочастотные составляющие, в результате децимации приобретает такой размер, что существенными становятся граничные искажения, возникающие при фильтрации. На этапе синтеза производятся действия, обратные произведенным на этапе анализа для восстановления исходного изображения.

Преимуществами реализации дискретного вейвлет преобразования путем разложения по пирамиде Маллата является простота реализации, и используются одинаковые фильтры для обработки, как по горизонтали, так и по вертикали. Однако, данное частотное разложение не является оптимальным с точки зрения зрительной системы человека и не совпадает с двухмерной пространственно-частотной характеристикой зрения [4,5]. Двухмерная пространственно-частотная характеристика зрительной системы человека наиболее хорошо вписывается в ромб, поэтому наиболее естественным и предпочтительным, с точки зрения свойств зрительной системы человека, является частотное разбиение, приведенное на рис. 1.

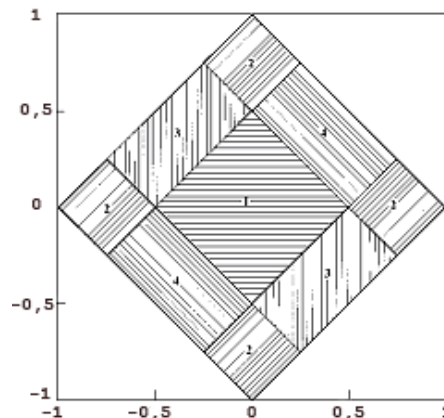


Рис. 1 – Пространственно-частотные характеристики разбиения спектра блоками фильтров, согласованное со зрительной системой человека

Приведенное частотное разбиение возможно только при представлении изображения на шахматной структуре дискретизации [4,6]. Однако, все источники сигналов, используемые в видеопроизводстве, работают с использованием ортогональной структуры дискретизации.

Следовательно, для использования преобразования с частотным разбиением, приведенным на рис. 1, необходимо осуществить переход от ортогональной структуры дискретизации к шахматной [6]. Операция уменьшения частоты дискретизации или децимации (downsampling) сигнала s описывается следующим образом [6]

$$s(\vec{n}) = s(K \cdot \vec{n}), \quad (1)$$

где \mathbf{K} матрицы субдискретизации содержит целочисленные значения если в результате преобразования решеток получаются подрешетки.

Выражение для децимации в частотной области, полученные в результате переходе от решетки Λ_1 к решетке Λd , будет иметь вид [6,7]:

$$S_{\Lambda d}(\omega) = \frac{1}{|\det(K)|} \sum_{i=0}^{|\det(K)|-1} S_{\Lambda_1}((K)^{-T} \vec{\omega} - 2\pi \cdot (K)^{-T} \cdot \mathbf{r}_i). \quad (2)$$

Набор векторов $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{|\det(\mathbf{K})|-1}$ образует множество многофазных векторов смещения, которые находится внутри фундаментального параллелепипеда [6] и является элементарной ячейкой пространственной взаимной решетки $\mathbf{V}^* = 2\pi(\mathbf{V}^{-1})^T$, а $\{\mathbf{k}_i\} = \{2\pi(\mathbf{K})^{-T} \mathbf{r}_i\}$ множество векторов сдвига в частотной области. Переход исходный сигнал задан на решетке дискретизации с базисом \mathbf{V} и матрицей субдискретизации \mathbf{K} ,

$$\text{где } \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Как видно из \mathbf{V} , исходный сигнал задан на ортогональной структуре дискретизации, а матрица субдискретизации \mathbf{K} задана таким образом, что в результате децимации изменяется структура дискретизации и получается шахматная структура дискретизации. Определитель матрицы субдискретизации $|\det(\mathbf{K})| = 2$, следовательно, блок фильтров будет разделять исходный сигнал на две субполосы.

Аналогично ранее полученным соотношениям [8] в данном случае набор векторов $\{\mathbf{r}_i\}$ будет состоять из двух векторов, равных $\mathbf{r}_0 = (0,0)$ и $\mathbf{r}_1 = (0,1)$. Отсюда найдем набор векторов $\{\mathbf{k}_i\}$ и $\{\mathbf{s}_i\}$: $\mathbf{k}_0 = (0,0)$, $\mathbf{k}_1 = (\pi, -\pi)$ и $\mathbf{s}_0 = (0,0)$ и $\mathbf{s}_1 = (0,1)$, где $\mathbf{s}_i = \mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_i$.

Запишем матрицы фильтров, исходя из полученных значений, учитывая, что частотная характеристика фильтра прототипа на ортогональной решетке равна $\mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2)$:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2) & \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi) \\ e^{j\omega_2} \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi) & e^{j(\omega_2 + \pi)} \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2) \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2) \\ e^{-j\omega_2} \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi) \end{bmatrix}.$$

Запишем произведение этих матриц:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} = \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{ort}}^2(\omega_1, \omega_2) + \mathbf{H}_{\text{ort}}^2(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi) \\ \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi) \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2) + e^{j\pi} \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi) \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{ort}}^2(\omega_1, \omega_2) + \mathbf{H}_{\text{ort}}^2(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi) \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Как видим, при выборе фильтров по методу, приведенному в работе [8], блок фильтров позволяет избежать модуляционных искажений, а при расчете низкочастотного фильтра так,

чтобы выполнялось условие $\mathbf{H}_{\text{ort}}^2(\omega_1, \omega_2) + \mathbf{H}_{\text{ort}}^2(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi) = 2$, позволяет избежать линейных частотных искажений.

Соотношения между фильтрами анализа и синтеза имеют следующий вид:

$$\mathbf{H}_0(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{G}_0(-\omega_1, -\omega_2) = \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2), \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_1(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{G}_1(-\omega_1, -\omega_2) = e^{j\omega_1} \mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi), \quad (4)$$

где ω_1 – вертикальная пространственная частота, ω_2 – горизонтальная пространственная частота, $\mathbf{H}(\omega_1, \omega_2)$ – частотная характеристика некоторого двумерного фильтра прототипа нижних частот.

Запишем соотношения между импульсными характеристиками фильтров анализа и синтеза, учитывая, что фильтр с импульсной характеристикой $\mathbf{h}(n_1, n_2)$ имеет частотную характеристику $\mathbf{H}(\omega_1, \omega_2)$.

$$\mathbf{h}_0(n_1, n_2) = \mathbf{g}_0(-n_1, -n_2) = \mathbf{h}_{\text{ort}}(n_1, n_2),$$

$$\mathbf{h}_1(n_1, n_2) = \mathbf{g}_1(-n_1, -n_2) = e^{j\pi n_1} e^{-j\pi n_2} \mathbf{h}_{\text{ort}}(n_1, n_2 - 1) = (-1)^{n_1} (-1)^{n_2} \mathbf{h}_{\text{ort}}(n_1, n_2 - 1),$$

где $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$, n_1 – номер строки импульсной характеристики, n_2 – номер столбца импульсной характеристики.

Для построения фильтра $\mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2)$ использовался метод частотной выборки [1, 4]. В результате расчетов, фильтр $\mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2)$ имеет симметричный импульсный отклик и симметричную амплитудно-частотную характеристику с линейной фазовой характеристикой рис. 3. Для учета задержки (4) структура блока фильтра будет иметь вид, приведенный на рис. 2. На рисунке блок с обозначением z_x^{-1} обозначает задержку на один такт по горизонтали.

После перехода к шахматной структуре дискретизации изображение Y^0 , полученное на предыдущем шаге обработки и содержащее низкочастотные составляющие исходного изображения X , подвергается дальнейшей обработке с частотным разбиением, приведенном на рис. 1. Решетка дискретизации изображения Y^0 имеет базис $\mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$,

а для субдискретизации используется матрица $\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

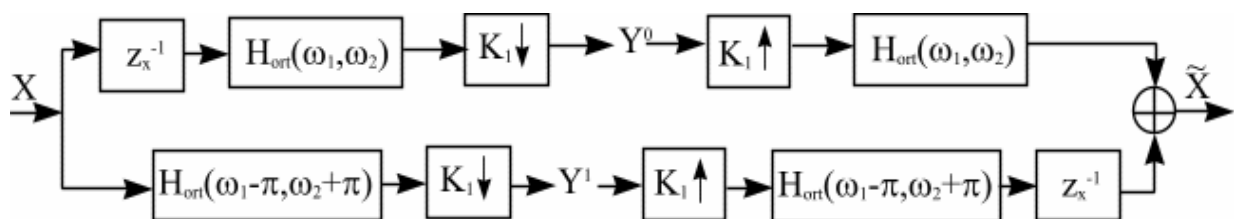
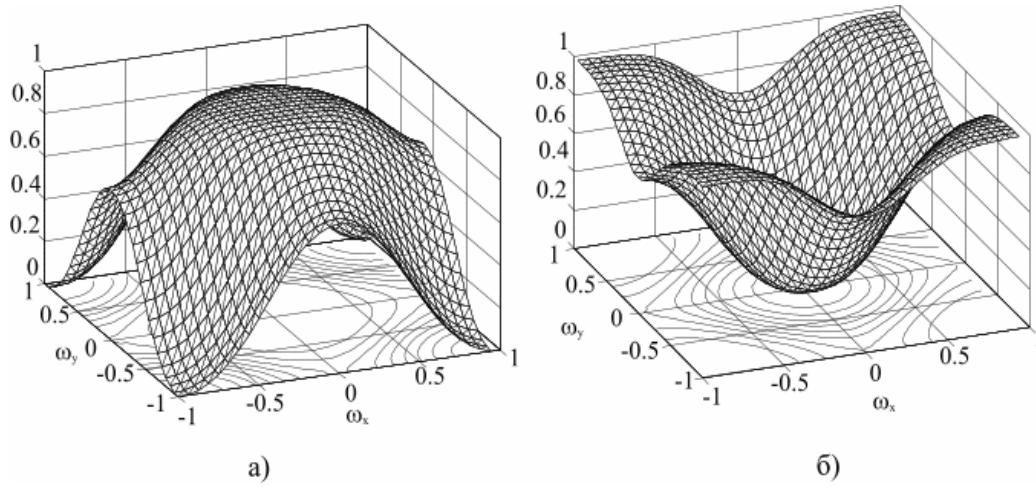


Рис. 2 – Структура блока фильтров для преобразования структуры дискретизации из ортогональной в шахматную и на оборот



а) – $\mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1, \omega_2)$, б) – $\mathbf{H}_{\text{ort}}(\omega_1 - \pi, \omega_2 + \pi)$

Рис. 3 – Двухмерные амплитудно-частотные характеристики фильтров

Матрица субдискретизации \mathbf{K}_2 не влияет на структуру дискретизации, а изменяет только расстояние между отсчетами, следовательно результирующие изображения будут также иметь шахматную структуру дискретизации $|\det(\mathbf{K}_2)| = 4$ и преобразование можно реализовать с помощью четырехполосного блока фильтров, структура и характеристики которых приведены в работе [8] и рис. 4.

В предыдущей работе [8] были получены соотношения между фильтрами структуры рис. 4, которые имеют следующий вид:

$$\mathbf{H}_{0q}(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{G}_{0q}(-\omega_1, -\omega_2) = \mathbf{H}_{\text{quinc}}(\omega_1, \omega_2), \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_{1q}(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{G}_{1q}(-\omega_1, -\omega_2) = e^{j2\omega_1} \mathbf{H}_{\text{quinc}}\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right), \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_{2q}(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{G}_{2q}(-\omega_1, -\omega_2) = e^{j(\omega_1, \omega_2)} \mathbf{H}_{\text{quinc}}\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right), \quad (7)$$

$$\mathbf{H}_{3q}(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{G}_{3q}(-\omega_1, -\omega_2) = e^{j(\omega_1, -\omega_2)} \mathbf{H}_{\text{quinc}}(\omega_1 - \pi, \omega_2), \quad (8)$$

где ω_1 – вертикальная пространственная частота, ω_2 – горизонтальная пространственная частота, $\mathbf{H}_{\text{quinc}}(\omega_1, \omega_2)$ – частотная характеристика некоторого двухмерного фильтра нижних частот на шахматной структуре дискретизации.

Для исключения модуляционных и линейных частотных искажений в блоке фильтров должно выполняться следующее условие

$$\begin{aligned} &\mathbf{H}_{0q}(\omega_1, \omega_2)\mathbf{G}_{0q}(\omega_1, \omega_2) + \mathbf{H}_{1q}(\omega_1, \omega_2)\mathbf{G}_{1q}(\omega_1, \omega_2) + \\ &+ \mathbf{H}_{2q}(\omega_1, \omega_2)\mathbf{G}_{2q}(\omega_1, \omega_2) + \mathbf{H}_{3q}(\omega_1, \omega_2)\mathbf{G}_{3q}(\omega_1, \omega_2) = |\det(\mathbf{K}_2)|. \end{aligned} \quad (9)$$

Построения фильтра $H_{\text{quinc}}(\omega_1, \omega_2)$ осуществлялось с использованием двумерного обобщения одномерных фильтров на базе Даубечиев вейвлет [2,3]. Фильтры на базе Даубечиев вейвлет имеют несимметричную импульсную характеристику, и, следовательно, полученный на их основе $H_{\text{quinc}}(\omega_1, \omega_2)$ также будет иметь несимметричную импульсную характеристику. Несимметричная импульсная характеристика дает возможность учитывать все задержки необходимые для построения блока фильтров и выполнения соотношения между фильтрами. Т.о. структура блока фильтров, приведенная на рис. 4, не будет изменяться, в отличие от структуры, приведенной на рис. 2.

В результате обработки изображения Y^0 четырехполосным блоком фильтров получается четыре изображения с шахматной структурой дискретизации: Y^0 , Y^1 , Y^2 и Y^3 . Изображение Y^0 содержит низкочастотные составляющие и может подвергаться шагу обработки. Изображение Y^1 содержит высокочастотные диагональные составляющие под углом 135° , Y^2 содержит высокочастотные диагональные составляющие под углом 45° , а Y^3 – высокочастотные горизонтальные и вертикальные составляющие.

Итак, кодирование с использованием блоков фильтров, согласованное со зрительной системой человека, производится следующим образом: осуществляется переход к шахматной структуре дискретизации посредством двухполосного блока фильтров (рис. 2). Далее изображение, содержащее низкочастотные составляющие и имеющее шахматную структуру дискретизации, подвергается нескольким шагам разложения посредством четырехполосного блока фильтров [7,8]. Количество шагов разложения зависит от размера изображения. На рис. 4 приведена полная структура блока кодирования с использованием разложения блоков фильтров, а на рис. 5 – получаемое частотное разбиение.

Анализ гистограммы значений после блоков фильтра анализа позволяет сделать вывод, что большинство значений равно нулю или близкие к нулю, что позволяет впоследствии не передавать близкие к нулю значения (ограничение снизу) и получать сжатие изображения. Ограничение сигналов после блоков фильтра анализа можно описать следующим образом

$$q_{\text{th}} = \begin{cases} 0, & |q| < \text{th} \\ q, & |q| \geq \text{th} \end{cases}, \text{ где } \text{th} - \text{порог ограничения, } q - \text{исходный сигнал.}$$

После ограничения большое количество сигналов со значениями близкими к нулю станут равным нулю, и их можно будет эффективно закодировать кодом переменной длины. Говоря о функциях пороговой обработки, не стоит забывать о том, что качество восстановленного сигнала в огромной степени зависит от значения порога. Поиск его оптимального значения означает отыскание такого порога, который обеспечивает наименьшее искажение восстановленного сигнала и наибольшее из возможных значение отношения сигнал/шум. Подобное оценивание, осуществляемое на основе эмпирических значений сигналов после блоков фильтра анализа как дисперсия с нулевым средним, в результате предлагаются следующие уровни ограничения:

$$\text{th1} = 0.5 \cdot \sigma_1 - \text{ для первого уровня фильтров } H_1 H_2 H_3 ;$$

$$\text{th2} = \log(2) \cdot \sigma_2 - \text{ для второго уровня фильтров } H_1 H_2 \text{ и } \text{th2} = 2 \cdot \log(2) \cdot \sigma_2 - \text{ для } H_3 ;$$

$$\text{th3} = (1/3) \cdot \log(3) \cdot \sigma_3 - \text{ для третьего уровня фильтров } H_1 H_2 \text{ и } \text{th3} = \log(3) \cdot \sigma_3 - \text{ для } H_3 ,$$

где $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$ - дисперсия детальных сигналов на соответствующем уровне.

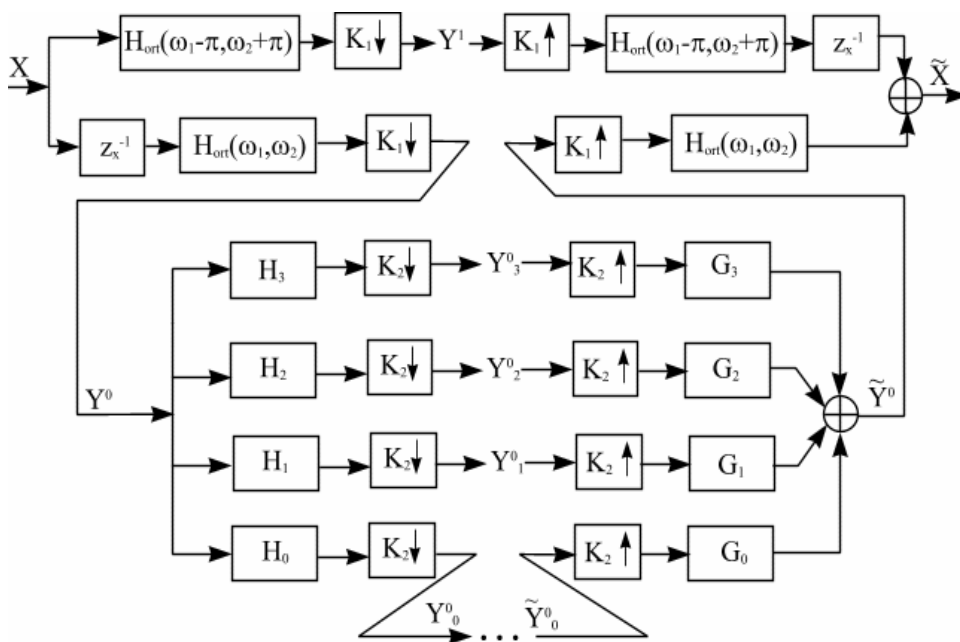


Рис. 4 – Структурная схема кодирования с использованием блоков фильтров

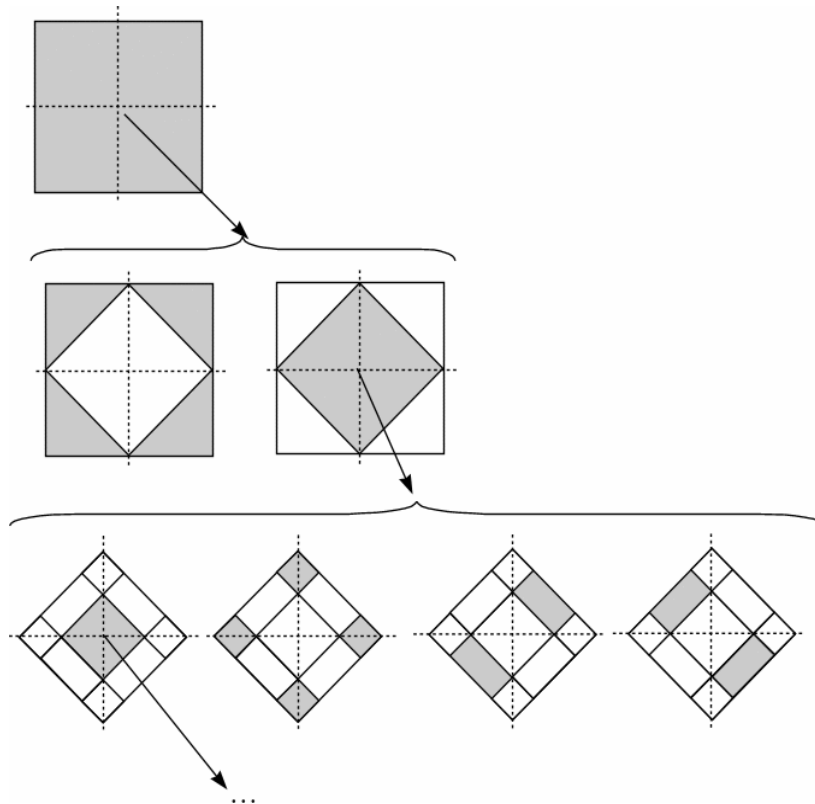


Рис. 5 – Частотное разбиение кодирования с использованием блоков фильтров

Результаты моделирования. Для моделирования предложенной схемы кодирования использовалась система MatLab фирмы MathWorks [9]. Тестирование системы кодирования производилось на основе неподвижных тестовых изображений и отдельных кадров из тестовых последовательностей. В результате моделирования получена зависимость среднеквадратичного отклонения от коэффициента сжатия, который определяется по количеству числа нулевых значений сигналов после блоков фильтра анализа для тестируемых изображения. При вычислении используется следующие выражение [1,3]

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} (x_{i,j} - y_{i,j})^2}{NM}},$$

где N и M – размеры рассматриваемого изображения по горизонтали и вертикали соответственно, $x_{i,j}$ – отсчет оригинального изображения, $y_{i,j}$ – отсчет изображения, подвергнутого обработке, $RMSE$ – квадратный корень из среднеквадратического отклонения, На рис. 6 приведены результаты моделирования предложенной схемы кодирования для тестовых изображений и сравнения с ортогональной системой дискретизации использующей пирамиду Маллата.

Выводы. Результаты предварительных исследований модели кодирования изображений с шахматной структурой дискретизации позволяют сделать вывод об уменьшении среднеквадратического отклонения на 3-4 значения или 6 дБ, что позволяет говорить об лучшем показателе качества восстановленного изображения. Необходимо отметить, что наиболее заметны искажения связанные с ограничением низкочастотных составляющих сигналов блоков фильтра анализа поэтому в дальнейшем необходимо провести оптимизация порога ограничения для каждого уровня сигнала.

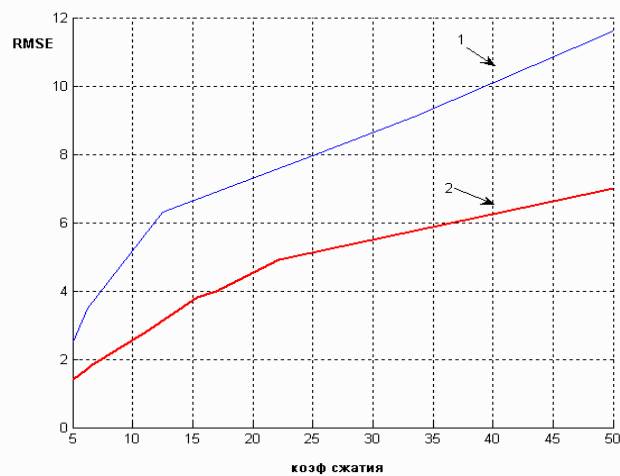


Рис. 6 – Результаты кодирования тестового изображения:

1 – пирамида Маллата, 2 – предложенный метод

Список литературы

- 1 Даджон Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. – М.: Мир, 1988. – 488с.
- 2 Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. – М.: Мир, 2005. – 658с.
- 3 Гонсалес Р. Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1071с.
- 4 Дюбуа Э. Дискретизация и восстановление движущегося изображения в применении к видеосигналам // ТИИЭР. – 1985. – №4.-С.7-30.
- 5 Цифровое кодирование телевизионных изображений/Под ред. И.И. Цукермана. – М.: Радио и связь, 1981.-240с.
- 6 Горьев С.А. Интерполяция и децимация цифровых многомерных сигналов //Вісник Одеського Державного Екологічного Університету. - 2011.- Вип.11.- С.219-227.
- 7 Kovacevic J.,Vetterli M. Nonseparable Multidimensional Perfect Reconstructionl Filter Banks and Wavelet Bases // IEEE Transactions on Information Teory – 1992. – Vol. 38. – P.533-555.
- 8 Горьев С.А. Построение двумерных несепарабельных блоков фильтров с полным восстановлением для обработки изображений //Вісник Одеського Державного Екологічного Університету. - 2011.- Вип.12.- С.220-228.
- 9 Misiti M. Oppenheim G. Wavelet Toolbox. User’s Guide // The MathWorks. Inc. – 2010. – P.390.

Розробка двовірних несепарабельних блоків фільтрів з повним відновленням для кодування зображень. Гор’єв С.А.
 Викладається теорія кодування зображення блоком фільтрів для шахової структури дискретизації сигналу на основі векторного представлення багатовірних цифрових сигналів, спектрів і систем на ґратах.

Ключові слова: структура дискретизації, ґрати, інтерполяція, децимація, блок фільтрів.

Construction of two-dimensional nonseparable blocks of filters with full restoration for coding images. Goriev S.

The algorithm of coding of the image by the block of filters for chess structure of digitization of a signal on the basis of vector representation of multivariate digital signals, spectra and systems on lattices is stated.

Keywords: structure of digitization, a lattice, interpolation, decimation, the block of filters.