

ЗАСТОСУВАННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ

У статті розглянуто основні методи економіко-математичного моделювання та їх практичне застосування для вирішення тих чи інших соціально-економічних задач. Доведено, що більшість процесів, які відбуваються в економіці, за своєю природою є нелінійними, що свідчить про неефективність застосування статистичних методів аналізу.

The basic methods of economic-mathematical modeling and their practical application for solving various social and economic problems are considered in the article. It has been proved that most of the processes taking place in the economy is inherently nonlinear, indicating the inefficiency of statistical analysis methods.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Дослідження різноманітних процесів, у тому числі й економічних, зазвичай, починається з їх моделювання, тобто відображення реального процесу за допомогою відповідного математичного інструментарію. При цьому складають рівняння чи нерівності, які відображають співвідношення між показниками та визначають їх вплив на значення результуючої змінної, що дозволяє сформулювати систему необхідних обмежень.

Аналіз досліджень і публікацій останніх років. Розв'язання економічних задач та задач управління, зокрема, тісно пов'язано з ускладненням самого об'єкта аналітичного дослідження та функцій управління, що, у свою чергу, вимагає від дослідника все більш ширших та ґрунтовних знань у сфері застосування різноманітних методів для побудови адекватних економіко-математичних моделей. Цій проблематиці присвячено дуже багато праць як вітчизняних, так і зарубіжних вчених, зокрема: Б. Є. Бачевського, В. В. Вітлінського, Г. І. Великоіваненко, В. К. Галіцина, Н. Е. Єгорової, А. Б. Камінського, О. І. Лаврушина, Ю. Г. Лисенка, І. Г. Лук'яненко, Є. В. Мних, А. В. Матвійчука, О. О. Недосекина, А. П. Ротштейна, О. Д. Шарапова та інших.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Більшість із перелічених вчених у своїх роботах досліджують різні напрямки соціально-економічних процесів, аналізують існуючі економіко-математичні методи та моделі, та, як результат, постійно проводять роботу над їх вдосконаленням та розробкою кардинально нових підходів до оцінювання процесів, які відбуваються в економіці. Все це, без сумніву, надало значний поштовх розвитку інструментарію економіко-математичного моделювання, який дозволяє досліднику проводити якісний аналіз соціально-економічних процесів, в умовах невизначеності та ризику.

Постановка завдання. Не зважаючи на досить прискіпливу увагу з боку науковців до застосування економіко-математичного інструментарію метою статті є вирішення питання вибору відповідної моделі, із всієї їх сукупності, для розв'язку тієї чи іншої задачі.

Виклад основного матеріалу дослідження. Теорія і практика економічного аналізу охоплює понад сотню різних видів економіко-математичних методів і моделей, які умовно можна класифікувати за групами: методи кореляційно-регресійного аналізу; методи математичного програмування; матричні методи та моделі; нелінійні моделі інші економіко-математичні методи і моделі [1, с.103].

Методи кореляційно-регресійного аналізу доцільно застосовувати для встановлення кількісної залежності тих або інших об'єктивних і суб'єктивних факторів досліджуваного об'єкта, характер функціональної залежності між якими невизначено. Зважаючи на те, що більшість процесів, які відбуваються в економіці є випадковими, то й зв'язок між факторами,

які впливають на результуючу змінну є випадковою величиною. В такому випадку, кореляція виражає ймовірнісну залежність між змінними параметрами алгоритму зв'язку.

Найчастіше кореляційно-регресійний аналіз використовують на етапі формування репрезентативної статистичної вибірки. Це дозволяє виключити взаємозалежні змінні, зменшивши тим самим розмірність таблиці, яка містить статистичні дані, при цьому не знижуючи її значущості. Як наслідок, дослідник одержує можливість застосувати до досліджуваного явища найбільш адекватну модель, яка здатна ефективно розв'язати поставлену задачу, при цьому не перевантажуючи її вхідними статистичними даними.

На першому етапі кореляційно-регресійного аналізу визначають показники-фактори кореляційного зв'язку. На другому – щільність зв'язку результативного показника з показниками-факторами, який ідентифікується відповідними значеннями коефіцієнтів парної чи множинної кореляції. Значення коефіцієнтів вказує на ймовірність зміни результативного показника при зміні значення вхідної змінної на один пункт. Залежність досліджуваного показника від одного фактора у найбільш спрощеному вигляді можна виразити як лінійну залежність типу $y = ax + b$. Де a і b деякі параметри моделі, для визначення значень яких найчастіше використовують метод найменших квадратів. Складніші залежності можуть бути представлені у вигляді множинної лінійної кореляції $y = a_0 + a_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$.

Для розв'язання такого класу задач, залежно від кількості вхідних змінних та розміру статистичної вибірки, використовують як спеціальні програмні продукти типу STATISTICA так і програми MS Office, зокрема MS Excel.

Тоді, головне завдання яке ставиться перед аналітиком – формування задачі аналітичного дослідження та правильне інтерпретування її розв'язання.

Методи математичного програмування по своїй суті зводяться до вирішення умовних задач оптимізації з декількома змінними. Найчастіше методи математичного програмування застосовуються при вирішенні задач планування номенклатури та асортименту виробів, визначення оптимального маршруту, мінімізації залишків виробництва, регулювання рівня запасів, календарному плануванні виробництва тощо. Таким чином, методи математичного програмування головним чином призначені для оптимізації господарської діяльності, що дозволяє аналітику оцінювати ступінь досягнення поставленої мети, визначати лімітуючі ресурси, «вузькі місця», ступінь конкурентності та дефіцитності.

Оскільки математичні методи не можуть застосовуватися безпосередньо до досліджуваного об'єкта, необхідною умовою є побудова адекватної цьому об'єкту математичної моделі. Під математичною моделлю об'єкта (явища, системи) розуміється деяка штучна система (фізична або абстрактна), яка спрощено відображає структуру та основні закономірності розвитку реального об'єкта таким чином, що її вивчення подає інформацію про стан та поведінку самого досліджуваного об'єкта. Методи математичного програмування охоплюють методи лінійного та динамічного програмування.

Методи лінійного програмування використовуються аналітиками при розв'язанні багатьох оптимізаційних задач, де функціональні залежності досліджуваних явищ і процесів є детермінованими. Одержані результати при застосуванні методів лінійного програмування дають можливість аналітику визначити та проаналізувати потенційні можливості зміни значення будь-якого з параметрів досліджуваного об'єкта, а також визначити резерви нереалізованих можливостей. Задачі лінійного програмування успішно розв'язують із використанням сучасних спеціалізованих програмних продуктів.

При дослідженні систем в яких значення однієї чи декількох змінних змінюється випадковим чином використовують методи стохастичного програмування.

Детермінована математична модель – це аналітичне подання закономірностей при яких для даної сукупності вхідних даних на виході системи може бути отримано єдиний результат. Така модель може відображати як імовірнісну систему (тоді вона є її спрощенням), так і детерміновану систему [2, с.261].

Матричні методи та моделі економічного аналізу дозволяють підходити до аналізу найбільш системно, упорядковуючи як складові елементи системи, так і взаємозв'язки між

ними. В основі даних методів покладено лінійну та векторно-матричну алгебру, які часто використовують при дослідженні складних і великорозмірних економічних структур [3, с.107].

Широке розповсюдження матричні моделі набули у сфері дослідження міжгалузевого балансу, матриць багатокритеріальної оптимізації, портфельного аналізу тощо.

В економічному аналізі модель міжгалузевого балансу зазвичай використовують при розрахунку технологічних нормативів, аналізу збалансованості виробничого процесу, управління ресурсами та запасами сировини тощо. Матрицю багатокритеріальної оптимізації використовують в економічному аналізі як метод порівняльного, рейтингового оцінювання варіантів можливих змін параметрів економічної системи на багатокритеріальній основі. За формою це одинична матриця з виокремленням у ній заданої кількості критеріїв порівняння.

У складі інших економіко-математичних методів та моделей можна виокремити теорію ігор, теорію масового обслуговування та теорію нечіткої логіки і нейронних мереж.

Методи, які використовуються при розв'язанні ігрових задач знайшли широке застосування у сфері прийняття управлінських рішень на етапі формування альтернатив та вибору оптимальної стратегії. Аналітично їх можна подати як гру двох, трьох чи більше гравців, кожен із яких хоче максимізувати свою вигоду (мінімізувати втрати) за рахунок іншого, шляхом вибору оптимальної стратегії.

Математичну теорію масового обслуговування використовують при розв'язанні соціально-економічних задач, пов'язаних з організацією обслуговування та ремонту устаткування, проектуванням потокових ліній, плануванням маршрутів міського транспорту, організацією телефонної служби тощо. Завдання теорії масового обслуговування – визначити такі характеристики системи, які забезпечують задану якість її функціонування.

Метод дослідження операцій використовують в аналізі для отримання порівняльної оцінки альтернативних рішень. Складність методу полягає у тому, що досліджувані операції є відкритими системами, а отже пов'язані з іншими діями, які в певний момент часу дослідника не цікавлять, однак можуть впливати на хід операції. Однак усвідомлення операції, її мети, аналіз факторів, які стосуються цієї мети, порівняння витрат і результатів повинні дати аналітику підставу виокремити найважливіше та сформулювати умови задачі, провівши підбір показників.

Описані вище методи довгий час були основним інструментарієм економіко-математичного моделювання, який активно застосовувався дослідниками та аналітиками в процесі оцінювання ними різноманітних економічних процесів. Однак більшість із них мають низку недоліків, які в першу чергу пов'язані з великою кількістю обмежень та передумов, що призводить до значного зниження ефективного розв'язання реальних задач, які в загальному випадку не відповідають поставленим вимогам. Ще одна значна проблема, яка виникає при застосуванні класичних методів економіко-математичного моделювання, пов'язана з їх неспроможністю оперувати якісними показниками. В результаті цього, аналітики змушені частіше використовувати методи якісного аналізу економічних систем, що усуває кількісні методи математичного моделювання з процесу планування та оптимізації їх діяльності. Також варто пам'ятати про те, що використання адекватних математичних підходів для аналізу та прогнозування розвитку економічних систем дозволяє підвищити ефективність їх функціонування та сприяє отриманню додаткового економічного ефекту.

Таким чином на зміну класичним методам економіко-математичного моделювання приходять нові методи, зокрема методи нечіткої логіки та штучного інтелекту. Вони є методологією та математичним апаратом, що надає можливість ставити та математично-обґрунтовано розв'язувати навіть такі задачі, для яких відсутня повноцінна статистика, або коли серед інформативних факторів є лише якісні показники, забезпечуючи при цьому можливість адаптації економіко-математичних моделей до мінливих умов економіки [4, с.256]. Моделі, які побудовані на підґрунті штучного інтелекту досить добре зарекомендували себе при вирішенні складних завдань у сфері економічного аналізу та прогнозування зміни біржових індексів, при оцінюванні надійності позичальника у фінансово-кредитній сфері, при визначенні ймовірності банкрутства підприємства, в дослідженні діяльності виробничо-комерційних підприємств, при аналізі фінансових та страхових ризиків тощо.

Після постановки задачі, приступають до етапу нейромережевого моделювання. Цей процес умовно можна представити так, як наведено нижче.

Першим етапом побудови нейронної мережі є формування множини вхідних змінних. На цьому етапі необхідно виділити найбільш значущі змінні, які задовольняють таким вимогам: достовірність інформації, відповідність до поставленої мети, повнота інформації. Всі змінні, які не задовольняють цим умовам необхідно відкинути, як малозначущі. Цей процес має один суттєвий недолік – змінні, які на перший погляд є малозначущі можуть утворювати між собою зв'язки, які на перший погляд є неочевидними, що у свою чергу впливатиме на значення результуючої змінної. Ця проблема може суттєво знизити адекватність роботи моделі і як наслідок призвести до одержання помилкових результатів. При цьому варто пам'ятати, що велика кількість вхідних змінних може перевантажити мережу, призводячи тим самим до зниження адекватності її роботи. Крім того, чим більше нейронів містить вхідний шар мережі, тим більшою повинна бути статистична вибірка. Таким чином, необхідно досить серйозно та обгрунтовано відноситись до формування множини вхідних змінних. З метою зменшення розмірності множини вхідних змінних рекомендується проводити кореляційний та якісний аналіз, що дозволить відкинути деякі змінні як малозначущі, при цьому не знижуючи інформативність статистичної вибірки. Зниження розмірності нейронної мережі дозволяє використовувати меншу кількість даних, забезпечуючи прийнятний рівень складності мережі не знижуючи при цьому її адекватність.

На другому кроці проводиться нейромережеве моделювання. Суть цього етапу базується на виборі одного із видів мереж (лінійні мережі, персептрони, мережі Елмана та Хопфілда, самоорганізаційні карти Кохонена тощо), залежно від чого формується архітектура нейронної мережі, шляхом встановлення її структурних елементів та взаємозв'язків між ними – кількість прихованих шарів та кількість нейронів у кожному із них; вибір відповідної функції активації; тип зв'язку між шарами.

На третьому етапі на основі сформованої статистичної вибірки проводиться навчання нейронної мережі – налаштування нейронної мережі шляхом підбору значень вагових коефіцієнтів таким чином, щоб на основі вхідного вектора із заданим ступенем точності можна було отримувати розрахунок результуючої змінної. Для проведення цього етапу можуть бути використані різні алгоритми навчання, а саме: правила Хебба, дельта-правила, узагальненого дельта-правила, конкурентного та стохастичного навчання, генетичних алгоритмів тощо. У свою чергу, поширеним є алгоритм навчання зворотного поширення помилки. В основу алгоритму зворотного поширення помилки покладено метод градієнтного спуску, суть якого полягає у розрахунку часткових похідних критерію оптимальності за всіма параметрами моделі, які підлягають налаштуванню, для заданих значень вектора вхідних даних $x = \{x_1, \dots, x_i, \dots, x_n\}$. За такої критерій оптимальності часто береться величина, що є пропорційною квадрату різниці між реальними значеннями результуючих змінних та розрахунком мережі на підставі вектора вхідних даних:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m (y_{jt} - d_{jt})^2, \quad (1)$$

де y_{jt} – значення розраховане моделлю для j -ї результуючої змінної, $j = \overline{1, m}$, на t -му кроці навчання; d_{jt} – фактичне значення j -ої результуючої змінної, $j = \overline{1, m}$ [5, с.32].

Таким чином, процес навчання мережі відповідає прямому проходу сигналу від вхідного шару до вихідного, а обчислення помилки і корекція вагових коефіцієнтів – зворотному. Корекція ваг вихідного шару здійснювалась за допомогою модифікованого дельта-правила порівняно просто, оскільки необхідні значення вихідних сигналів відомі, а ось корекція ваг прихованих шарів відбувалась дещо складніше, оскільки для них не відомі необхідні вихідні сигнали.

На останньому етапі побудови нейронної мережі проводиться аналіз її адекватності, шляхом перевірки моделі на точність виконання поставленої задачі. Для цього використовують критерії якості навчання \mathcal{E} , який є мірою точності навчання мережі. Збільшення значення \mathcal{E} призводить до гальмування темпу зменшення сумарної помилки

мережі. Водночас, чим меншим є її значення, тим більше часу затратиметься на навчання мережі і тим більша ймовірність попадання в область локального мінімуму помилки. Досить часто для визначення цього коефіцієнта береться лінійна або експоненціальна залежність величини помилки від кількості ітерацій мережі [6, с.2].

Однак, у багатошарових нейронних мережах оптимальні значення, які отримуються на виході нейронів всіх шарів, крім останнього, як правило невідомі. Навчити таку нейромережу, керуючись лише величиною помилки вихідної змінної, неможливо.

Для вирішення цієї задачі варто провести динамічне налаштування вагових коефіцієнтів. Суть цього методу полягає у виявленні зв'язків, які суттєво впливають на кінцевий результат та призводять до зменшення значення помилки навчання мережі. Зв'язки ж, які суттєво не впливають на зменшення даного значення відкидаються мережею, як несуттєві [7 с.354]. Цей метод, який на перший погляд здається досить простим, потребує використання досить громіздких та рутинних обчислень.

Перевагою застосування інструментарію штучного інтелекту – нейронних мереж при побудові економіко-математичних моделей, порівняно з класичними методами, є відносна простота їх реалізації. Також суттєвою перевагою нейронних мереж є можливість проведення етапу її навчання навіть у тих випадках, коли закономірність розвитку ситуації та залежність між вхідними та вихідними змінними є невідомою, а також в умовах неповної, неточної та внутрішньо суперечливої вхідної інформації. Цей етап проводиться на основі сформованої множини навчальних прикладів.

До недоліків нейронних мереж можна віднести їх прихований характер функціонування, що не дозволяє досліднику визначити та оцінити ступінь впливу окремих нейронів на кінцевий показник, а також значення вагових коефіцієнтів між нейронами у прихованих шарах. Також, суттєвим недоліком є необхідність формування значної за обсягом статистичної вибірки, від якості якої залежатиме адекватність роботи моделі.

Висновки і перспективи подальших розробок. Таким чином, для побудови адекватної економіко-математичної моделі, здатної ефективно розв'язувати складні соціально-економічні задачі, ефективним, на думку автора, є поєднання методів штучного інтелекту для проектування та побудови моделі та методів статистичного аналізу для формування навчальної вибірки. У зв'язку з цим, перспективною є подальша робота, направлена на вдосконалення існуючих та розробку нових економіко-математичних моделей, які б поєднували методи статистичного аналізу та штучного інтелекту.

Список використаної літератури

1. Мних Є. В. Економічний аналіз: підруч. / Є. В. Мних. – К.: Знання, 2011. – 630 с.
2. Лаврик В. І. Моделювання і прогнозування стану довкілля / В. І. Лаврик. – К.: Академія, 2010. – 400 с.
3. Бачевський Б. Є. Потенціал і розвиток підприємства / Б. Є. Бачевський, І. В. Заблудська, О. О. Решетняк. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 400 с.
4. Матвійчук А. В. Штучний інтелект в економіці: нейронні мережі, нечітка логіка: монографія / А. В. Матвійчук. – К.: КНЕУ, 2011. – 439 с.
5. Шарапов О. Д. Розвиток алгоритму зворотного поширення помилки в задачах оптимізації параметрів нейронних мереж / О. Д. Шарапов // Моделювання та інформаційні системи в економіці. – К.: КНЕУ, 2009. – Вип. 79. – С. 30–45.
6. Захаров Е. Н. Способ обучения нейроподобной сети экспресс-оценки функционирования открытой сложной системы / Е. Н. Захаров, А. В. Чечкин // Управление риском. – 2007. – № 3. – С. 2–4.
7. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. – 2-е изд. – М.: Горячая линия-Телеком, 2013. – 384 с.

Стаття надійшла до редакції 17.02.2014.