

УДК 624.04

## **Использование концепции проскальзывания вант для определения начальной формы вантовой сети**

**Гордеев В.Н., д.т.н., Шимановская М.А., к.т.н.**

ООО «Украинский институт стальных конструкций им. В.Н. Шимановского»,  
Украина

**Анотація.** В роботі розглядається методика розрахунку вантових сіток, яка враховує можливість проковзування вант у вузлових з'єднаннях. Ця методика дозволяє розв'язувати широкий клас задач щодо визначення початкової форми вантової сітки. Обговорюється застосування методу переміщень та змішаного методу. Наводиться система нелінійних алгебраїчних рівнянь змішаного методу, в результаті розв'язання якої визначаються координати вузлів і натягу вант сітки, що проектується. Пропонується покроковий метод розв'язання цієї системи рівнянь.

Розглянуто типи задач із формотворення вантових сіток, розв'язуваних запропонованим методом. Наведено приклади розв'язку задач описуваних типів із рекомендаціями щодо вибору розрахункових схем. Показано, що одну й ту саму розрахункову схему можна використовувати і для пошуку початкової форми сітки, і для розрахунку цієї ж сітки на зовнішні навантаження і температурні впливи. Описано особливості роботи алгоритму розв'язання задачі та відомості щодо його збіжності.

**Аннотация.** В работе рассматривается методика расчета вантовых сетей, учитывающая возможность проскальзывания вант в узловых соединениях. Эта методика позволяет решать широкий класс задач об определении начальной формы вантовой сети. Обсуждается применение метода перемещений и смешанного метода, в результате решения которой определяются координаты узлов и натяжения вант проектируемой сети. Предлагается шаговый метод решения этой системы уравнений.

Рассмотрены типы задач по формообразованию вантовых сетей, решаемые по предложенному методу. Приведены примеры решения задач описанных типов с рекомендациями по выбору расчетных схем. Показано, что одну и ту же расчетную схему можно использовать и для поиска начальной формы сети, и для расчета этой же сети на внешние нагрузки и температурные воздействия. Описаны особенности работы алгоритма решения задачи и сведения по его сходимости.

**Abstract.** The article presents a technique for analyzing cable nets, which takes into account the possibility of the cables to slip with respect to one another in nodal joints. The technique permits to solve a wide scope of problems of finding the initial shape of a cable net. The application of the displacement method and the combined method is discussed. The algebraic nonlinear equation set of the combined method is cited, which solution results in determination of the coordinates for nodes and cable forces of the designed system. The step-by-step calculation method is proposed to solve this equation set.

The problem types concerning the cable-stayed system shape finding are considered, which are to be solved by means of the method proposed. The examples are given for solving the problems of described types along with the advice on design models selection. It is shown that the same design model can be applicable both for the initial

system's shape determination and for designing the same system on environmental and temperature stresses. The features of the algorithm operation are described and the data on its convergence are offered.

**Ключевые слова:** вантовая система, монтажное состояние, начальная форма, проскальзывание вант, метод погонных натяжений.

**Введение.** При проектировании вантовых сетей возникает задача, связанная с определением геометрических размеров начальной формы сети, реализуемой на стадии монтажа.

Если говорить об определении начальной формы вантовых сетей в историческом аспекте, то до 1970 года математические методы для решения этой задачи практически не применялись. Инженеры пользовались, в основном, эмпирическими методами и методами физического моделирования.

Только в 1971 году К. Linkwitz и Н.-J. Schek [1] предложили достаточно простой метод для определения формы равновесия сетей – метод погонных натяжений (force density method). Этот метод получил широкое распространение, главным образом, в Германии [2]. Метод погонных натяжений с некоторыми модификациями и сегодня является основным методом поиска начальной формы вантовых сетей [3].

В 2005 году на международной конференции ИАСС в Румынии авторами этого доклада была предложена расчетная модель вантовой системы с проскальзывающими вантами [4]. Более подробно она описана в работе [5]. Эта модель позволяет рассчитывать системы, в которых ванты в отдельных узлах не соединены между собой неподвижно, а могут проскальзывать одна относительно другой. Ситуация, когда ванты еще не закреплены окончательно, а взаимно проскальзывают, наблюдается в монтажном состоянии, когда впервые физически реализуется начальная форма вантовой конструкции. Видимо, поэтому предложенная расчетная модель оказалась удобной для решения задач о формообразовании. Для решения задачи составляется расчетная схема исходного состояния, соответствующая основному замыслу проектируемой системы, выбираются разные виды закреплений и разные начальные формы вантовых систем.

Системы с проскальзывающими вантами. Рассмотрим систему, в которой присутствуют ванты, проскальзывающие одна по другой без трения. С целью конкретизации метрики такой системы будем полагать, что в месте соприкосновения вант имеется воображаемая узловaя вставка с проушинами, сквозь которые пропущены ванты (рис. 1). Положение вставки в пространстве характеризуется тремя координатами в произвольно

выбранной декартовой системе. Число проушин в узловой вставке равно числу перекрещивающихся вант. Будем полагать, что размеры вставок пренебрежимо малы по сравнению с размерами элементов системы, поэтому вставку будем считать объектом исчезающе малых размеров.

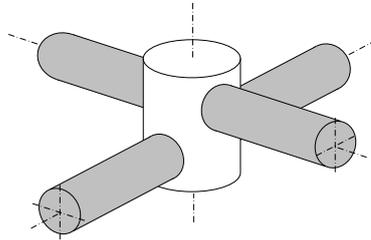


Рис. 1. Схема узловой вставки с двумя проушинами

Представим себе, что каждая ванта в недеформированном состоянии размечена в единицах длины, как мерная лента. Узловая вставка, перемещаясь вдоль ванта, занимает на ней определенное положение. Деление на ванте, соответствующее этому положению, будем называть вантовой координатой вставки. Вставка имеет столько вантовых координат, сколько вант сквозь нее проходит.

Пусть система состоит из  $m$  узловых вставок и  $n$  вант, пронумерованных в произвольном порядке натуральными числами  $1, \dots, m$ ;  $1, \dots, n$ . Для пространственных координат узловых вставок вводится двухиндексная нумерация. Будем обозначать эти координаты  $x_{ir}$ , ( $i = 1, \dots, m$ ;  $r = 1, 2, 3$ ), где  $i$  – номер узловой вставки,  $r$  – номер координаты в декартовой системе  $x_1, x_2, x_3$ . Для вантовых координат вводится также двухиндексная нумерация. Будем обозначать эти координаты  $s_{jp}$  ( $j = 1, \dots, n$ ;  $p = 0, \dots, k_j$ ), где  $j$  – номер ванта. Для уяснения смысла младшего индекса вантовых координат надо иметь в виду следующее.

В расчетной схеме каждая ванта последовательно пропущена сквозь проушины узловых вставок. Рассмотрим ванту с номером  $j$  и пронумеруем проушины узловых вставок, сквозь которые пропущена эта ванта, целыми числами  $0, \dots, k_j$ . Нумерация проушин выполняется последовательно в направлении возрастания вантовой координаты. Индекс  $p$  в обозначении вантовой координаты  $s_{jp}$  – это и есть номер проушины. Будем считать, что  $k_j$  – максимальный номер проушины для ванта с номером  $j$ .

Каждая ванта разбита проушинами узловых вставок на участки. Введем двухиндексную нумерацию этих участков  $j = 1, \dots, n$ ;  $p = 1, \dots, k_j$  в порядке возрастания вантовой координаты, как это показано на рис. 2.

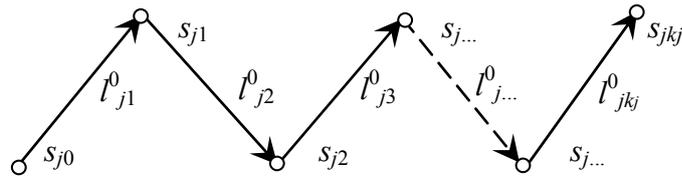


Рис. 2. Принцип нумерации проушин и участков вант

Ограничимся рассмотрением систем, в которых все ванты в достаточной мере натянуты, и каждый участок ванты можно считать прямолинейным. В силу этого каждый участок ванты будем рассматривать как вектор, имеющий длину участка ванты и направленный в сторону возрастания вантовой координаты. Учитывая то, что ванты деформируются, следует различать длину участка в деформированном и недеформированном состояниях. Длину каждого участка в недеформированном состоянии можно вычислить по формуле

$$l_{jp}^0 = s_{jp} - s_{jp-1} \quad (j = 1, \dots, n; p = 1, \dots, k_j). \quad (1)$$

Понятно, что длина каждого из участков должна быть неотрицательной.

Для того чтобы установить соответствие между номером проушины и номером вставки с этой проушиной, вводится целочисленная функция  $N_{jp}$ . Значение  $N_{jp}$  – это номер вставки, в которой имеется проушина с номером  $p$  для пропуска ванты с номером  $j$ . Заметим, что одна и та же ванта может проходить сквозь проушины одной и той же вставки несколько раз, например, в случае моделирования полиспафта.

На систему могут быть наложены связи. Ограничимся рассмотрением связей, каждая из которых устраняет одну из степеней свободы. Связи, наложенные на пространственные координаты узловых вставок, закрепляют вставки в пространстве. Связи, наложенные на вантовые координаты, предотвращают проскальзывание ванты в соответствующей проушине.

Уравнения связей можно записать следующим образом:

$$x_{ir} = x_{ir}^c \quad (ir \in CX); \quad (2)$$

$$s_{jp} = s_{jp}^c \quad (jp \in CS), \quad (3)$$

где  $CX$  – множество пар индексов, определяющих закрепленные связями пространственные координаты узловых вставок;  $CS$  – множество пар индексов, определяющих закрепленные связями вантовые координаты узловых вставок;  $x_{ir}^c$  и  $s_{jp}^c$  – заданные константы.

На вантовую систему действуют нагрузки, приложенные к узловым вставкам (узловые нагрузки), и температурные воздействия. Нагрузками от собственного веса вант в этой работе пренебрежем.

Проекции векторов узловых нагрузок на координатные оси обозначим  $P_{ir}$  ( $i = 1, \dots, m$ ;  $r = 1, 2, 3$ ), где  $i$  – номер узловой вставки,  $r$  – номер координатной оси.

Температурное воздействие представлено приращениями температуры вант  $\Delta t_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) по отношению к их ненагретому состоянию, где  $j$  – номер ванты. Ненагретое – это то состояние, в котором производится воображаемая разметка ванты как мерной ленты.

Смешанный метод для расчета систем с проскальзывающими вантами. В работе [7] был описан смешанный метод расчета систем с проскальзывающими вантами, в котором в качестве основных неизвестных выступают пространственные координаты узлов  $x_{ir}$  ( $ir \notin CX$ ) и реакции связей  $h_{jp}$  ( $jp \in CS$ ), препятствующих изменению вантовых координат.

Система уравнений смешанного метода имеет вид:

$$s_{jp} = s_{jp}^c \quad (jp \in CS); \quad (4)$$

$$R_{ir} = 0 \quad (ir \notin CX). \quad (5)$$

Уравнения (4) являются, по существу, уравнениями связей (3), а уравнения (5) – условиями равенства нулю реакций фиктивных связей, наложенных на узлы исследуемой системы.

Напомним, что  $s_{jp}$  – текущее значение вантовой координаты узловой вставки, в которой находится проушина с номером  $p$ , приписанная к ванте с номером  $j$ , а  $s_{jp}^c$  – заданное значение этой вантовой координаты.  $R_{ir}$  – текущее значение реакции в фиктивной связи, которое должно быть равно нулю из условия равновесия. При определении этих величин следует пользоваться формулами:

$$s_{jp} = \sum_{v=1}^p l_{jv}^0 \quad (j = 1, \dots, n; p = 1, \dots, k_j); \quad (6)$$

$$R_{ir} = \sum_{j=1}^n G_j \sum_{v=1}^{k_j} (K_{jv} - \kappa_j) c_{jvr} \cdot (\delta_{N_{jv}i} - \delta_{N_{jv}-i}) - P_{ir} \quad (7)$$

$(i = 1, \dots, m; r = 1, 2, 3).$

В этих формулах обозначено:  $N_{jv}$  – целочисленная функция, описывающая структуру системы, определенная в предыдущем разделе,

$$l_{jv}^0 = \frac{l_{jv}}{K_{jv}} \quad (j = 1, \dots, n; v = 1, \dots, k_j). \quad (8)$$

При этом  $l_{jv}$  – длина деформированного участка ванты, выражается формулой:

$$l_{jv} = \sqrt{\sum_{r=1}^3 (x_{N_{jvr}} - x_{N_{jv-r}})^2} \quad (j = 1, \dots, n; v = 0, \dots, k_j). \quad (9)$$

В формуле (7) используются направляющие косинусы деформированного участка ванты:

$$c_{jvr} = \frac{x_{N_{jvr}} - x_{N_{jv-r}}}{l_{jv}} \quad (j = 1, \dots, n; v = 1, \dots, k_j; r = 1, 2, 3); \quad (10)$$

коэффициент  $K_{jv}$ , применяемый для перехода от недеформированной длины ванты к деформированной:

$$K_{jv} = \sqrt{\kappa_j^2 - \frac{2}{G_j} \cdot \sum_{p=v}^{k_j} h_{jp}} \quad (j = 1, \dots, n; v = 1, \dots, k_j); \quad (11)$$

коэффициент, учитывающий влияние температуры

$$\kappa_j = 1 + \alpha_j \cdot \Delta t_j \quad (j = 1, \dots, n); \quad (12)$$

жесткость ванты с номером  $j$  на растяжение  $G_j$ .

Для решения нелинейной системы уравнений был применен шаговый метод приложения нагрузки с итерационным уточнением решения после завершения установленного заранее числа шагов. Этот метод описан в работе [7].

**Типы решаемых задач.** Выбор формы вантовой сети – задача творческая. При ее решении важную роль играют архитектурные, эстетические и иные соображения. Тем не менее, существует набор стандартных приемов, позволяющий получать разнообразные формы сети. В первую очередь, можно использовать различные виды контурных закреплений вант.

Наиболее простой является система закреплений концов вант на жестком или упругом контуре. Примером конструкции такого вида является покрытие Ралей-арены. В этом сооружении концы вант закрепляются на наклонных арках, работающих на сжатие с изгибом.

Конструкция другого типа получается, когда основные ванты прикреплены к мощным контурным вантам. Большое разнообразие вантовых сетей, полученных таким образом, можно наблюдать на объектах Мюнхенского олимпийского стадиона 1972 года.

Еще один вид конструкций характерен тем, что ванты одним концом крепятся к жесткому внешнему кольцу, а другим концом – к гибкому предварительно напряженному внутреннему кольцу. Такая конструкция реализована при реконструкции Олимпийского спортивного комплекса в г. Киеве.

Иногда вантовая сеть имеет точечные опоры, поддерживаемые мачтой или мощной вантой. Такое решение достаточно часто применяется и влечет за собой появление радиально-кольцевых зон покрытия. Это вносит разнообразие в архитектурную форму сети.

Второй аспект, с которым сталкивается проектировщик при определении начальной формы сети, является размер и форма ее ячеек. Иногда нужно создать равносторонние ячейки, иногда – ортогональную сеть. В зависимости от этого можно разрешить вантам скользить одна по другой или связать их в узлах, соблюдая необходимые размеры сторон ячейки.

**Случай закрепления вантовой сети к жесткому контуру.** Схема закрепления вантовой сети к жесткому контуру показана на рис. 3. В этом случае на пространственные координаты узловых вставок опорных узлов накладываются связи и задаются координаты этих вставок. Все пространственные координаты узловых вставок свободных узлов оставляются незакрепленными. Нагрузки к этим вставкам не прикладываются.

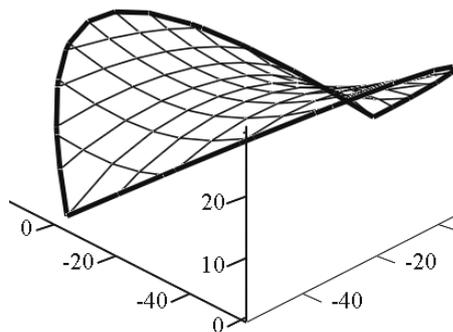


Рис. 3. Сеть на жестком контуре

Условия закрепления вант в проушинах узловых вставок следующие. С вантой  $j$  связаны проушины  $0, \dots, k_j$ . Проушина  $0$  по умолчанию жестко соединена с вантой в точке с вантовой координатой  $0$ . В остальных проушинах  $1, \dots, k_j$  ванта должна проскальзывать свободно. При этом в проушине  $k_j$  следует задать проталкивающее усилие, вычисленное по формуле

$$h_{jk} = -H_{jk} \cdot \left( \kappa_j + \frac{H_{jk}}{2 \cdot G_j} \right) \quad (k = k_j) \quad (13)$$

в зависимости от желаемого натяжения  $H_{jk}$  в ванте с номером  $j$ , а в остальных проушинах – нулевые усилия. Так надо поступить со всеми вантами.

В результате расчета будут получены пространственные координаты неопорных узлов, а затем по формуле (8) можно будет определить вантовые координаты всех проушин. При этом координата проушины с номером  $k_j$  равна полной геометрической длине ванты  $j$  в недеформированном состоянии.

**Случай проскальзывания одного семейства вант.** В предыдущем примере во всех неопорных узлах оба семейства вант свободно проскальзывали в проушинах узловых вставок. Здесь рассматривается пример вантовой сети, когда ванты одного семейства отсекают на вантах второго семейства равные по длине промежутки (рис. 4).

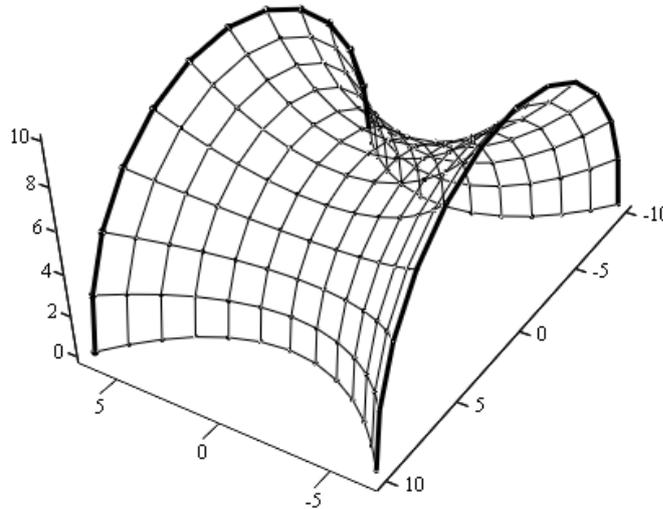


Рис. 4. Закрепление узловых вставок на вантах одного семейства

Эта сеть опирается на закрепленные в пространстве полукольцевые арки, к которым неподвижно прикреплены продольные ванты с заданной фиксированной длиной. К этим вантам на фиксированном расстоянии друг от друга неподвижно закреплены узловые вставки. Сквозь проушины этих вставок пропущены полукольцевые ванты так, что они могут свободно проскальзывать в проушинах этих вставок. Натяжения этих вант заданы заранее и равны между собой. Узловые вставки, находящиеся на концах полукольцевых вант, закреплены на уровне земли вертикальными связями. В горизонтальном направлении эти узловые вставки могут перемещаться свободно. Остальные узловые вставки не закреплены. Оказалось, что при этом сеть приобретает форму катеноида.

**Случай закрепления вантовой сети к контурным вантам.** Пример такой сети и схема закреплений к контурной ванте показаны на рис. 5. Для контурной ванты надо определить ее недеформированную длину и установить места крепления к ней остальных вант сети. На концах контурной ванты и в местах крепления вант сети надо предусмотреть узловые вставки. На концевые узловые вставки накладываются связи и задаются пространственные координаты этих вставок. Все промежуточные вставки оставляются незакрепленными в пространстве.

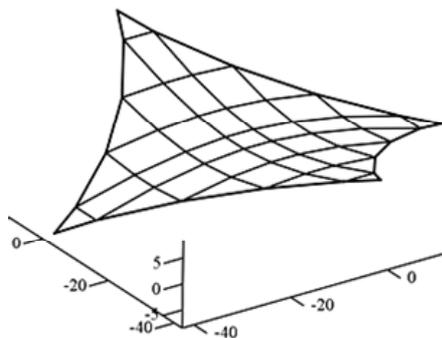


Рис. 5. Закрепление вантовой сети к контурной ванте

Контурная ванта неподвижно закрепляется во всех проушинах. Вантовые координаты этих проушин задаются в соответствии с установленными местами крепления вант сети.

Ванты сети крепятся к узловым вставкам на контурной ванте либо своим началом, либо своим концом. Если ванта крепится к узловой вставке своим началом, то она по умолчанию закреплена неподвижно в своей проушине с номером 0. Если ванта крепится к узловой вставке своим концом, то в проушине узловой вставки ванта не должна быть закреплена, и, кроме того, следует задать проталкивающее усилие, вычисляемое по формуле (13).

В результате расчета будут получены пространственные координаты всех узловых вставок, включая координаты промежуточных узловых вставок на контурной ванте, и усилия на ее участках.

**Случай радиально-вантовой сети с гибким внутренним кольцом заданной длины.** Схема радиально-вантовой сети с внутренним кольцом показана на рис. 6. Внутреннее кольцо представляет собой ванту, пропущенную сквозь ряд проушин  $0, 1, \dots, k$ . При этом проушина  $k$  должна быть расположена в той же узловой вставке, что и проушина  $0$  для того, чтобы кольцо было замкнутым.

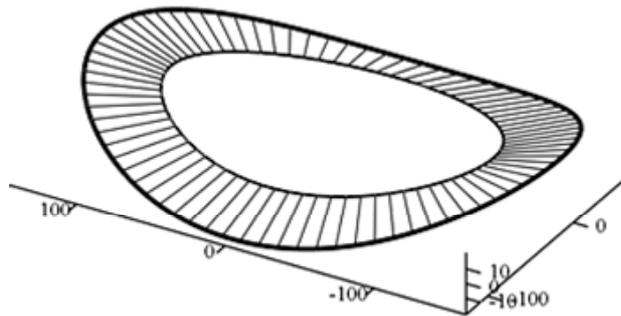


Рис. 6. Радиально-вантовая сеть с гибким внутренним кольцом

В данном случае кольцо должно иметь заданную недеформированную длину. Следовательно, кольцевая ванта должна быть неподвижно закреплена в проушине  $k$ , а вантовая координата этой проушины должна быть равна недеформированной длине кольца. В проушинах  $1, 2, \dots, k-1$  кольцевая ванта не закрепляется.

Радиальные ванты своим началом присоединяются к узловым вставкам, расположенным на наружном жестком контуре, а концом – к узловым вставкам, расположенным на внутреннем кольце. Поскольку радиальные ванты должны иметь заданные усилия, они не закрепляются в своих концевых проушинах, где следует приложить проталкивающие усилия, вычисляемые по формуле (13).

Узловые вставки, расположенные на наружном жестком контуре, следует закрепить неподвижно в пространстве, а узловые вставки, расположенные на внутреннем кольце – оставить свободными.

В результате расчета будут получены пространственные координаты узловых вставок на внутреннем кольце, его натяжение и длины радиальных вант.

**Случай радиально-вантовой сети с внутренним кольцом с заданным натяжением.** В отличие от предыдущего случая в кольце задано усилие, а для радиальных вант вместо усилий заданы недеформированные длины. Чтобы реализовать описанную схему, следует освободить  $k$ -ю проушину и приложить в ней проталкивающее усилие, вычисляемое по формуле (13). Концы радиальных вант нужно жестко закрепить в проушинах узловых вставок на гибком кольце так, чтобы вантовые координаты проушин были бы равны заданным длинам радиальных вант.

В результате расчета будет определена длина гибкого внутреннего кольца, координаты узловых вставок на внутреннем кольце и усилия в радиальных вантах.

**Расположение подвесок всячего моста.** Определенная сложность при конструировании всячего моста заключается в том, что подвески моста передают на главную цепь усилия, имеющие составляющую, действующую вдоль цепи. Для восприятия этой составляющей применяют фрикционные устройства, которые сильно сжимают главную цепь и могут ее повредить. Для предотвращения этой неприятности подвески можно расположить так, чтобы минимизировать продольную (по отношению к главной цепи) составляющую усилий в подвесках.



Рис. 7. Геометрия подвесок всячего моста

Для решения этой задачи можно воспользоваться идеей проскальзывающих вант. При этом достаточно рассмотреть всего две ванты: главную цепь и ванту подвесок, образующую зигзагообразную линию. Главная цепь – это ванта, имеющая заданную длину и неподвижно закрепленная на концах. Ванта подвесок пропущена поочередно через узловые вставки на балке жесткости и на цепи. В начальной точке она закреплена неподвижно, а во всех остальных местах – свободно проскальзывает. Натяжение этой ванты задано. Узловые вставки закреплены на балке жесткости, а на главной цепи проскальзывают. Таким образом, при равных усилиях в подвесках составляющие усилий, направленные вдоль цепи, равны нулю.

На рис. 7 показана геометрия зигзагообразных подвесок всячего моста, рассчитанная с использованием идеи скользящих вант.

**Вантовая сеть в окрестности точечной опоры.** Если вантовую сеть, перекрывающую большую площадь, надо подпереть колоннами или подвесить на внешние ванты, в зоне подпорок или подвесок обычно создают участок сети с радиально-кольцевой системой вант. Такой участок особенно уместен, если в качестве ограждающей конструкции используется мягкая оболочка. Начальную геометрию этого участка можно рассчитать, используя идею скользящих вант.

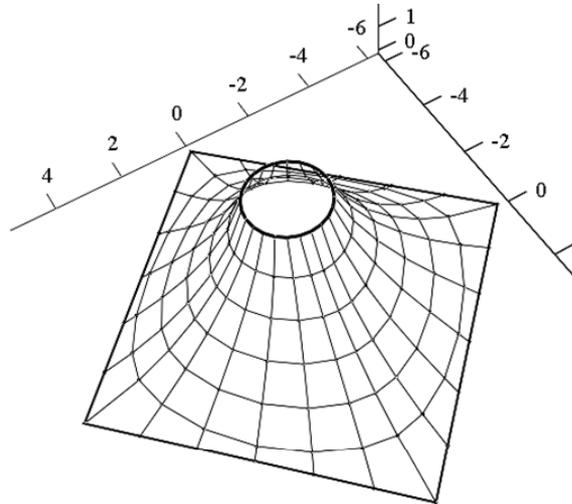


Рис. 8. Вантовая сеть в окрестности точечной опоры

На рис. 8 показан участок такой сети, полученный расчетным путем. Этот участок прикреплен к круглому верхнему контуру и к квадратному нижнему контуру при помощи узловых вставок, сквозь которые проходят 24 радиальные ванты. Размеры и положения в пространстве контуров заданы. Узловые вставки прикреплены к контурам так, что длины участков контура между соседними вставками равны между собой.

Радиальные ванты охвачены пятью кольцевыми вантами. Кольцевые ванты расположены так, что они разбивают радиальные ванты на участки равной длины, начиная от верхнего контура.

Рассмотрим условия закрепления узловых вставок и вант в узловых вставках для получения формы сети, показанной на рис. 8. Узловые вставки на верхнем и нижнем контурах закреплены неподвижно. Остальные узловые вставки, находящиеся на пересечении вант, не имеют пространственных закреплений. Радиальные ванты прикреплены к этим вставкам неподвижно. Они начинаются на верхнем контуре и по умолчанию прикреплены к нему так же неподвижно. Концы радиальных вант проходят сквозь проушины узловых вставок нижнего контура свободно.

Кольцевые ванты свободно проскальзывают в проушинах узловых вставок. Исключение представляют начальные точки кольцевых вант, которые по умолчанию закреплены в соответствующих им проушинах. Концы кольцевых вант свободно проходят сквозь проушины тех же узловых вставок, к которым прикреплены начальные точки этих вант.

Для того, чтобы сеть в начальном состоянии была натянута, в конечной проушине каждой (и кольцевой и радиальной) ванты задается проталкивающая сила, определяемая в зависимости от требуемого натяжения ванты по формуле (13). Натяжения кольцевых вант равны между собой. Натяжения последних участков радиальных вант (рядом с нижним опорным контуром) также равны между собой.

Моделирование ткани. В практике строительства довольно часто применяют тканевые оболочки. При создании дискретной расчетной модели этой оболочки, следуя П. Л. Чебышеву [9], ткань будем моделировать вантовой сетью с четырехугольными ячейками, в которой противоположные стороны каждой ячейки равны между собой.

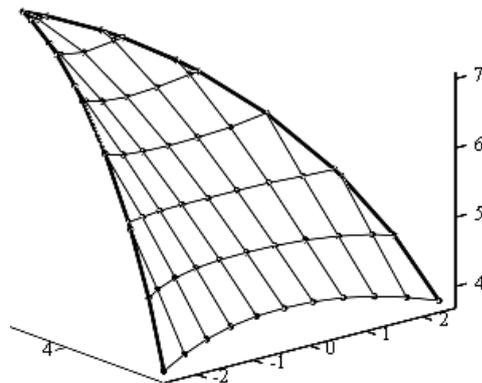


Рис. 9. Сектор зонтика

На рис. 9 показана сеть, моделирующая сектор, представляющий 1/8 часть зонтика. В расчетной модели в тех местах, где соединяются ванты между собой, установлены связи, препятствующие вантам проскальзывать в проушинах узловых вставок. Периферийная ванта в этой модели имеет заданную длину и неподвижно прикреплена к концам спиц зонтика. Остальные ванты в местах крепления к спицам свободно проскальзывают в проушинах узловых вставок, имея в этих местах заданное натяжение.

**Особенности работы алгоритма.** Шаговый метод решения системы нелинейных уравнений был реализован в среде Mathcad-14 и проверен путем решения многочисленных примеров. Следует отметить, что рис. 3 – рис. 9 получены как результаты решения задач.

В большинстве случаев алгоритм продемонстрировал хорошую сходимость. Для достижения точности в четыре значащих цифры достаточно было проделать 3–4 шага нагружения и один шаг уточнения. Тем не менее, расчеты следует выполнять под визуальным контролем. Был случай, когда при расчете вантовой сети, прикрепленной к контурной ванте, вместо растянутой ванты была получена сжатая арка с выпуклостью наружу. Это свидетельствует о том, что предложенный метод может быть использован для поиска начальной формы конструкций, содержащих не только растянутые, но и сжатые элементы.

### **Выводы**

Приведенные примеры показывают, что концепция проскальзывания вант в проушинах узловых вставок в большинстве практически важных случаев позволяет определять начальную форму вантовых сетей. Преимуществом предложенного подхода является то, что каждому случаю расчета соответствует вполне определенный механический смысл. Кроме того, определение начальной формы вантовой сети можно выполнять практически на той же расчетной модели, на которой будет выполняться в последующем статический расчет конструкции.

### **Литература**

- [1] Linkwitz K. Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen / K. Linkwitz, H.-J. Schek // *Ingenieur-Archiv*. – 1971. – № 40. – P. 145–158.
- [2] Grundig L. A history of the principal developments and applications of the force density method in Germany 1970–1999 / [L. Grundig, E. Moncrieff, P. Singer, D. Stroebe] // *Proc. IASS-IACM Fourth International Colloquium on Computation of Shell & Spatial Structures, Chania-Crete (Greece)*. – 2000.
- [3] Malerba P.G. An Extended Force Density Method for the form finding of cable systems with new forms / P.G. Malerba, M. Patelli, M. Quagliaroli // *Structural Engineering and Mechanics*. – 2012. – Vol. 42, No. 2. – P. 191–210.
- [4] Gordeiev V. Analysis of spatial nets allowing for slippery ropes / V. Gordeiev, M. Shymanovska // *Proceedings of the International Symposium on Shell and Spatial Structures, Bucharest, Poiana Brasov (Romania)*. – 2005. – Vol 1. – P. 161–168.
- [5] Gordeev V. N. Statics of nonlinear elastic cable-stayed systems with slipping flexible cables / V. N. Gordeev, M. A. Shimanovskaya // *International Applied Mechanics, New York*. – 2006. – Vol. 42, № 5. – P. 560–567.

- [6] Gordeiev V. Shaping properties of nets with slipping cables / V. Gordeiev, M. Shymanovska // Proceedings of the joint CIB, Tensinet, IASS International Conference on Adaptability in Design and Construction. Eindhoven University of Technology, the Netherland. – 2006. –Vol. 2. – P. 218–222.
- [7] Gordeiev V. The combined method for calculation of the systems having slipping cables / V. Gordeiev, M. Shymanovska, O. Shymanovskiy // Book of Abstracts, International Symposium IASS – SLTE 2008, Acapulco Mexico. – 2008. – P. 119–120.
- [8] Шимановская М. А. Смешанный метод для расчета вантовых систем на стадии монтажа / М. А. Шимановская // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2009. – № 2. – С. 16–21.
- [9] Чебышев П. Л. О кройке одежды / П. Л. Чебышев // Успехи математических наук. – 1946. – Т. 1, № 2. – С. 38–42.

*Надійшла до редколегії 7.10.2013 р.*