

## **ВЛИЯНИЕ ТОНКОГО ПОКРЫТИЯ НА ЗАТУХАНИЕ КРАЕВОГО ЭФФЕКТА ПРИ ОДНООСНОМ ПОПЕРЕЧНОМ СЖАТИИ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА**

Рассматривается задача определения параметров затухания краевого эффекта в волокнистом композитном материале с тонким изотропным покрытием при одноосном поперечном сжатии. Исследована зависимость длины затухания краевого эффекта от соотношения между периодом поверхностной нагрузки и геометрическими параметрами структуры материала и определен представительный элемент материала с покрытием. Численное решение задачи получено с применением метода сеток в рамках концепции базовых схем.

The problem of definition of parameters of end effect decay is considered in a fibrous composite material with a thin isotropic covering at cross-section axial compression. Dependence of length of end effect decay on parity between the period of surface loading and geometrical parameters of structure of a material is investigated and the representative element of a material with a covering is defined. The numerical decision of a problem is received with application of a method of grids within the framework of the concept of base schemes.

**Введение.** При исследовании краевых эффектов в композитных материалах представляет интерес вопрос о влиянии тонкого покрытия на затухание краевых эффектов с учетом микроструктуры материала для различных условий нагружения. В настоящее время исследование роли покрытий при упругом деформировании материалов связано с анализом их влияния на напряженно-деформированное состояние упругих неоднородных тел на основе решения неклассических задач механики контактных взаимодействий для тел с износостойкими покрытиями. Другой аспект исследования роли покрытий – это анализ их влияния на пластическое деформирование, прочность и разрушение деформируемых тел на основе моделей физической мезомеханики. В данной работе рассматривается малоисследованный вопрос о влиянии тонкого покрытия на затухание краевого эффекта. Под тонким покрытием понимается изотропная прослойка между материалом и поверхностной нагрузкой, толщина которой соизмерима с геометрическими параметрами структуры материала и, в частности, с характерным размером армирующих компонентов. В данной работе таким размером является поперечный размер волокна. При этом необходимо отметить, что рассматриваемая функциональность покрытия определяется только его влиянием на затухание поверхностной нагрузки и размер зоны неоднородности напряженно-деформированного состояния в области приложения нагрузки, когда изменение нагрузки происходит на расстоянии, сравнимым с геометрическим параметром структуры материала.

В работе [1] показано, что наиболее информативным подходом при исследовании краевых и приповерхностных эффектов является подход с использованием модели кусочно-однородной среды. В рамках такого подхода в работе [2] рассмотрен вопрос о

затухании краевого эффекта в слоистом композитном материале при наличии тонкого изотропного покрытия, расположенного перпендикулярно слоям. Исследован случай *одноосного продольного сжатия* материала кусочно-постоянной нагрузкой при изменении ее периода для конкретных значений геометрических и механических характеристик материала и покрытия. Упругие характеристики покрытия полагались равными упругим характеристикам наполнителя. С использованием результатов работы [3] проведена сравнительная оценка затухания краевого эффекта при наличии тонкого покрытия и его отсутствии. Показано, что наличие изотропного покрытия приводит к изменению геометрии зоны краевого эффекта и уменьшению ее протяженности. При этом установлено, что основной вклад в увеличение зоны краевого эффекта при изменении периода поверхностной нагрузки вносит наличие в расчетной области одного ненагруженного слоя наполнителя, что соответствует периоду нагрузки, равному двум параметрам структуры материала.

В данной статье в рамках модели кусочно-однородной среды исследуется влияние тонкого изотропного покрытия на затухание краевого эффекта при *одноосном поперечном сжатии* материала, армированного однонаправленными прямолинейными волокнами квадратного поперечного сечения. Приведены результаты вычислительного эксперимента по определению представительного элемента материала, которые учитывают структурную неоднородность материала, связанную с его микроструктурой и наличием тонкого изотропного покрытия. С использованием результатов работы [4] проведена сравнительная оценка затухания краевого эффекта при наличии тонкого покрытия и его отсутствии. Расчетная схема, которая используется в данной работе, включает смешанную краевую задачу теории упругости кусочно-однородных тел и количественный критерий затухания краевого эффекта для нормальных напряжений. Краевая задача решается с применением метода сеток на основе базовых схем [5].

**Постановка задачи.** Рассматривается плоская задача определения параметров затухания краевого эффекта – зоны и длины затухания краевого эффекта – в волокнистом композитном материале регулярной структуры с покрытием для случая одноосного поперечного (перпендикулярно направлению армирования) сжатия материала поверхностной кусочно-постоянной периодической нагрузкой (рис. 1). Тонкое изотропное покрытие располагается параллельно направлению армирования. Для определения представительного элемента материала исследуется зависимость длины затухания краевого эффекта от соотношения между периодом нагрузки и геометрическими параметрами, которые характеризуют структурную неоднородность материала. Такими параметрами являются поперечный размер волокна и толщина покрытия. Размеры представительного элемента материала определяются, исходя из условия установившегося значения длины затухания  $\lambda$  краевого эффекта при увеличении размеров  $b$  и  $H$  расчетной области, в направлении  $Ox_1$  и  $Ox_2$  соответственно.

Задача соответствует случаю регулярного расположения прямолинейных однонаправленных волокон квадратного поперечного сечения. (В дальнейшем, с учетом того, что рассматривается плоская задача, будем использовать термин “квадратное включение” вместо “волокно квадратного поперечного сечения”). Боковая поверхность приповерхностных волокон совпадает с поверхностью полуограниченной матрицы, которая является поверхностью контакта матрицы и покрытия. Материал находится под действием периодической кусочно-постоянной поверхностной нагрузки, которая прикладывается к слою покрытия. Отличная от нуля нагрузка действует в плоскости размещения ряда включений в направлении оси  $Ox_2$ :  $p(x_1) = \sigma_{22}(x_1, 0) = p^0$ ,  $|x_1| \leq 0,5h_g + kb$ ,  $k = 0, 1, \dots$ ;  $b = (M - 1)h$ . Здесь  $b$  – период кусочно-постоянной поверхностной

нагрузки,  $h$  – параметр структуры материала,  $h_g$  – поперечный размер включения в направлении  $Ox_2$ ,  $M$  – количество расчетных элементов в направлении  $Ox_1$ . Вдоль оси  $Ox_3$  нагрузка не изменяется.

Регулярность композитной структуры, периодический характер поверхностной нагрузки и наличие установившегося при затухании краевого эффекта поля напряжений позволяют рассматривать задачу для расчетной области  $\bar{\Omega}$  конечных размеров:  $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_{км} \cup \bar{\Omega}_{п}$ , где  $\bar{\Omega} = \bigcup_{m=1}^M \bigcup_{n=1}^N \bar{\Omega}^{mn} = \{(x_1, x_2) | 0 \leq x_1 \leq b; h_n \leq x_2 \leq H\}$  – расчетная область, которая соответствует материалу и является объединением расчетных элементов  $\bar{\Omega}^{mn}$  структуры материала, а  $\bar{\Omega}_{п}$  – тонкому покрытию,  $M$  и  $N$  – соответственно количество расчетных элементов в направлении  $Ox_1$  и  $Ox_2$ . Расчетные элементы  $\bar{\Omega}^{mn}$  структуры материала (далее – расчетные элементы) могут быть представлены следующим образом:  $\bar{\Omega}^{mn} = \bar{\Omega}_M^{mn} \cup \bar{\Omega}_g^{mn}$ , где  $\bar{\Omega}_M^{mn}$ ,  $\bar{\Omega}_g^{mn}$  – области, которые занимают соответственно матрица и включение. Значение  $N$  соответствует периоду  $b$  поверхностной нагрузки, который совпадает с размером расчетной области в направлении оси  $Ox_1$ . Значение  $M$  соответствует размеру  $H$  расчетной области вдоль оси  $Ox_2$ , который определяется в результате вычислительного эксперимента, исходя из условия установившегося напряженного состояния в рассматриваемом направлении затухания краевого эффекта. Указанные выше условия нагружения и характеристика расчетной области обуславливают состояние плоской деформации ( $x_1 Ox_2$  – плоскость деформации,  $x = (x_1, x_2)$  – точка, принадлежащая плоскости). Затухание краевого эффекта рассматривается в направлении оси  $Ox_2$ . Для геометрических параметров материала и параметров нагрузки справедливо соотношение:  $h_g \sim h_n < h \leq b < H$ , где  $h$  – размер расчетного элемента. Геометрия расчетной области и условия нагружения композита представлены на рис.1. На рис. 1 а представлена расчетная область композита при равномерном сжатии слоев наполнителя, на рис. 1 б – при наличии ненагруженных приповерхностных включений в случае нечетного их количества, на рис. 1 в – в случае их четного количества.

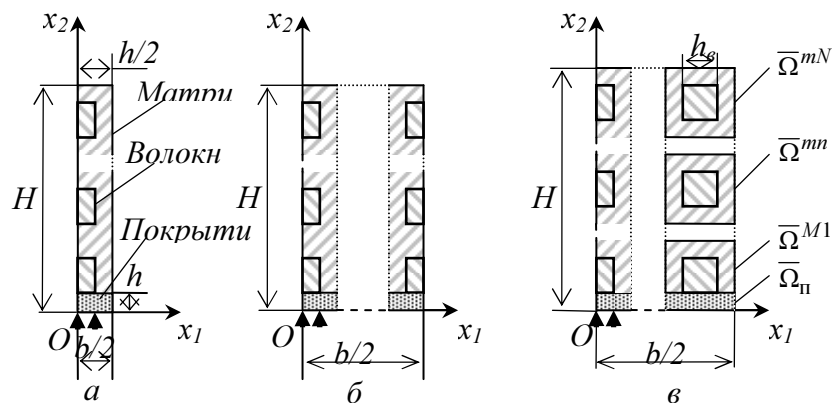


Рис.1 – Геометрия расчетной области и условия нагружения

Расчетная схема для определения параметров затухания краевого эффекта в слоистом композитном материале с покрытием включает смешанную краевую задачу

теории упругости для случая плоской деформации и условия определения зоны краевого эффекта и длины затухания краевого эффекта с заданной точностью  $\rho\%$ .

Граничные условия краевой задачи на участке  $\{0 \leq x_1 \leq b, x_2 = 0\}$  границы расчетной области  $\bar{\Omega}$  определяют поверхностную нагрузку, которой ставится в соответствие самоуравновешенная функция нагрузки. На участках  $\{x_1 = 0, 0 \leq x_2 \leq H\}$  и  $\{x_1 = b, 0 \leq x_2 \leq H\}$  границы расчетной области граничные условия соответствуют периодическому характеру напряженного состояния и являются смешанными однородными условиям. Граничные условия на участке  $\{0 \leq x_1 \leq b, x_2 = H\}$  границы расчетной не допускают перемещение и вращение расчетной области как целого и также являются смешанными однородными условиями.

Для определения границы  $\Gamma_\rho(x_1, x_2)$  зоны краевого эффекта и длины  $\lambda_\rho$  затухания краевого эффекта с точностью  $\rho\%$  используются следующие условия:

$$\tilde{\rho}(x_1, x_2) \Big|_{x \in \Gamma_\rho} = \rho, \quad (1)$$

где

$$\tilde{\rho} = 100 \left( \sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mn}} - \sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mN}} \right) / \left( \rho(x_1, 0) - \sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mN}} \right) \\ \text{для } x^{mn} = x^{mN}, m = \overline{1, M}, n = \overline{1, (N-1)}. \quad (2)$$

В (2) нормальные напряжения  $\sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mn}} = \sigma_{22}^{(mn)} = \sigma^{(mn)}$  и  $\sigma(x) \Big|_{x \in \Omega^{mN}} = \sigma_{22}^{(mN)} = \sigma^{(mN)}$  сравниваются при одинаковых значениях координат в локальных системах координат  $O^{mn}x_1^{mn}x_2^{mn}$  и  $O^{mN}x_1^{mN}x_2^{mN}$ , которые связаны с соответствующими включениями.

Длина затухания краевого эффекта  $\lambda_\rho$  определяется как максимальная протяженность зоны краевого эффекта в направлении затухания краевого эффекта, что соответствует условию

$$\lambda_\rho = \max_{x_1, x_2 \in \Gamma_\rho} (x_2). \quad (3)$$

Размеры  $b_\Pi, H_\Pi$  представительного элемента материала определяются на основе вычислительного эксперимента, исходя из условия :

$$\lambda_\rho(b)/b \Big|_{b \geq b_\Pi, H \geq H_\Pi} = \text{const}_\rho, b = nh, n = \overline{1, N_\Pi}, \quad (4)$$

где  $N_\Pi$  – количество расчетных элементов в расчетной области, соответствующей представительному элементу материала. Изменение периода нагрузки  $b = nh$  соответствует изменению количества  $n$  расчетных элементов в расчетной области  $\bar{\Omega}$ . Параметр  $h$  и толщина покрытия  $h_\Pi$  являются фиксированными.

Для анализа влияния покрытия на затухание краевого эффекта используются результаты определения параметров затухания краевого эффекта в слоистом композитном материале, представленные в работе [4].

**Анализ результатов расчета.** Исходя из соотношений (1) – (3), исследована зависимость длины затухания краевого эффекта от периода поверхностной нагрузки. Изменение периода нагрузки связывалось с изменением количества ненагруженных приповерхностных включений. С использованием соотношения (4) определялся представительный элемент материала. Расчеты проводились для следующих значений упругих и геометрических характеристик компонент материала и покрытия:  $E_\sigma/E_m = 100, E_\Pi = E_\sigma, \nu_\sigma = \nu_m = \nu_\Pi = 0,3$ , где  $E_\sigma, \nu_\sigma, E_m, \nu_m$  и  $E_\Pi, \nu_\Pi$  – соответственно модули Юнга и коэффициенты Пуассона включения, матрицы и покрытия,

$c_6 = h_6/h = 0,5$  – концентрация включений,  $h_{II} = 0,125h$  – толщина покрытия, где  $h$  – размер расчетного элемента структуры материала. На рис.2 показано изменение максимальной протяженности зоны краевого эффекта при увеличении периода поверхностной нагрузки  $b$ , когда увеличивается количество ненагруженных приповерхностных включений. Кривая 1 соответствует материалу без покрытия [5], кривая 2 – материалу с покрытием. Точность определения протяженности зоны краевого эффекта составила 1%.

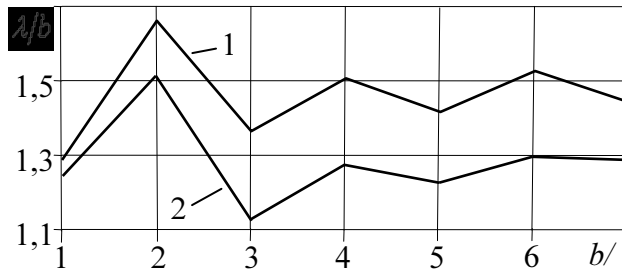


Рис.2 – Залежність довжини затухання краевого ефекта в матеріалі від періода поверхневих навантажень

В общем случае указанные зависимости носят немонотонный характер. При последовательном увеличении количества ненагруженных приповерхностных включений максимальная протяженность зоны краевого эффекта для материала в целом понижается при их четном количестве, когда сечение  $x_1 = b/2$  располагается в материале матрицы.

Можно выделить следующие случаи совместного влияния нагрузки и структуры материала с покрытием на длину зоны краевого эффекта.

*Случай 1.* Равномерно нагружены все приповерхностные включения ( $M' = 0$ ) и период нагрузки равен параметру структуры материала ( $b = h$ ). Максимальная протяженность зоны краевого эффекта составляет:  $\lambda_{1\%} = 1,25b$ . Наличие покрытия практически не влияет на максимальную протяженность зоны краевого эффекта.

*Случай 2.* Ненагружено каждое второе приповерхностное включение и период нагрузки равен двум параметрам структуры материала ( $b = 2h$ ). По сравнению с первым случаем, максимальная протяженность зоны краевого эффекта увеличивается на 20% и составляет:  $\lambda_{1\%} = 1,5b$ . Наличие покрытия приводит к уменьшению максимальной протяженности зоны краевого эффекта в 1,2 раза. Увеличение длины затухания краевого эффекта по сравнению с первым случаем менее существенно, чем в материале без покрытия.

*Случай 3.* В расчетной области ненагружено более чем одно приповерхностное включение, и период нагрузки превышает два параметра структуры материала ( $b > 2h$ ). По сравнению со вторым случаем уменьшение максимальной протяженности зоны краевого эффекта составляет 25% для значения  $b = 3h$ . По сравнению с первым случаем (равномерное нагружение) уменьшение максимальной протяженности зоны краевого эффекта составляет 10%. По мере дальнейшего увеличения периода поверхностной нагрузки, связанного с увеличением количества ненагруженных приповерхностных включений, максимальная протяженность зоны краевого эффекта увеличивается в пределах 5%. Т.е. наличие покрытия приводит к уменьшению “разброса” значений длины затухания краевого эффекта при изменении периода поверхностной нагрузки. Максимальная протяженность зоны при увеличении периода нагрузки выходит на

установившееся значение:  $\lambda_{1\%} = 1,28b$ . По сравнению с равномерным нагружением увеличение максимальной протяженности зоны краевого эффекта не превышает 3%. Наличие покрытия приводит к уменьшению установившейся максимальной протяженности зоны краевого эффекта в  $\sim 1,2$  раза по сравнению с материалом без покрытия. Представительный элемент материала характеризуется следующими размерами:  $b_{II} = 6h$ ,  $H_{II} = 3b_{II}$ .

Из представленных результатов следует, что наличие тонкого покрытия приводит к уменьшению максимальной протяженности зоны краевого эффекта для всех трех рассматриваемых случаев соотношения между периодом поверхностной нагрузки и параметром структуры материала. Также, как и в случае материала без покрытия, максимальная протяженность зоны краевого эффекта достигается в расчетной области с тремя рядами включений ( $M=3$ ,  $b=2h$ ) в направлении оси  $Ox_1$ . При этом ненагруженным является один ряд включений. Длина затухания краевого эффекта, которая соответствует представительному элементу материала, превышает соответствующее значение для случая равномерного сжатия приповерхностных включений. Максимальное превышение для материала с покрытием составляет 5%, что значительно ниже, чем в случае материала без покрытия. Т.е. наличие покрытия “блокирует” увеличение максимальной протяженности зоны краевого эффекта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Гузь А.Н., Руцицкий Я.Я.** О построении основ механики нанокомпозитов (обзор) // Прикл. механика. – 2011. – 47, № 1. – С. 4 – 61.
2. **Быстров В. М.** О влиянии тонкого изотропного покрытия на затухание краевого эффекта при одноосном продольном сжатии слоистого композитного материала // Доп. НАНУ. – 2008. № 2. – С. 35–38.
3. **Kokhanenko Yu.V., Bystrov V. M.** Edge effects in laminated composite with longitudinally compressed laminas // Intern. Appl. Mech. – 2006. – 42, № 8. – P. 922–927.
4. **Быстров В. М., Зеленский В.С.** Затухание краевого эффекта при продольном и поперечном сжатии материалов, армированных компонентами прямоугольной формы // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 3 (62). Дніпропетровськ, 2009. – С.99-104.
5. **Григоренко Я.М., Шевченко Ю.В., Василенко А.Т. и др.** Численные методы // Механика композитов: В 12-и т. / Под общей ред. А.Н. Гузя. Т.11. – К.,: “А.С.К.”, 2002. – 448 с.