

ции магнитного поля (рис.5), способствующие появлению зон повышенной температуры. При этом наличие вентиляционных каналов улучшит условия конвективного теплообмена ротора с окружающей средой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Терзьян А.А. Автоматизированное проектирование электрических машин / Терзьян А.А. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 256с.
2. Сильвестр П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / Сильвестр П., Феррари Р.; пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 229с.
3. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах: учеб. пос. для вузов по спец. „Электромеханіка” / Иванов-Смоленский А.В. – М.: Высшая школа, 1989. – 312с.
4. Абрамкин Ю.В. Теория и расчет пондеромоторных и электродвижущих сил и преобразования энергии в электромагнитном поле / Абрамкин Ю.В. – М.: Изд-во МЭИ, 1997. – 208с.
5. Качура А.В. Математическая модель индукционного реостата с учетом насыщения магнитной системы / Качура А.В., С’янов А.М., Сторожко В.С. // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – 2002. – С.376-378.

Поступила в редколлегию 01.09.2015.

УДК 62-83

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент
САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор

Днепродзержинский государственный технический университет

ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ РЕЖИМА «БОЛЬШОГО ТРЕУГОЛЬНИКА» РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПЯТОГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ N-І ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ

Введение. Релейная система подчинённого регулирования (СПР) положения, синтезированная методом N-і переключений [1], способна сформировать оптимальный по быстродействию процесс позиционирования электропривода с упругой кинематической цепью. Настройки такой системы определяются наибольшими значениями канонических координат, достигаемыми на расчётной траектории позиционирования. В свою очередь, максимумы старших производных ошибки регулирования зависят от формы прогнозируемой траектории, которая варьируется в функции амплитуды задающего воздействия. Перечисленные обстоятельства придают актуальность разработке в рамках метода N-і переключений процедур синтеза СПР, ориентированных на специфику конкретных динамических режимов.

Постановка задачи. Уровень ограничения первой производной положения рабочего органа двухмассовой электромеханической системы (ЭМС) диктуется допустимым максимумом частоты вращения исполнительного вала. Однако данный максимум, рассчитываемый на основании конструктивных характеристик ЭМС, в ряде динамических режимов [2] не может быть достигнут по условиям реализуемости оптимальной по быстродействию переходной траектории. К таким режимам относится, в частности, процесс позиционирования двухмассовой ЭМС, в котором старшие производные положения рабочего органа достигают предустановленных уровней ограничения, а мак-

симум его скорости является функцией воспроизводимого перемещения. В соответствии с традиционной классификацией режимов позиционирования он может быть назван режимом «большого треугольника» по форме временной диаграммы скорости. Самонастройка релейной системы управления электроприводом на данный режим в реальном времени может эффективно осуществляться на основе метода N-i переключений благодаря простоте его математического аппарата. Целью настоящей работы является адаптация настроек релейной СПР пятого порядка к оптимальной по быстродействию отработке режима «большого треугольника».

Результаты работы. Рассмотрим релейную систему подчиненного регулирования углового положения Φ выходного вала электропривода с упругой связью, замкнутую по вектору канонических координат, представив ограничение по управлению эквивалентным ограничением 5-й производной регулируемой переменной. Математическое описание такой системы имеет вид

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} = u_{R\Phi} = \Omega^* &= -\Omega_{\max} \cdot \text{sign}(\Phi - \Phi^* + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega + K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi + K_{\Phi\omega} \cdot \omega + K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R2} = u_{R\Omega} = \varphi^* &= -\varphi_{\max} \cdot \text{sign}(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R3} = u_{R\varphi} = \omega^* &= -\omega_{\max} \cdot \text{sign}(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R4} = u_{R\omega} = \varepsilon^* &= -\varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R5} = u_{R\varepsilon} = a^* &= -a_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon - \varepsilon^*) \end{aligned} \right\} (1^*) \quad (1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} p\Phi &= \Omega - \text{скорость рабочего органа,} \\ p^2\Phi &= \varphi - \text{угол закручивания упругого вала,} \\ p^3\Phi &= \omega - \text{скорость закручивания вала,} \\ p^4\Phi &= \varepsilon - \text{ускорение закручивания,} \\ p^5\Phi &= a - \text{рывок при закручивании} \end{aligned} \right\} (2)$$

$p = d/dt$; u_{Ri} – сигнал i -го (считая от входа) регулятора; индексами «max» отмечены уровни ограничения канонических координат, достигаемые при отработке системой заданного перемещения Φ^* ; символом «*» отмечены также заданные значения промежуточных координат, формируемые регуляторами; K_{ij} – коэффициенты обратных связей i -х регуляторов по j -м координатам.

Принятые в (2) буквенные обозначения k -х производных регулируемой координаты $p^k\Phi$ заимствованы из ряда предшествующих работ авторов, в частности [1-4], в которых выполнен синтез внутренних регуляторов системы (1), образующих подсистему (1*). Помимо преемственности результатов, такая система обозначений призвана облегчить восприятие расчета траектории оптимального по быстродействию переходного процесса, которая представлена на рис.1, поскольку обозначения канонических координат совпадают с символами определяющих их физических величин.

Параметрический синтез регуляторов внутренних контуров (1*) системы подчиненного регулирования и аналитическое исследование их устойчивости выполнены в работе [3] в системе обозначений (2), что обеспечивает преемственность результатов синтеза коэффициентов $K_{\Omega\varphi}$, $K_{\Omega\omega}$, $K_{\Omega\varepsilon}$, $K_{\varphi\omega}$, $K_{\varphi\varepsilon}$, $K_{\omega\varepsilon}$ при оптимизации по быстродействию систем более высоких порядков:

$$K_{\Omega\varphi} = \frac{\Omega_7}{\varphi_7}, \quad K_{\Omega\omega} = \frac{\varphi_{\max}}{4\varepsilon_{\max}} + \frac{\omega_{\max}}{4a_{\max}} + \frac{\varphi_{\max}\varepsilon_{\max}}{4\omega_{\max}a_{\max}} + \frac{\omega_{\max}^2}{12\varepsilon_{\max}^2} + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{12a_{\max}^2},$$

$$K_{\Omega\varepsilon} = \frac{\varphi_{\max}}{8a_{\max}} + \frac{\varphi_{\max}\varepsilon_{\max}^2}{24\omega_{\max}a_{\max}^2} + \frac{\omega_{\max}\varepsilon_{\max}}{24a_{\max}^2} + \frac{\omega_{\max}^2}{24\varepsilon_{\max}a_{\max}}, \quad (3)$$

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}}, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{\omega_{\max}}{2 \cdot \varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{\omega_{\max}}{4 \cdot a_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{12 \cdot a_{\max}^2}.$$

Для синтеза коэффициентов обратных связей $K_{\Phi\Omega}, K_{\Phi\varphi}, K_{\Phi\omega}, K_{\Phi\varepsilon}$ регулятора $R_1 = R_{\Phi}$ системы (1) методом N-i переключений необходимо вывести аналитические выражения координат характерных точек $X^{11}, X^{12}, X^{13}, X^{14}$ переключения R_1 на прогнозируемой траектории оптимального по быстродействию переходного процесса. Вид временных диаграмм канонических координат системы для оптимизируемого режима позиционирования представлен на рис.1, где характерные точки показаны с соответствующими подписями, заключёнными в окружности, в дополнение к сквозной нумерации точек излома траектории, приведенной на нижней оси времени. Интервалы стабилизации относительного рывка, ускорения, скорости а также ускорения исполнительного вала обозначены на рис.1 как $T_{sa}, T_{se}, T_{s\omega}, T_{s\varphi}$ соответственно.

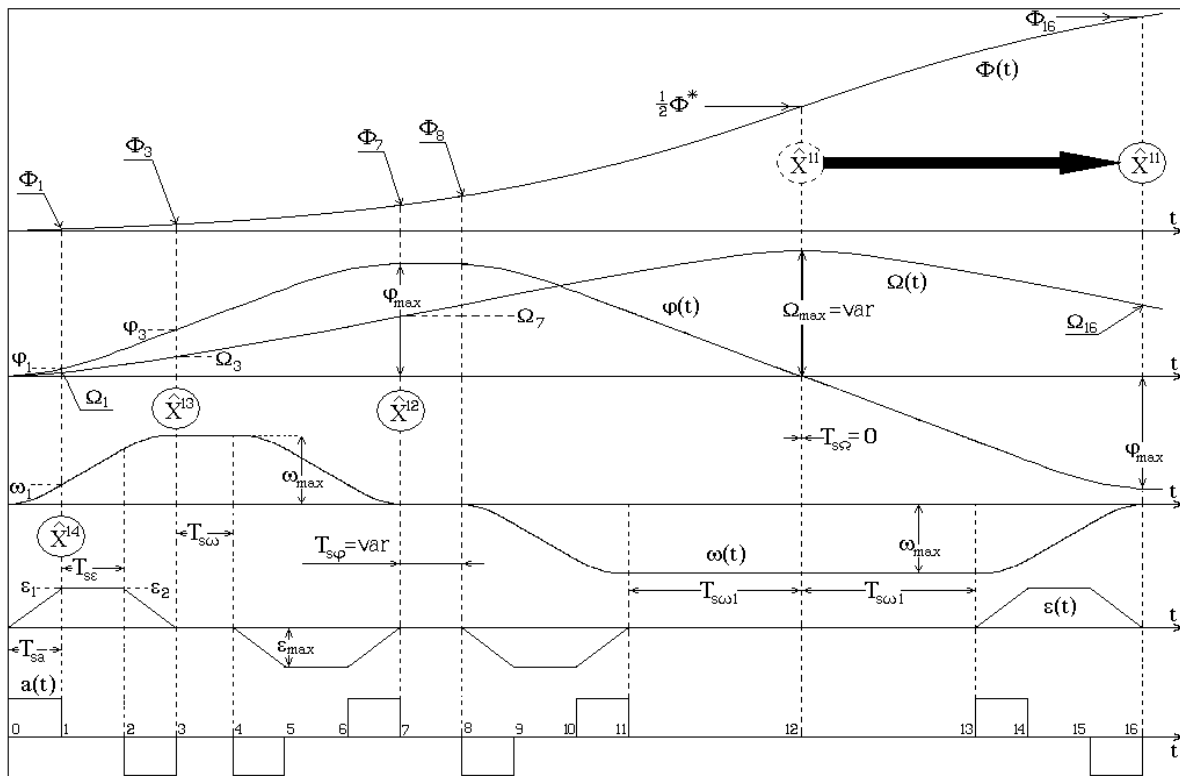


Рисунок 1 – Расчётный фрагмент временных диаграмм режима «большого треугольника»

Особенность представленных на рис.1 временных диаграмм по сравнению с их наиболее общим видом, положенным в основу синтеза параметров регуляторов в работе [1], состоит в равенстве нулю интервала $T_{s\Omega}$ стабилизации скорости исполнительного вала $\Omega(t)$, которая начинает снижение в момент достижения своего максимума, а

сам максимум Ω_{\max} не определён до начала позиционирования и является функцией заданного положения Φ^* :

$$T_s \Omega = 0, \quad (4)$$

$$\Omega_{\max} = \text{var}. \quad (5)$$

В отличие от расчетной траектории, принятой за основу в работе [2] и представляющей собой предельный случай трапецеидальной диаграммы с нулевыми интервалами стабилизации канонических координат, представленная на рис.1 траектория требует для её реализации минимальное число переключений регуляторов, в полной мере соответствуя критерию оптимальности по быстрдействию.

С учётом симметрии оптимальной траектории относительно секущей в точке 12 координаты реальных характерных точек конечного участка траектории можно получить [1] из координат симметричных им точек начального участка траектории с помощью преобразования

$$X_k^{i,j} = (-1)^{(k+i+1)} \cdot X_k^{i,j}, \quad (6)$$

где i – номер регулятора, считая от входа, j – номер характерной точки по порядку переключений во времени, k – индекс канонической координаты, знак « \wedge » отмечает расчетные точки, отображаемые в реальные.

С применением преобразования (6) прогнозированию при синтезе R_1 подлежат точки 1, 3, 7, 12, что позволяет сократить объём расчётов.

Однако, специфика формы траектории режима «большого треугольника» позволяет отступить от принятого в методе N-i переключений правила, привязывающего характерные точки переключения регуляторов к моментам начала снижения производных регулируемой координаты в очередности их порядка. Благодаря реализации реверса угла закручивания упругого вала $\varphi(t)$ в промежутке времени 11-13 на едином интервале стабилизации $\omega(t)$, первая точка переключения X^{11} регулятора R_1 может быть сдвинута на более ранний момент времени, соответствующий началу снижения второй производной на этапе нарастания первой. На начальном участке расчётной траектории (рис.1) очередность характерных точек обратна хронологии переключения в них регуляторов, поэтому описанный сдвиг реальной точки переключения X^{11} соответствует переносу расчётной характерной точки X^{11} из момента времени 12 в момент 16, что требует продолжения расчёта фрагмента траектории на интервале 12-16. На рис.1 перенос X^{11} показан большой стрелкой. Подобная мера, апробированная на системах третьего порядка [4], способствует снижению колебательности синтезируемого регулятора в скользящем режиме.

Также следует заметить, что в методе N-i переключений [1, 2] принимается допущение о постоянстве N-й производной выходной координаты на интервалах постоянства управляющего воздействия. Благодаря этому допущению, приращения координат на всех промежутках между соседними точками излома траектории рассчитываются как суммы ряда Тейлора с конечным числом членов.

При нулевых начальных условиях выполним интегрирование по времени системы (2) на участке 0-1 с постоянным рывком $a_{0-1} = a_{\max}$, в результате получим координаты состояния в точке 1 оптимальной траектории:

$$\varepsilon_1 = a_{\max} \cdot T_{sa} = \varepsilon_{\max}, \omega_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^2}{2}, \varphi_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^3}{6}, \Omega_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^4}{24}, \Phi_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^5}{120}. \quad (7)$$

Значения вектора состояния в точке 2 получим путем интегрирования по времени системы (2) на участке 1-2 при начальных условиях, соответствующих состоянию в точке 1, и нулевом рывке $a_{1-2} = 0$. В связи с громоздкостью аналитических выкладок опустим промежуточные результаты и координаты точек, непосредственно не задействованных в процедуре синтеза регулятора, приведя лишь координаты необходимых для синтеза точек. К ним относятся расчётные характерные точки переключения 1, 3, 7, 16 и точка 12 максимума $\Omega(t)$.

Значения вектора состояния в точке 3 получим путем интегрирования системы (2) на участке 2-3 при начальных условиях, соответствующих состоянию в точке 2, и постоянном отрицательном рывке $a_{2-3} = -a_{\max}$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 = 0; \quad \omega_3 = a_{\max} \left(T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{se} \right) = \omega_{\max}, \quad \varphi_3 = a_{\max} \left(T_{sa}^3 + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \right), \\ \Omega_3 = a_{\max} \left(\frac{7}{12} T_{sa}^4 + \frac{7}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{se} + \frac{3}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \frac{1}{6} T_{sa} \cdot T_{se}^3 \right), \\ \Phi_3 = a_{\max} \left(\frac{1}{4} T_{sa}^5 + \frac{5}{8} T_{sa}^4 \cdot T_{se} + \frac{7}{12} T_{sa}^3 \cdot T_{se}^2 + \frac{1}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^3 + \frac{1}{24} T_{sa} \cdot T_{se}^4 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Координаты точки 7 определяются выражениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_7 = 0, \quad \omega_7 = 0, \quad \varphi_7 = a_{\max} \left(2 \cdot T_{sa}^3 + 3 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{se} + T_{sa} \cdot T_{se}^2 + T_{sa}^2 \cdot T_{so} + T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so} \right) = \varphi_{\max}, \\ \Omega_7 = a_{\max} \left(4 \cdot T_{sa}^4 + 8 \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{se} + 5 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + T_{sa} \cdot T_{se}^3 + 3 \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{so} + \frac{3}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \cdot T_{so} + \right. \\ \left. + \frac{9}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{so} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so}^2 + \frac{1}{2} \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{so}^2 \right), \quad \Phi_7 = a_{\max} \left(\frac{9}{2} T_{sa}^5 + \frac{45}{4} T_{sa}^4 \cdot T_{se} + \right. \\ \left. + \frac{61}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{se}^2 + 4 T_{sa}^2 \cdot T_{se}^3 + \frac{7}{12} T_{sa} \cdot T_{se}^4 + T_{so} \left(\frac{55}{12} T_{sa}^4 + \frac{23}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \frac{55}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{se} + \frac{7}{6} T_{sa} \cdot T_{se}^3 \right) \right. \\ \left. + T_{so}^2 \left(\frac{3}{2} T_{sa}^3 + \frac{9}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{3}{4} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \right) + \frac{1}{6} T_{sa}^2 \cdot T_{so}^3 + \frac{1}{6} T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so}^3 \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Выполнив интегрирование системы (2) до точки 12, можно получить величину воспроизводимого скачка Φ^* с учетом симметрии расчетной траектории, которая допускает при установлении связи заданного положения с варьируемым максимумом скорости $\Omega_{\max} = \Omega_{12}$ и фиксированными максимумами остальных промежуточных координат ограничиться равенством

$$\Phi^* = 2 \cdot \Phi_{12}. \quad (10)$$

Для получения координат точек 12 и 16 необходимо продолжить интегрирование на интервалах времени, длительности которых равны T_{sa} , T_{se} , T_{so1} и T_{so} . Для оптимизируемого динамического режима максимумы координат φ , ω , ε , a являются предустановленными, что делает известными также длительности интервалов T_{sa} , T_{se} и T_{so} . Длительность T_{so1} можно определить, подставив в равенство $\varphi_{12} = \varphi_{11} - \omega_{\max} T_{so1} = 0$ выражения $\varphi_{11} = \varphi_4 = \varphi_7 - \varphi_3$ и ω_{\max} согласно (8), (9):

$$a_{\max} \left(\left(T_{sa}^3 + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 + T_{sa}^2 \cdot T_{so} + T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so} \right) - \left(T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{se} \right) \cdot T_{so1} \right) = 0. \quad (11)$$

Решив уравнение (11) относительно T_{so1} , получим

$$T_{so1} = T_{sa} + \frac{1}{2} T_{se} + T_{so}. \quad (12)$$

Установленная взаимосвязь T_{so1} с известными интервалами T_{sa} , T_{se} и T_{so} актуальна для всего диапазона задающих воздействий, воспроизводимых с позиционированием по рассматриваемой траектории. Соотношение (12) позволяет избежать введения в расчёт новых переменных, что способствует повышению компактности выводимых далее аналитических выражений.

Для определения T_{sq} и Ω_{\max} продолжим расчёт до точки 12, в которой согласно равенству (10) получим выражение для половины воспроизводимого перемещения:

$$\begin{aligned} \Phi_{12} = a_{\max} & \left(24T_{sa}^5 + 60T_{sa}^4 \cdot T_{se} + 10T_{sa}^4 \cdot T_{sq} + 3T_{se}^4 \cdot T_{sa} + \frac{5}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^3 \cdot T_{sq} + 20T_{se} \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{sq} + \right. \\ & + T_{sa}^3 \cdot T_{sq}^2 + 54T_{sa}^3 \cdot T_{se}^2 + 21T_{sa}^2 \cdot T_{se}^3 + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \cdot T_{sq}^2 + \frac{3}{2} T_{se} \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{sq}^2 + \frac{25}{2} T_{sq} \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \\ & + T_{so} \left(26T_{sa}^4 + \frac{1}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{sq}^2 + 8T_{sa}^3 \cdot T_{sq} + 52T_{se} \cdot T_{sa}^3 + \frac{65}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + 4T_{sa} \cdot T_{se}^2 \cdot T_{sq} + \frac{13}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^3 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} T_{sq}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{sa} + 12T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{sq} \right) + T_{sa}^2 \cdot T_{so}^3 + T_{se} \cdot T_{sa} \cdot T_{so}^3 + \\ & \left. + T_{so}^2 \left(9T_{sa}^3 + \frac{27}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{sq} + \frac{9}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 + \frac{3}{2} T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{sq} \right) \right) = \frac{\Phi^*}{2}. \quad (13). \end{aligned}$$

Специфика режима «большого треугольника», отражаемая равенствами (4), (5), обуславливает вариативность расчётного интервала стабилизации второй производной положения T_{sq} , взаимосвязь которого с Ω_{\max} имеет вид

$$T_{sq} = \frac{\Omega_{\max} - \Omega_{3p}}{\varphi_{\max}}, \quad (14)$$

где $\Omega_{3p} = \Omega_7 - \Omega_0 + \Omega_{12} - \Omega_8$ – суммарное приращение скорости рабочего органа для интервалов закручивания 0-7 и раскручивания 8-12 упругого элемента.

Приведём формулу для определения Ω_{3p} , опустив вывод:

$$\begin{aligned} \Omega_{3p} = a_{\max} & \left(\frac{95}{12} T_{sa}^4 + T_{sa}^2 \cdot T_{so}^2 + \frac{79}{8} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{47}{24} T_{sa} \cdot T_{se}^3 + \frac{95}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{se} + 6 \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{so} + \right. \\ & \left. + T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so}^2 + 9 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{so} + 3 \cdot T_{sa} \cdot T_{se}^2 \cdot T_{so} \right). \quad (15) \end{aligned}$$

Заметим, что Ω_{3p} не зависит от искомой длительности T_{sq} , поскольку в разности $\Omega_{12} - \Omega_8$ все приращения угла, приобретаемые на интервале T_{sq} , взаимно уничтожаются, то есть для рассматриваемой формы траектории величина Ω_{3p} является известной константой.

Подставив формулу (14) в выражение (13), а результат этой подстановки – в равенство (10), получим квадратное уравнение относительно уровня ограничения скорости, неотрицательный корень которого связывает Ω_{\max} с заданным значением положения Φ^* :

$$\Omega_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\Phi_{\max}^2}{2 \cdot \omega_{\max}}\right)^2 + \Phi^* \cdot \Phi_{\max} + \Omega_{зр} - \Phi_{\max} \left(\frac{3 \cdot \Phi_{\max}}{2 \cdot \omega_{\max}} + \frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}}\right)}. \quad (16)$$

Формула (16) позволяет выполнить настройку уровня ограничения регулятора R_1 каскада (1) на текущий максимум скорости $\Omega(t)$, соответствующий заданному значению $\Phi(t)$. Подстановка Ω_{\max} , вычисленной согласно (16), в выражение (14) делает определёнными координаты всех точек излома оптимальной по быстрдействию траектории, выражения которых зависят от $T_{\text{сф}}$, а именно с 8-й по 16-ю. Продолжив построение траектории до точки 16, получим координаты последней расчётной характерной точки переключения R_1 :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{16} &= 0, \quad \omega_{16} = 0, \quad \Phi_{16} = -\Phi_{\max} = -\Phi_7, \\ \Omega_{16} &= a_{\max} \left(4 \cdot T_{\text{са}}^4 + 8 \cdot T_{\text{са}}^3 \cdot T_{\text{сэ}} + 5 \cdot T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}}^2 + T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^3 + 3 \cdot T_{\text{са}}^3 \cdot T_{\text{с\omega}} + \frac{3}{2} T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^2 \cdot T_{\text{с\omega}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{2} T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}} \cdot T_{\text{с\omega}} + \frac{1}{2} T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}} \cdot T_{\text{с\omega}}^2 + \frac{1}{2} \cdot T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{с\omega}}^2 + \right. \\ &\quad \left. + T_{\text{сф}} \left(2 \cdot T_{\text{са}}^3 + 3 \cdot T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}} + T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{с\omega}} + T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}} \cdot T_{\text{с\omega}} + T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^2 \right) \right), \\ \Phi_{16} &= a_{\max} \left(\frac{87}{2} T_{\text{са}}^5 + \frac{435}{4} T_{\text{са}}^4 \cdot T_{\text{сэ}} + \frac{587}{6} T_{\text{са}}^3 \cdot T_{\text{сэ}}^2 + 38 T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}}^3 + \frac{65}{12} T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^4 + \right. \\ &\quad \left. + T_{\text{с\omega}} \left(\frac{569}{12} T_{\text{са}}^4 + \frac{237}{4} T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}}^2 + \frac{569}{6} T_{\text{са}}^3 \cdot T_{\text{сэ}} + \frac{71}{6} T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^3 \right) + \frac{11}{6} T_{\text{с\omega}}^3 \left(T_{\text{са}}^2 + T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + T_{\text{с\omega}}^2 \left(\frac{33}{2} T_{\text{са}}^3 + \frac{99}{4} T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}} + \frac{33}{4} T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^2 \right) \right) + T_{\text{сф}} \left(16 T_{\text{са}}^4 + 20 T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}}^2 + 32 T_{\text{са}}^3 \cdot T_{\text{сэ}} + 4 T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^3 + \right. \\ &\quad \left. + T_{\text{с\omega}} \left(13 T_{\text{са}}^3 + \frac{39}{2} T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}} + \frac{13}{2} T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^2 \right) + \frac{5}{2} T_{\text{с\omega}}^2 \left(T_{\text{са}}^2 + T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}} \right) \right) + \\ &\quad \left. + T_{\text{сф}}^2 \left(T_{\text{са}}^3 + \frac{1}{2} T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}}^2 + \frac{1}{2} T_{\text{са}} \cdot T_{\text{сэ}} \cdot T_{\text{с\omega}} + \frac{1}{2} T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{с\omega}} + \frac{3}{2} T_{\text{са}}^2 \cdot T_{\text{сэ}} \right) \right). \quad (17) \end{aligned}$$

Подставив определяемые выражениями (7), (8), (9), (14) координаты состояния системы (2) в точках 1, 3, 7, 16 соответствующих расчётным точкам переключения X^{14} , X^{13} , X^{12} , X^{11} , после выполнения преобразования (6) в уравнение переключения регулятора положения R_{Φ} вида

$$\Delta\Phi + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega + K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi + K_{\Phi\omega} \cdot \omega + K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon = 0$$

составим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} -\Phi_{16} + K_{\Phi\Omega}\Omega_{16} - K_{\Phi\varphi}\varphi_{16} + K_{\Phi\omega}\omega_{16} - K_{\Phi\varepsilon}\varepsilon_{16} &= 0 \\ -\Phi_7 + K_{\Phi\Omega}\Omega_7 - K_{\Phi\varphi}\varphi_7 + K_{\Phi\omega}\omega_7 - K_{\Phi\varepsilon}\varepsilon_7 &= 0 \\ -\Phi_3 + K_{\Phi\Omega}\Omega_3 - K_{\Phi\varphi}\varphi_3 + K_{\Phi\omega}\omega_3 - K_{\Phi\varepsilon}\varepsilon_3 &= 0 \\ -\Phi_1 + K_{\Phi\Omega}\Omega_1 - K_{\Phi\varphi}\varphi_1 + K_{\Phi\omega}\omega_1 - K_{\Phi\varepsilon}\varepsilon_1 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

Решение системы (18) позволяет получить формулы коэффициентов обратных связей регулятора R_1 из состава каскада регуляторов (1) релейной СПР пятого порядка, настроенного на выполнение переключений в четырёх ($N-i = 5-1 = 4$) точках переходной траектории, соответствующих отображенным с помощью преобразования (6) на конечный участок траектории точкам 1, 3, 7, 16:

$$\begin{aligned} K_{\Phi\Omega} &= 6T_{sa} + 3T_{se} + 2T_{s\omega} + \frac{1}{2}T_{s\varphi}, & K_{\Phi\varphi} &= \frac{39}{4}T_{sa}^2 + \frac{39}{4}T_{sa} \cdot T_{se} + \frac{29}{12}T_{se}^2 + \frac{35}{6}T_{sa} \cdot T_{s\omega} + \\ & & & + \frac{35}{12}T_{se} \cdot T_{s\omega} + \frac{5}{6}T_{s\omega}^2 + T_{sa} \cdot T_{s\varphi} + \frac{1}{2}T_{se} \cdot T_{s\varphi} + \frac{1}{4}T_{s\omega} \cdot T_{s\varphi}, & (19) \\ K_{\Phi\omega} &= \frac{13}{2}T_{sa}^3 + \frac{39}{4}T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{19}{4}T_{sa} \cdot T_{se}^2 + \frac{3}{4}T_{se}^3 + \frac{14}{3}T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega} + \frac{14}{3}T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\omega} + \\ & + \frac{5}{12}T_{s\omega}^2 \cdot T_{se} + \frac{5}{6}T_{s\omega}^2 \cdot T_{sa} + \frac{1}{6}T_{s\varphi} \cdot T_{se}^2 + \frac{9}{8}T_{se}^2 \cdot T_{s\omega} + \frac{17}{24}T_{sa}^2 \cdot T_{s\varphi} + \frac{17}{24}T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\varphi} + \\ & + \frac{1}{4}T_{sa} \cdot T_{s\omega} \cdot T_{s\varphi} + \frac{1}{8}T_{s\omega} \cdot T_{se} \cdot T_{s\varphi}, & K_{\Phi\varepsilon} &= \frac{28}{15}T_{sa}^4 + \frac{3}{8}T_{sa}T_{se}^3 + \frac{27}{8}T_{sa}^3 \cdot T_{se} + \\ & + \frac{71}{36}T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \frac{5}{24}T_{s\varphi} \cdot T_{sa}^3 + \frac{5}{18}T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega}^2 + \frac{13}{9}T_{sa}^3 \cdot T_{s\omega} + \frac{1}{16}T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\omega} \cdot T_{s\varphi} + \frac{13}{48}T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{s\varphi} + \\ & + \frac{1}{12}T_{se}^2 \cdot T_{sa} \cdot T_{s\varphi} + \frac{1}{12}T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega} \cdot T_{s\varphi} + \frac{9}{16}T_{se}^2 \cdot T_{sa} \cdot T_{s\omega} + \frac{133}{72}T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{s\omega} + \frac{5}{24}T_{s\omega}^2 \cdot T_{sa} \cdot T_{se}. \end{aligned}$$

Выражения (19) наряду с (16), (15), (14), (3) обеспечивают настройку каскада регуляторов (1) на формирование оптимального по быстродействию переходного процесса отработки Φ^* двухмассовой электромеханической системой в режиме «большого треугольника». Верхняя граница диапазона его существования $\Phi^*_{\max\Delta}$ может быть найдена подстановкой предустановленного максимума скорости Ω^*_{\max} в формулу (14) с последующей подстановкой полученного $T_{s\varphi}$ в формулу (10), в которой Φ_{12} определено согласно (13). Нижняя граница вычисляется из условия существования ненулевого интервала $T_{s\varphi} \geq 0$ стабилизации второй производной $\Phi(t)$. Подставив предельное условие $T_{s\varphi} = 0$ в выражение (13), а результат – в формулу (10), найдём $\Phi^*_{\min\Delta}$.

Выводы. Установленная в настоящей работе взаимосвязь между величиной заданного перемещения и параметрами каскада релейных регуляторов позволяет использовать метод $N-i$ переключений для настройки системы управления на отработку оптимальной по быстродействию траектории режима «большого треугольника». Благодаря своей простоте, процедура параметрического синтеза СПР, сводящаяся к последовательности расчетов по формулам (16), (15), (14), (19), (3), может служить элементом алгоритма управления адаптивных цифровых систем, осуществляющих самонастройку в режиме реального времени. Полученные аналитические выражения коэффициентов об-

ратних зв'язей належать до канонічних координат системи, що дозволяє розповсюдити результати даної роботи на всі системи п'ятого порядку, замкнуті по старшим похідним вихідної величини.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дерез А.Л. Синтез параметрів регулятора положення оптимальної по швидкодії релейної системи управління електроприводом з епругою зв'яззю методом N-i переключень / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Електромеханічні і енергосберегаючі системи. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». – Кременчуг: КрНУ. – 2012. – Вип. 3/2012 (19). – С.15-17.
2. Садовой А.В. Оптимізація по швидкодії режиму малих переміщень двохмасової електромеханічної системи методом N-i переключень на подвижних границях області / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Електротехнічні і комп'ютерні системи: науко-технічний журнал Одеського національного політехнічного університету. – К.: «Техніка». – 2011. – С.89-91.
3. Садовой А.В. Параметричний синтез релейної системи підчиненого регулювання швидкості електропривода з епругою зв'яззю / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник Кременчугського державного політехнічного університету. – Кременчуг: КГПУ. – 2008. – Випуск 3/2008(50). Частина 1. – С.83-87.
4. Дерез А.Л. Оптимізація по швидкодії позиційного електропривода методом N-i переключень в контексті теореми об N інтервалах / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Збірник науконих трудов ДГТУ. – Дніпродзержинськ. – 2013. – Вип. 3 (23). – С.93-97.

Поступила в редакцію 03.09.2015.

УДК 621.313.322

СТОРОЖКО С.П., к.т.н., доцент

Дніпродзержинський державний технічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ТИРИСТОРНИЙ РЕГУЛЯТОР НАПРУГИ – АСИНХРОННИЙ ДВИГУН З ІНДУКЦІЙНИМИ ОПОРАМИ В КОЛІ РОТОРНОЇ ОБМОТКИ

Вступ. Силовий електропривод (ЕП) є основним споживачем електроенергії і його енергетичні показники слугують основним критерієм оцінки ефективності роботи енергосистеми в цілому. Розрахунки й дослідження електромеханічних систем методом математичного моделювання значно прискорюються застосуванням прикладних пакетів комп'ютерних програм, які дозволяють на різних етапах вирішувати складну проблему всебічного аналізу режимів роботи систем електропривода.

Постановка задачі. Дослідження процесів перетворення енергії в пристрої плавного пуску асинхронного двигуна, реалізованого на основі тиристорного регулятора напруги.

Результати роботи. Математична модель (рис.1) складається із трифазного джерела живлення, схеми трифазного тиристорного регулятора напруги, асинхронної машини, системи імпульсно-фазового керування тиристорами, регуляторів і блоку вимірника змінних стану асинхронної машини (АМ). Для забезпечення невеликої тривалості перехідних процесів рекомендується вибрати АМ потужністю в декілька кВт. У джерелі живлення лінійна напруга прийнята 220В.

Система керування тиристорами розташована в блоці SIFU, яка синхронізується з мережею через вхід U_{abc} , і напруги вимірюються щодо землі. У вимірнику струмів і