УДК 620.197.3

***СОХА А.О.**, старший науковий співробітник, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, доцент*
***МІРЗА В.В.**, старший науковий співробітник*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ВІДНОВЛЕННЯ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ОБ'ЄКТА РЕМОНТУ З УРАХУВАННЯМ ВИТРАТ

Відпрацьована модель технологічного процесу ремонту авіаційної техніки з урахуванням фінансових витрат та використанням математичного апарату Марківських випадкових процесів

***Ключові слова:** ремонт об'єктів авіаційної техніки, математичний апарат Марківських випадкових процесів, математична модель відновлення технічного стану об'єкта.*

Забезпечення експлуатації та ремонту літальних апаратів Збройних Сил України в сучасних умовах потребує застосування цілого комплексу заходів наукового, технічного та організаційного характеру.

Сукупність операцій ремонту об'єктів авіаційної техніки (літальний апарат, двигун, система літака, агрегат тощо) можна розглядати як систему S, стан якої змінюється у часі випадковим, заздалегідь непередбаченим способом.

У цьому випадку для того щоб, система перейшла зі стану S_i у стан S_j з імовірністю P, необхідно, щоб на неї впливав потік випадкових подій з інтенсивністю l. Потік випадкових подій можливо інтерпретувати як потік витрат на ремонт, тому що і перебування системи S в одному зі станів та її перехід зі стану в стан пов'язані з визначеними витратами ресурсів. Тоді для розробки моделі процесу ремонту з урахуванням витрат доцільно використовувати математичний апарат Марківських випадкових процесів.

При виконанні сукупності операцій ремонту, розглянутих як система S, у процесі ремонту витрачається C_{ii} гривень за одиницю часу протягом усього періоду її перебування в стані i. Коли система робить перехід зі стану i у стан j $(i ^1 j)$, витрачається C_{ij} гривень. Витрати C_{ii} і C_{ij} можуть мати різні розмірності. Однак зовсім не обов'язково, щоб система S мала витрати як того, так і іншого типів (витрати за одиницю часу перебування в стані S_i і витрати на перехід у стан S_j).

Знайдемо очікувані витрати на виконання технологічного процесу ремонту за час t при заданих початкових умовах. Через $r_i(t)$ позначимо повні очікувані витрати системи S за час t, якщо вона відправляється зі стану i.

Протягом інтервалу часу Δt система може або залишитися в стані i, або зробити перехід у деякий інший стан j. Якщо вона залишається в стані i протягом часу Δt, то витрати складуть $C_{ii}\Delta t$ плюс очікувані витрати $r_i(t)$, що утворилися за t одиниць часу. Імовірність того, що система залишиться в стані i протягом часу Δt дорівнює 1 мінус імовірність того, що за цей час вона зробить перехід: 1 - $\sum_{j\neq i} l_{ij}Dt$. З іншого боку, за час Δt система може зробити перехід у стан $j\neq i$ з імовірністю $l_{ij}Dt$. У цьому випадку витрати складуть C_{ij} плюс очікувані витрати $r_j(t)$, що будуть зроблені за час, який залишився, якби початковим був стан j. Добуток імовірностей і витрат необхідно підсумовувати по всіх станах j^1i, щоб одержати повне значення очікуваних витрат.

Тоді повні очікувані витрати $r_i(t+\Delta t)$ у момент $(t+\Delta t)$ можна виразити через $r_i(t)$ за допомогою рівняння

$$r_i(t+Dt)=(1-\sum_{j\neq i} l_{ij}Dt)[C_{ii}Dt+r_i(t)]+\sum_{j\neq i} l_{ij}Dt[C_{ij}+r_j(t)]\,. \qquad (1)$$

Марківський процес з безперервним часом описується матрицею інтенсивностей переходів A з компонентами l_{ij} [1]. Діагональні елементи матриці A можна визначити по формулі

$$l_{jj}=-\sum_{i\neq j} l_{ji}\,. \qquad (2)$$

Позадіагональні елементи матриці A визначаються інтенсивностями переходів процесу ремонту. Діагональні елементи задаються рівнянням (2). Сума елементів уздовж кожного рядка матриці A дорівнює нулю.

Для прикладу розглянемо типову схему процесу ремонту виробу АТ на авіаційно-ремонтному заводі із 12 станами, представлену на рис.1. На схемі стани позначені як S_i, а інтенсивності переходів із стану в стан як λ_{ij}. Цій схемі відповідає стандартний технологічний графік із 12 станів та система лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, що зв'язують імовірності станів з матрицею інтенсивностей переходів A і носять назву рівнянь

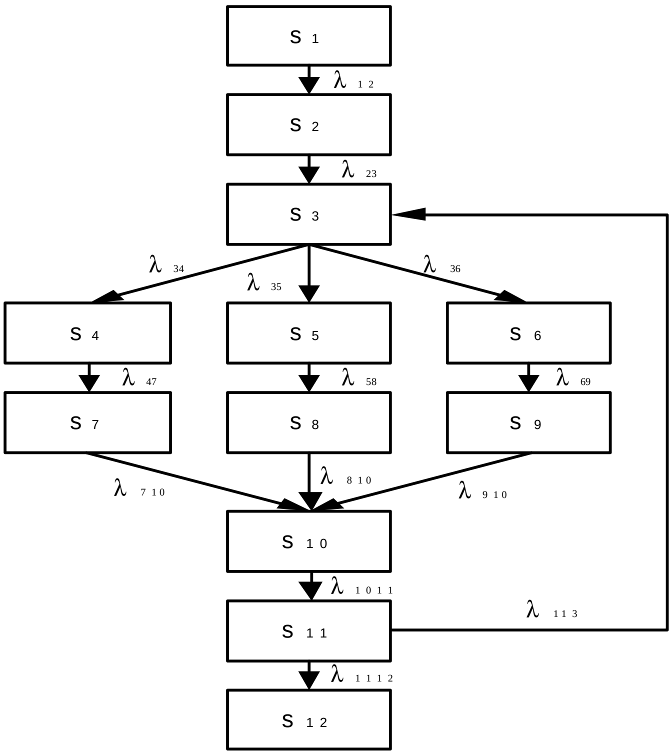

Рис. 1. Типова схема процесу ремонту виробу АТ

Колмогорова **[2].**

Використовуючи рівність (2), можна переписати рівняння Колмогорова у такий спосіб:

$$r_i(t+Dt)=(1+l_{ii}Dt)[C_{ii}Dt+r_i(t)]+\sum_{j\neq i} l_{ij}Dt[C_{ij}+r_j(t)]\,, \qquad (3)$$

або

$$r_i(t+Dt)=C_{ii}Dt+r_i(t)+l_{ii}r_i(t)Dt+\sum_{j\neq i} l_{ij}C_{ij}Dt+\sum_{j\neq i} l_{ij}r_j(t)Dt, \qquad (4)$$

де нехтуються члени більш високого порядку малості в порівнянні з *Δt*. У цьому випадку, якщо відняти $r_i(t)$ з обох частин цієї рівності і результат розділити на *Δt*, то одержимо

$$\frac{r_i(t+Dt)-r_i(t)}{Dt}=C_{ii}+\sum_{j\neq i} l_{ij}C_{ij}+\sum_{j=1}^{N} l_{ij}r_j(t), \qquad (5)$$

Переходячи до нескінченно малих приростів $\Delta t\to 0$, знаходимо

$$\frac{d}{dt}r_i(t)=C_{ii}+\sum_{j\neq i} l_{ij}C_{ij}+\sum_{j=1}^{N} l_{ij}r_j(t), \text{ де i=1,2,…N... .} \qquad (6)$$

Таким чином, повні очікувані витрати $r_i(t)$ задовольняють системі лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами (6) і визначаються з неї, якщо відомі вихідні $r_i(0)$.

Назвемо нормою витрат величину

$$R_i=C_{ii}+\sum_{j\neq i} l_{ij}C_{ij}\ . \qquad (7)$$

Використовуючи визначення норми витрат, приведемо рівняння (6) до виду

$$\frac{d}{dt}r_i(t)=R_i+\sum_{j=1}^{N} l_{ij}r_j(t), \quad \text{i = 1,2,…,N.} \qquad (8)$$

Таким чином, повні очікувані витрати в момент часу *t* є рішенням системи лінійних диференціальних рівнянь (8) з постійними коефіцієнтами R_i і l_{ij}.

При виведенні рівнянь (6) і (7) застосовані такі поняття:

- C_{ii} – витрати системи *S* за одиницю часу на протязі всього періоду перебування у стані *i* або прямі витрати на ремонт;
- C_{ij} – витрати системи *S* при переході зі стану *i* у стан *j*;
- $r_i(t)$ – повні очікуємі витрати системи за час *t*, якщо вона відправляється із стану *i*;
- λ_{ij} – інтенсивності переходів процесу із стану *i* в стан *j*;
- $r_j(t)$ – повні очікувані витрати системи за час *t*, якщо вона відправляється із стану *j*;
- R_i – норма витрат, яка складається із інтенсивності витрат у стані *i* та витрат, пов’язаних із переходом.

Другу складову норми витрат (7) можливо інтерпретувати як непрямі витрати, пов’язані із простоями обладнання, неузгодженістю і невпорядкованістю операцій і етапів технологічного процесу ремонту.

Запропонована математична модель відновлення технічного стану об'єкта ремонту з урахуванням витрат, після її реалізації в комп'ютерну програму розрахунку, повинна допомогти збільшити оперативність відпрацювання рішень при управлінні процесом ремонту авіаційної техніки, в тому числі й за технічним станом, скоротити терміни та витрати на ремонт.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ховард Р.А. Динамическое программирование и Марковские процессы. – М.: Советское радио, 1964. 192 с.
2. Чепіженко В.І., Соха А.О. Математична модель процесу відновлення технічного стану об'єкта ремонту . – К.: Збірник наукових праць ДНДІА, №2 (9), 2007. С 309…314.

Надійшла до редакції 28.10.2011