

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ УПРАВЛІННЯ РЕАКТИВНИМ ЗАСПОКОЮВАЧЕМ ХИТАВИЦІ СУДНА

Для оцінки поведінки корпусу судна його математична модель береться у вигляді нелінійного диференціального рівняння другого порядку (для кільової хитавиці). Для розв'язку застосоване розкладання стабілізуючого моменту по системі ортогональних функцій Фур'є. Досліджено вплив значення максимального стабілізуючого моменту на ефективність роботи системи управління заспокоювачем. Виконано порівняння ефективності заспокоєння хитавиці для двох режимів, що обираються системою управління: синусоїдального та прямокутного. Встановлено, що робота заспокоювача хитавиці при кількох розглянутих режимах управління ним буде ефективною.

Ключові слова: заспокоювач хитавиці, система управління, система ортогональних функцій.

Постановка проблеми. Проблема поздовжньої (кільової) хитавиці судна часто постає при його русі носом до хвилювання, і, окрім прямого негативного впливу шляхом надання усім тілам відповідних вертикальних прискорень, є причиною виникнення інших небезпечних явищ, таких як слемінг, оголення гребного гвинта (із відповідним розгоном валу головного двигуна і його перегрівом), вібрації, заливаємість. Для боротьби із цими негативними явищами застосовують заспокоювачі хитавиці. Будь-яка складна суднова система, якою є зокрема заспокоювач хитавиці, повинна мати належну систему управління, від ефективності роботи якої напряду залежить ефективність роботи всієї суднової системи. Відповідно, актуальною є задача дослідження ефективності запропонованої раніше системи управління у складі реактивного заспокоювача хитавиці судна.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботах [1, 3] описується новий за фізичним принципом роботи заспокоювач кільової хитавиці, запропонований авторами статті. В роботах [2, 4] проведений аналіз елементів, необхідних для роботи системи управління запропонованого заспокоювача.

Для вирішення питання про доцільність подальшої розробки даного пристрою необхідно проаналізувати його ефективність. Це необхідно виконати і теоретичним і експериментальним шляхом, однак перед реалізацією «у залізі» необхідно виконати математичне моделювання роботи системи управління заспокоювача.

Моделювання виконується на основі вирішення диференціального рівняння поздовжніх коливань, у якому, на відміну від відомих рішень (наприклад, з [5]), права частина є нелінійною функцією довільного виду. Тому використання традиційних гармонічних рішень аналогічних рівнянь з синусоїдною правою частиною в даному випадку не можливе (вигляд окремого розв'язку диференціального рівняння є більш складним, ніж гармонічна залежність).

Мета роботи: шляхом математичного моделювання дослідити ефективність роботи системи управління запропонованої у складі заспокоювача кільової хитавиці.

Основна частина. При виконанні моделювання не будемо розглядати фізичний спосіб стабілізації положення судна на хвилях. Будемо вважати, що заспокоювач може створювати певний стабілізуючий момент, що є деякою функцією часу (протягом одного періоду коливань), область значень якої лежить у межах від нуля до максимального значення M_0 , та міняється плавно.

Якщо в подальших розрахунках будуть необхідні значення конкретних параметрів судна, то будемо брати їх для середнього за розмірами накатного судна довжиною 143,59 м водотоннажністю 14273 т.

Рівняння кільової хитавиці для судна без заспокоювача приймемо у вигляді:

$$I_y \frac{d^2\varphi}{dt^2} + k\varphi = M_m \sin(\omega t + \pi), \quad (1)$$

або

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = \frac{M_m}{I_y} \sin(\omega t + \pi), \quad (1a)$$

де I_y – момент інерції судна відносно вісі Oy , що проходить через центр мас (для наступних розрахунків прийmemo $I_y \approx 2 \cdot 10^7$ кг·м², що отримане шляхом сумування добутків мас усіх головних складових навантаження на квадрати відповідних відстаней від їх центра мас до центра мас судна; це значення також можна отримати множачи водотоннажність на квадрат абсциси ЦМ судна);

k - коефіцієнт пропорційності повертаючого моменту до відхилення від положення рівноваги;

ω_0 - власна частота малих позовжніх коливань судна;

M_m – амплітуда результуючого моменту від дії хвиль, який викликає кільову хитавицю; для розрахунків першого наближення будемо вважати, що цей момент змінюється по гармонійному закону;

ω - частота зміни моменту, що збурює; як відомо, після завершення порівняно короткочасного перехідного процесу, змушені коливання у системі виду (1) матимуть частоту ω , тому її можна знайти через період кільової хитавиці ($T \approx 10$ с):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3,14}{10} = 0,628 \text{ рад/с}. \quad (2)$$

Значення M_m може бути оцінене, через амплітуду кільової хитавиці ψ ($\psi=0,094$ рад). Стаціонарний (окремий) розв'язок рівняння (1) матиме вигляд:

$$\varphi = \psi \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (3)$$

диференціюючи який двічі, отримаємо, що амплітуда кутового прискорення буде $\varepsilon_m = \psi \cdot \omega_0$. Згідно основного рівняння динаміки обертального руху $M = I\varepsilon$, тому аналогічний вираз можна записати і для їх амплітуд:

$$M_m = I_y \varepsilon_m = I_y \psi \omega_0^2 = 2 \cdot 10^7 \cdot 0,094 \cdot 0,628^2 = 7 \cdot 10^5 \text{ Н·м} \approx 10^6 \text{ Н·м}. \quad (4)$$

Оцінка в (4) у сторону більшого значення амплітуди збурюючого моменту дозволяє оцінити «найгірший» для роботи заспокоювача варіант.

Початкова фаза у (1), рівна π , дозволяє співвіднести один період хитавиці із одним періодом роботи заспокоювача, який розпочнемо із максимального відхилення носу судна вгору. Стабілізуючий момент, який створює заспокоювач будемо вважати додатним усю першу половину періоду (коли ніс рухається вниз), тоді, відповідно, збурювальний момент хвиль має бути весь цей час від'ємним, отже, якщо прийняти синусоїдальний закон, то його початкова фаза дорівнює π .

Якщо заспокоювач не працює, то коливання судна описуються залежністю (3). Оцінимо, як зміниться закон хитавиці, якщо ввімкнути заспокоювач. Окрім оцінки ефективності пристрою взагалі, виконаємо порівняльний аналіз двох режимів його роботи: коли створюваний момент змінюється за синусоїдальним законом (рис. 1, а), і коли усю першу половину періоду параметри струменя є постійними (рис. 1, б). В обох випадках другу половину періоду заспокоювач не працює. Відповідні залежності стабілізуючого моменту:

$$f_1(t) = \begin{cases} M_0 \sin \omega t, & t \in \left(0; \frac{T}{2}\right) \\ 0, & t \in \left(\frac{T}{2}; T\right) \end{cases} \quad f_2(t) = \begin{cases} M_0, & t \in \left(0; \frac{T}{2}\right) \\ 0, & t \in \left(\frac{T}{2}; T\right) \end{cases} \quad (5)$$

Для розрахунків прийmemo максимальне значення стабілізуючого моменту, що може розвивати заспокоювач, рівним $M_0 = 10^6$ Н·м.

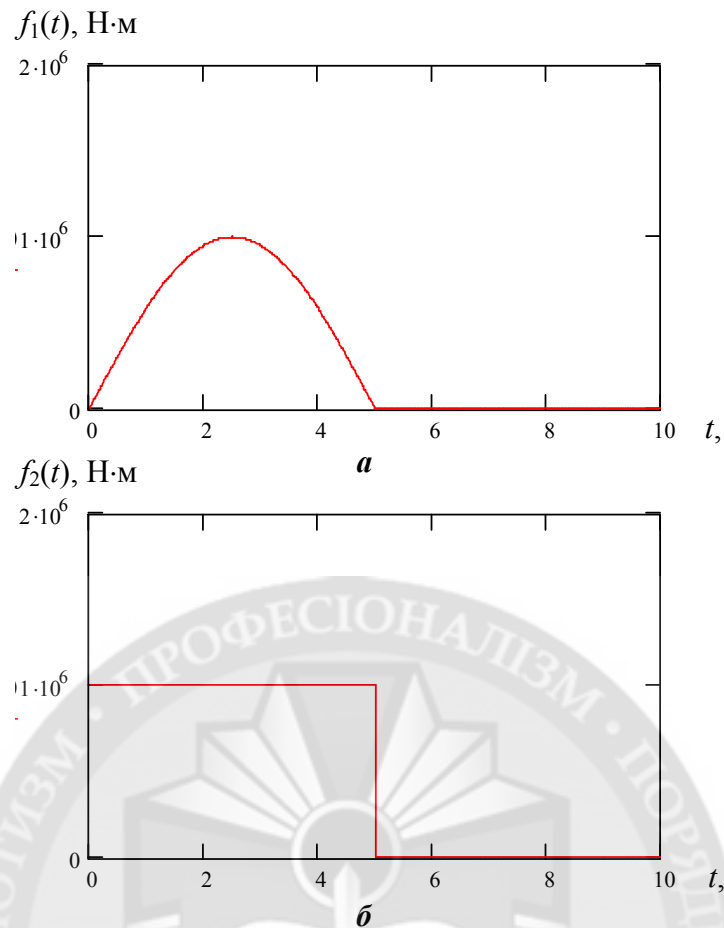


Рис. 1. Два варіанти залежності від часу стабілізуючого моменту, створюваного заспокоювачем напрутязі одного періоду: а – синусоїдальний; б – прямокутний

Залежності (5) входять у праву частину (1):

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = \frac{M_m}{I_y} \sin(\omega t + \pi) + \frac{f_i(t)}{I_y}. \quad (6)$$

Неоднорідні лінійні рівняння мають стандартні розв'язки лише коли права частина являє собою добуток многочлену на експоненту у комплексній степені, а (5) є нелінійними функціями, що не можуть представлятися у такій формі. Тому, розкладемо (5) у ряди Фур'є. Кожний член такого ряду, згідно принципу суперпозиції, буде створювати такий вплив на рух судна, ніби інших складових ряду немає (принцип накладання). Тому окремі розв'язки рівняння (6) у сумі дадуть окреме рішення (що буде стаціонарним) для руху судна.

Розкладаємо $f_1(t)$ у ряд Фур'є:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f_1(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} M_0 \sin \omega t dt = \frac{2M_0}{\pi};$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f_1(t) \cos n\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} M_0 \sin \omega t \cos n\omega t dt = \frac{M_0}{\pi} \left(\frac{1 - (-1)^{1-n}}{1 - n^2} \right);$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f_1(t) \sin n\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} M_0 \sin \omega t \sin n\omega t dt = \begin{cases} 0, \forall n \neq 1 \\ \frac{M_0}{2}, n = 1 \end{cases}$$

$$f_1(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) = M_0 \left(\frac{1}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi} \left(\frac{1 - (-1)^{1-n}}{1 - n^2} \right) \cos n\omega t + \frac{\sin \omega t}{2} \right) \approx$$

$$\approx M_0 \left(\frac{1}{\pi} + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\pi} \left(\frac{1 - (-1)^{1-n}}{1 - n^2} \right) \cos n\omega t + \frac{\sin \omega t}{2} \right) \quad (7)$$

Далі для кожної складової $f_{1i}(t)$, виразу (7) вирішуємо рівняння виду:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = \frac{f_{1i}(t)}{I_y}. \quad (8)$$

Розглянемо, рішення $\varphi_{1i}(t)$, які відповідають кожному можливому $f_{1i}(t)$.

Константи $f_{11}(t) = \text{const} = A$:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = \frac{A}{I_y} \rightarrow \varphi_{11}(t) = \frac{A}{I_y \omega_0^2}; \quad (9a)$$

Синусоїдальні $f_{12}(t) = A \sin Bt$:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = \frac{A}{I_y} \sin Bt \rightarrow \varphi_{12}(t) = \frac{A}{I_y} \frac{\sin Bt}{\omega_0^2 - B^2}; \quad (9б)$$

Косинусоїдальні $f_{13}(t) = A \cos Bt$:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = \frac{A}{I_y} \cos Bt \rightarrow \varphi_{13}(t) = \frac{A}{I_y} \frac{\cos Bt}{\omega_0^2 - B^2}; \quad (9в)$$

Відповідно до (7) знайдемо суму усіх окремих рішень $\varphi_{1i}(t)$, що буде (з урахуванням вихідного рішення для (1a)) наближеним вирішенням рівняння (6):

$$\varphi_1(t) = -\frac{M_m}{I_y} \frac{\sin \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{M_0}{I_y} \left(\frac{1}{\pi \omega_0^2} + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\pi} \left(\frac{1 - (-1)^{1-n}}{1 - n^2} \right) \frac{\cos n\omega t}{\omega_0^2 - (n\omega)^2} + \frac{\sin \omega t}{2(\omega_0^2 - \omega^2)} \right). \quad (10)$$

Аналогічно для другого варіанту роботи заспокоювача (момент є постійним усю додатну половину періоду – рис. 1, б) розкладаємо $f_2(t)$ у ряд Фур'є

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f_2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} M_0 dt = M_0;$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f_1(t) \cos n\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} M_0 \cos n\omega t dt = 0;$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f_1(t) \sin n\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} M_0 \sin n\omega t dt = \frac{M_0}{\pi n} (1 - (-1)^n).$$

$$f_2(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) = M_0 \left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{\pi n} \sin n\omega t \right) \approx$$

$$\approx M_0 \left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^N \frac{1 - (-1)^n}{\pi n} \sin n\omega t \right). \quad (11)$$

Для кожної складової $f_{2i}(t)$ знаходимо відповідне окреме рішення. Для цього використовуємо співвідношення (9). Кінцево відповідно до (11) записуємо стаціонарне рішення рівняння (6) для $f_2(t)$:

$$\varphi_2(t) = -\frac{M_m}{I_y} \frac{\sin \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{M_0}{I_y} \left(\frac{1}{2\omega_0^2} + \sum_{n=1}^N \frac{1 - (-1)^n}{\pi n} \frac{\sin n\omega t}{\omega_0^2 - (n\omega)^2} \right). \quad (12)$$

Залежності (10) та (12) дозволяють проаналізувати вплив роботи заспокоювача на режим кльової хитавиці, тобто оцінити його ефективність. Наведемо порівняльний графік

зміни кута диференту для трьох випадків: без заспокоювача, з синусоїдальною половиною періоду та прямокутною (рис. 2, відповідно 1, 2 та 3).

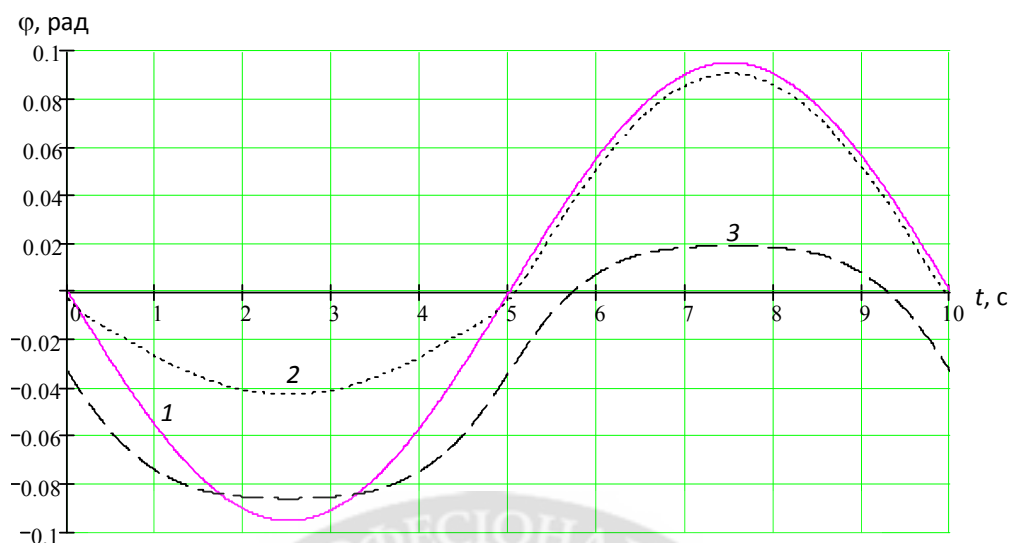


Рис. 2. Залежність кута хитавиці на протязі одного періоду: 1 – без заспокоювача; 2 – в синусоїдальному режимі; 3 – в прямокутному режимі

Як видно з рис. 2, робота заспокоювача може бути ефективною, так як в деяких випадках амплітуда хитавиці зменшується більше ніж в 2 рази. При цьому залежність $\varphi_1(t)$ є дещо менш ефективною, ніж $\varphi_2(t)$, так як на другій половині періоду залежність 3 значно менше 1 та 2, в той час як на першій половині залежність 2 всього в 2 рази краще 1. Крім того, швидкість наростання кута, тобто кутова швидкість на графіку 3 практично усюди менше, ніж на 1, у той час як для графіка 2 це не так (зокрема на другій половині періоду).

В цілому обидва режими послаблюють режим кільової хитавиці, особливо у тій його небезпечній половині періоду коли судно йде носом донизу. При цьому зменшується слемінг, оголення гвинту, заливаємість.

Також проаналізуємо вплив значення максимального моменту M_0 , що досягається на одному періоді роботи заспокоювача. Для цього розглянемо залежності (10) та (12) як функції двох змінних: часу та максимального стабілізуючого моменту M_0 . Відповідні тривимірні графіки - на рис. 3 та 4.

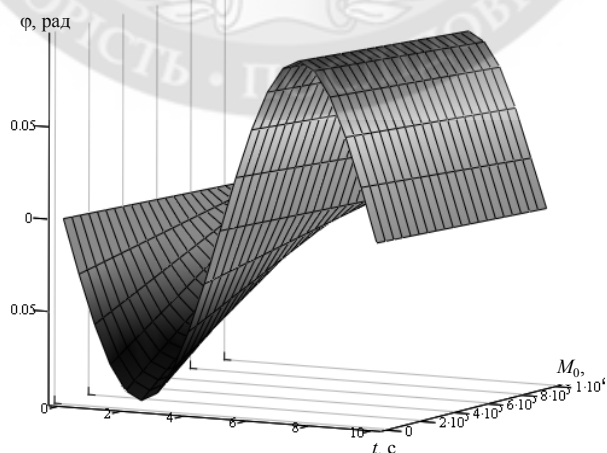


Рис. 3. Залежність кута хитавиці від часу та значення максимального стабілізуючого моменту при синусоїдальному режимі

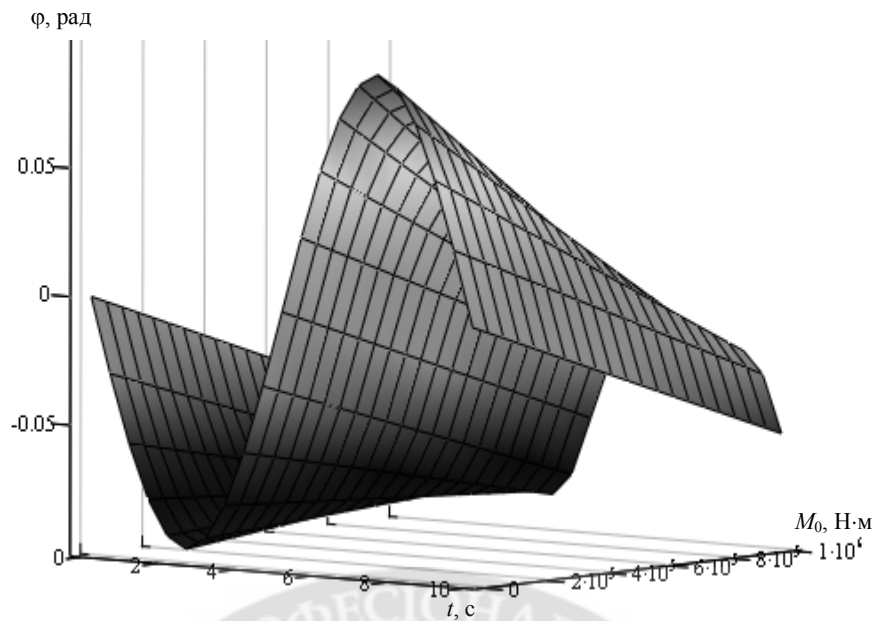


Рис. 4. Залежність кута хитавиці від часу та значення максимального стабілізуючого моменту при прямокутному режимі

З рис 3 видно, що збільшення максимального моменту для синусоїдального режиму (тобто при використанні $f_1(t)$) приводить до зменшення хитавиці практично лише на одній половині періоду, а на іншій зменшення навіть при великих M_0 є несуттєвим. В той же час при використанні $f_2(t)$ – рис.4 – зменшення кутів хитавиці спостерігається на усьому періоді, але при великих значеннях M_0 стають відчутними високочастотні складові, тому велике значення M_0 при прямокутному режимі (тобто при використанні $f_2(t)$) є небажаним.

Висновки. Залежності (10), (12) математично підтверджують ефективність роботи системи управління реактивного заспокоювача хитавиці, при створенні ним максимального стабілізуючого моменту 10^6 Н·м. Відповідно, якщо буде запропонований технічний пристрій, що створював би такий момент, то задача зменшення поздовжньої хитавиці була би частково чи повністю вирішеною. Авторами в роботах [1-4] пропонується саме такий засіб, отже його ефективність є теоретично обґрунтованою. В подальшій роботі планується створення конкретного технічного проекту пристрою (креслення, описи, технологічні карти). Після модельної реалізації можна дослідити його ефективність експериментально, наприклад, в іспитовому басейні.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Гайша А.А., Гайша Е.А. Новый способ увеличения остойчивости судов на морском волнении // Матер. Міжнар. наук.-техн. конф. «Безпека мореплавання та її забезпечення при проектуванні та будуванні суден». – Миколаїв: НУК, 2007. – С.104-105.
2. Гайша О.О., Гайша О.О. Розробка системи управління судновою антислемінговою системою // Вісник НУ «Львівська політехніка». – Львів: «НУ «Львівська політехніка», 2007. - №64. – С. 32-35.
3. Мальцева О.О. Запобігання слемінгу шляхом використання авторулевого та впровадження технології повітряної подушки // «Політ»: Матер. VII міжн. наук. конф. студ. та молод. учених. – К.: Національний авіаційний університет, 2007. – С.112.
4. Gajsha A.A., Gajsha E.A. (Гайша О.О.). The development of ship anti-slaming device control system // Materials of II International conference CSIT'2007.- Lviv: NU "Lviv's polytechnics", 2007. – P.93.

Рецензент: д.т.н., проф. Мочалов О.О., директор Інституту заочної та дистанційної освіти Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова

Гайша О.О. (НУК)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ РЕАКТИВНЫМ УСПОКОИТЕЛЕМ КАЧКИ СУДНА

Для оценки поведения корпуса судна его математическая модель берется в виде нелинейного дифференциального уравнения второго порядка (для килевой качки). Для решения использовано разложение стабилизирующего момента по системе ортогональных функций Фурье. Исследовано влияние значения максимального стабилизирующего момента на эффективность работы системы управления успокоителем. Выполнено сравнение эффективности успокоения качки для двух режимов, которые выбираются системой управления: синусоидального и прямоугольного. Установлено, что работа успокоителя качки при некоторых рассмотренных режимах управления им будет эффективной.

Ключевые слова: успокоитель качки, система управления, система ортогональных функций.

H. Gaisha

MATHEMATICAL MODELING OF CONTROL OF REACTIVE VESSEL STABILIZER

To evaluate ship hull behavior on sea roughness its mathematical model is taken as nonlinear second order differential equation (for longitudinal pitching). To solve this equation it is applied decomposition on orthogonal functions system of Fourier. It is researched influence of maximum stabilizing moment value on efficiency of vessel stabilizer control system. It is carried out comparison of pitching stabilizing efficiency for two regimes those are chosen by control system: sinusoidal and rectangular. It is established that vessel stabilizer operation is effective under some regimes taken into account.

Keywords: vessel stabilizer, control system, orthogonal functions system.