УДК 004.942

В. Б. ТОЛУБКО, доктор техн. наук, професор;
О. А. КОЖУХІВСЬКА, канд. техн. наук;
В. В. ВИШНІВСЬКИЙ, доктор техн. наук, професор;
А. Д. КОЖУХІВСЬКИЙ, доктор техн. наук, професор,
Державний університет телекомунікацій, Київ

МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ

Запропоновано процедуру робасного оптимального оцінювання станів нестаціонарних процесів зі змінними в часі параметрами, яка забезпечує обчислення оптимальних оцінок стану досліджуваного процесу, що зазнає впливу випадкових збурень.

Ключові слова: нелінійні нестаціонарні процеси; оптимальне оцінювання; фільтр Калмана; математичне моделювання.

Вступ

В економіці перехідного періоду, фінансовій сфері, у перебігу технічних процесів, в екології та прогнозуванні погоди трапляються нелінійні нестаціонарні процеси з невизначеностями стохастичного параметричного типу [1–5]. При цьому існують два види нестаціонарності: $E[y(k)] \neq \text{const},\ k \in [1, N]$ — процеси з детермінованими та стохастичними трендами, а також $\text{Var}[y(k)] \neq \text{const},\ k \in [1, N]$ — процеси зі змінною в часі дисперсією, відомі як гетероскедастичні процеси, скорочено ГСП; тут N — потужність вибірки (кількість вимірів); $\text{Var}[y(k)]$ — дисперсія випадкової змінної $y(k)$, яка містить детерміновану складову; $k = 0,1,2,\ldots$ — дискретний час, пов’язаний із неперервним реальним часом t у такий спосіб: $t = kT_S$, де T_S — період дискретизації вимірів. Моделювання і прогнозування цих процесів вимагає розробки й застосування спеціальних методів оцінювання (фільтрації) станів досліджуваних процесів. Ці методи мають забезпечити незміщені та прийнятні за якістю оцінки параметрів і станів [4; 5]. Необхідні процедури оптимального оцінювання можна побудувати на основі методів оптимальної фільтрації, зокрема на основі фільтра Калмана (ФК).

Основна частина

Для розробки алгоритму фільтрації необхідно побудувати модель досліджуваного процесу у формі простору станів (ПС):

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(k, k-1)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}(k, k-1)\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{w}(k), \tag{1}$$

де $\mathbf{x}(k)$ — n-вимірний вектор стану об’єкта; $\mathbf{u}(k-1)$ — m-вимірний вектор детермінованих вхідних керуючих впливів; $\mathbf{w}(k-1)$ — n-вимірний вектор випадкових збурювальних впливів; $\mathbf{A}(k, k-1)$ — $(n \times n)$ перехідна матриця станів об’єкта (вона характеризує динаміку об’єкта, тобто зміну його станів у часі); $\mathbf{B}(k, k-1)$ — $(n \times m)$ матриця (коефіцієнтів) керування. Часовий аргумент у формі $(k, k-1)$ означає, що змінна з таким аргументом використовується в момент k, а її фактичне значення ґрунтується на попередніх вимірах, відомих до моменту $k-1$ включно. Для спрощення запису обидві матриці $\mathbf{A}$ і $\mathbf{B}$ часто подають з одним аргументом: $\mathbf{A}(k)$ і $\mathbf{B}(k)$. Зазначимо, що стаціонарний об’єкт описують матрицями $\mathbf{A}$ і $\mathbf{B}$ з постійними коефіцієнтами. Матриця $\mathbf{A}$ пов’язує поточний стан із попереднім, і її називають ще *перехідною матрицею станів*.

Згідно з відомою (класичною) постановкою задачі оптимальної фільтрації вектор $\mathbf{w}(k)$ зовнішніх збурень має характеризуватись властивостями білого шуму з нульовим середнім і коваріаційною матрицею $\mathbf{Q}$:

$$E[\mathbf{w}(k)] = 0, \quad \forall k,$$

$$E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^T(j)] = \mathbf{Q}(k)\delta_{kj},$$

де δ_{kj} — дельта-функція Кронекера, $\delta_{kj} = \begin{cases} 0 \text{ для } k \neq j, \\ 1 \text{ для } k = j; \end{cases}$

$\mathbf{Q}(k)$ — додатно визначена коваріаційна матриця випадкових збурень стану. Діагональні елементи матриці являють собою дисперсії компонентів вектора $\mathbf{w}(k)$ збурень. Початковий стан досліджуваного об’єкта $\mathbf{x}_0$ задається такими статистиками:

$$E[\mathbf{x}_0] = \overline{\mathbf{x}}_0; \quad E[\mathbf{x}_0\mathbf{x}_0^T] = \mathbf{M}; \quad E[\mathbf{w}(k)\mathbf{x}_0^T] = 0, \quad \forall k.$$

Вектор вимірів $\mathbf{z}(k)$, змінних на виході об’єкта, описується рівнянням вимірів:

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k).$$

© В. Б. Толубко, О. А. Кожухівська, В. В. Вишнівський, А. Д. Кожухівський, 2018

У цьому рівнянні $\mathbf{H}(k)$ — матриця спостережень розміру $(r \times n)$ (досить часто це одинична матриця); $\mathbf{v}(k)$ — r-вимірний вектор похибок (шуму) вимірів зі статистичними параметрами:

$$E[\mathbf{v}(k)] = 0, \quad E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)] = \mathbf{R}(k)\,\delta_{kj}.$$

Тут $\mathbf{R}(k)$ — коваріаційна матриця похибок вимірів розміру $(r \times r)$, елементи головної діагоналі якої — це дисперсії адитивного шуму в каналах вимірів.

Зауважимо, що наявність похибок вимірів практично не залежить від способу збору даних. Такі похибки існують у разі як автоматизованого (у технічних системах), так і ручного збору даних (наприклад, в економіці та фінансах). Похибки вимірів у класичній постановці задачі мають характеризуватись властивостями білого шуму. Він має бути некорельований із зовнішніми збуреннями $\mathbf{w}(k)$ та початковим станом об'єкта:

$$E[\mathbf{v}(k)\mathbf{w}^T(j)] = 0, \quad \forall k,j;$$

$$E[\mathbf{v}(k)\mathbf{x}_0^T] = 0, \quad \forall k.$$

Зазначені вимоги (обмеження), що накладаються на випадкові процеси $\mathbf{w}(k)$ і $\mathbf{v}(k)$, нескладно задовольнити на практиці за коректного підходу до побудови математичних моделей досліджуваних процесів. Зокрема, важливу роль відіграє правильний вибір методу оцінювання параметрів моделі. Так, метод найменших квадратів можна застосовувати в тих випадках, коли задовольняються відповідні обмеження стосовно гауссовості процесу, відсутності автокореляції випадкової складової досліджуваного процесу та її кореляції з основною змінною в лівій частині моделі.

Таким чином, при розв'язанні задачі оптимального оцінювання для об'єкта з вектором стану $\mathbf{x}(k)$ необхідно знайти оцінку стану $\hat{x}(k)$ у момент часу k у формі лінійної комбінації оцінки $\hat{\mathbf{x}}(k-1)$, відомої на попередній момент часу, і останнього виміру $\mathbf{z}(k)$. Оцінка стану $\hat{x}(k)$ обчислюється як найкраща за квадратичним критерієм [5; 6]:

$$J = E\left[\left(\hat{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{x}(k)\right)^T\left(\hat{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{x}(k)\right)\right] \to \min_{\mathbf{K}},$$

де $\mathbf{x}(k)$ — значення вектора стану, яке обчислюється за детермінованою складовою моделі об'єкта; $\mathbf{K}$ — оптимальний матричний коефіцієнт фільтра, який обчислюється в результаті розв'язання відповідної задачі оптимізації.

При виконанні подальших аналітичних викладок скористаємось такими умовними позначеннями: $E[\cdot]$ — оператор математичного сподівання; $\mathrm{Var}(\cdot)$ — дисперсія змінної або вектора; $P > 0 (P \geq 0)$ означає, що матриця P є симетричною та додатно визначеною; $\mathrm{Tr}(\cdot)$ — слід матриці; $\mathrm{Co}\{\cdot\}$ — опукла оболонка; $\mathrm{diag}\,(\cdot)$ — діагональна матриця; $\|\cdot\|$ — норма матриці; символом «#» будемо позначати псевдообернену матрицю за Муром—Пенроузом [7]; позначення $(*)^T$ і $(**)^T$ у деяких місцях використовуються для подання елементів (2,1) та (3,1) симетричної матриці, якщо елементи (1,2) та (1,3) відомі; $\hat{x}(m|n)$ — оцінка стану об'єкта $x(m)$ на основі вимірів на момент n. Якщо $m > n$, то $\hat{x}(m|n)$ — це оцінка прогнозу; якщо $m = n$, то $\hat{x}(m|n)$ — це фільтроване (оброблене за процедурою оцінювання) значення.

Для дискретних досліджуваних об'єктів (коли модель подано в дискретній формі) матриця динаміки A стійка, якщо її власні числа містяться всередині одиничного кола на комплексній площині. Процес $x(k+1) = A(k)*x(k)$, де $A(k)$ містить випадкові складові, стійкий у середньоквадратичному, якщо для довільних початкових умов $\mathbf{x}(0)$ $\lim\limits_{k\to\infty} E\left[x(k)^* x(k)^T\right] = 0$, тобто $\lim\limits_{k\to\infty} x(k) = 0$.

Перейдемо до узагальненого подання лінійної системи

$$x(k+1) = A(k)*x(k) + B(k)*u_i(k),$$

$$y(k) = C(k)*x(k) + D(k)*u_m(k), \tag{2}$$

де $k = 0,1,2,\ldots$; $x(k) \in R^n$ — вектор стану об'єкта; $u_i(k) \in R^{n_w}$ — вхідні впливи на об'єкт, що можуть містити шумові складові; $y(k) \in R^{n_y}$ — вектор вимірів змінних на виході об'єкта; $u_m(k) \in R^{n_w}$ — похибки вимірів, де u_i, u_m — незалежні випадкові шумові послідовності.

Рівняння (2) описує об'єкти, що функціонують за наявності впливу випадкових збурень стану та похибок вимірів (відповідно u_i та u_m).

Найважливіша задача, розв'язувана стосовно таких процесів, полягає в оцінюванні та прогнозуванні векторів стану. Отже, ідеться про обчислення оптимального значення $\hat{x}(k)$ вектора стану $x(k)$ на основі вимірів $\{y(i),\ i = 0,1,\ldots,k\}$. Відповідну оцінку стану позначимо через $\hat{x}(k)$. Це оцінка стану, обчислена згідно з послідовністю вимірів процесу на момент k включно. Відомі методи рекурсивного оцінювання на основі мінімізації середньоквадратичної похибки (СКП) приводять до класу алгоритмів оптимального оцінювання станів об'єктів вигляду (1) і (2).

Якщо процеси u_i та u_m — гауссові, то приходимо до алгоритмів лінійної фільтрації, оптимальні коефіцієнти яких обчислюються за допомогою розв'язку лінійного рівняння Ріккаті. Якщо u_i та

u_m — гауссові, то ФК — це найкращий лінійний алгоритм оцінювання серед алгоритмів, що мінімізують СКП. Алгоритм оптимальної фільтрації ФК збіжний у разі, коли системи (1), (2) не залежать від часу і стійкі [4; 5].

Процедура оптимальної фільтрації за Калманом складається з двох основних кроків [4; 7].

1. Обчислення прогнозу на один крок:

$$x_f(k) = A(k-1)^* x_f(k-1) + K(k-1)^*(C(k-1)^* x_f(k-1) - y(k-1)),$$

$$\hat{x}(k|k-1) = x_f(k). \tag{3}$$

2. Обчислення фільтрованої змінної (оцінки стану):

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k,k-1) + F^*(k)[C(k-1)\hat{x}(k,k-1) - y(k-1)]. \tag{4}$$

За умови, що матриці $A(k)$, $B(k)$, $C(k)$ і $D(k)$ у (2) відомі, визначення матричних коефіцієнтів фільтра $K(k-1)$ і $F(k)$ у (3) відбувається відшуканням розв'язку оптимізаційної задачі (із використанням середньоквадратичного критерію, що являє собою СКП. У лінійному випадку ця задача розв'язується аналітично [4]. Але в багатьох випадках існують невизначеності стосовно структури та параметрів моделі, зумовлені неякісними даними вимірів і методичними похибками оцінювання структури та параметрів моделей. Алгоритми оптимального оцінювання, що розробляються без ідентифікації та врахування цих невизначеностей, можуть мати погіршені характеристики.

Розглянемо таблицю, що містить деякі варіанти реалізації алгоритмів оптимальної фільтрації та критерії, що застосовувались при розробці цих алгоритмів.

Порівняльний аналіз процедур оцінювання станів

Алгоритм	Вхідна послідовність	Тип стохастичної невизначеності	Критерій оптимізації	Тип фільтра
Фільтр Калмана (стійкий)	Білий шум	Білий шум	МСКП	Рекурсивний
Фільтр Калмана	Білий шум	–	МСКП	Рекурсивний
Стійкий за нормою H_2	Білий шум	З обмеженою нормою	H_2	Лінійний інваріантний фільтр
Стійкий за нормою H_∞	Сигнал l_2	З обмеженою нормою	H_∞	Лінійний інваріантний фільтр
Стохастичний за нормою H_∞	З обмеженням енергії	Білий шум	Стохастичний H_∞	Лінійний інваріантний фільтр
Процедура з теорії ігор	З обмеженням за нормою	З обмеженням за нормою	Квадратична функція	Рекурсивний

Процедури оцінювання необхідно розробляти так, аби забезпечити прийнятне зниження якості оцінок за наявності невизначеностей, пов'язаних із моделюванням. Задача обчислення прийнятних за якістю оцінок розглядається, наприклад, у [6; 7]. Так, у разі обмеженості енергії вхідних впливів (за нормою l_2) створено процедури лінійної фільтрації, що ґрунтуються на таких характеристиках фільтра, які оптимальні в усталеному стані за нормою H_∞ (або l_2). За деякими іншими процедурами (вхідний сигнал — це обмежений гауссів шум), лінійні інваріантні фільтри створювались для гарантування стійкості станів, яка характеризувалась нормою H_2 і використовувалась для відображення шуму на вході в похибки оцінок вектора стану.

Математичні моделі, що використовуються в задачах стійкого оцінювання, можна поділити на два види. Перший вид включає в себе лінійні інваріантні системи, що функціонують за наявності *детермінованих невизначеностей* параметричного типу, стосовно яких зазвичай відомі можливі обмеження [8; 9]. Процедури другого виду являють собою лінійні, незалежні від часу системи, що функціонують за умов впливу *стохастичних невизначеностей* у формі мультиплікативних шумових складових.

Подана раніше таблиця містить характеристики кількох процедур оцінювання та способів їх отримання. Згадані праці стосовно стійких процедур оцінювання параметрів і станів мають на меті розв'язання задач стійкого оцінювання інваріантними фільтрами. Проте в цих працях відсутній аналіз процедур у перехідних режимах. Вочевидь, класичний ФК може бути ініціалізований деяким невідомим досі способом заради поліпшення його характеристик у перехідному періоді. Завдяки цьому можна значно вдосконалити процеси оцінювання та прогнозування станів [10].

Розглянемо задачі оцінювання та прогнозування лінійних нестаціонарних процесів, що відбуваються за умов впливу стохастичних невизначеностей. Оскільки максимальні похибки оцінювання характерні для перехідних процесів, то основна увага приділяється оптимізації перехідних характеристик процедур оцінювання. При цьому припускається, що стохастичні невизначеності призводять до впливів на матриці параметрів об'єкта. До того ж стосовно кореляції початкових умов між собою припускаємо, що відомо тільки одне: вона відбувається в деякій певній послідовності значень (лінійний або нелінійний випадок). Для об'єктів такого типу створюється рекурсивна процедура оптимального оцінювання станів, яка мінімізує СКП оцінок станів для можливих типів невизначеності.

Процедура мінімізації виконується методом чисельної опуклої оптимізації при обмеженнях у формі лінійних матричних нерівностей (ЛМН). Таку процедуру фільтрації назвемо ***робасним (стійким) фільтром Калмана*** (або фільтром калманівського типу). Пропонується також методика оптимальної ініціалізації класичної рекурсивної процедури оцінювання, яка дає змогу поліпшити оцінки станів і скоротити тривалість перехідного процесу оцінювання.

Пропонований ФК може забезпечити істотне поліпшення перехідної характеристики порівняно зі звичайним відомим фільтром. Але важливішим елементом новизни є те, що для об'єктів зі стохастичною параметричною невизначеністю характеристики якості оцінювання за допомогою відомого ФК можуть суттєво погіршуватися. Натомість ефективність пропонованого стійкого фільтра практично не знижується.

Зрештою доводимо збіжність стійкої процедури фільтрації за Калманом. При цьому збіжність процедури доводиться для випадків оцінювання об'єкта з інваріантними в часі коефіцієнтами моделі у просторі станів, а також зі стохастичною параметричною невизначеністю за умови, що об'єкт стійкий у середньоквадратичному сенсі. Також покажемо, що звичайний ФК — це частинний випадок пропонованої стійкої процедури оптимальної фільтрації для об'єктів, котрі функціонують за відсутності невизначеності параметрів моделі.

Задача фільтрації для нестаціонарного процесу. Нехай модель лінійного нестаціонарного процесу зі змінними параметрами подано у просторі станів у такий спосіб [5]:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_\lambda(k)x(k) + B_\lambda(k)w(k),\\ y(k) &= C_\lambda(k)x(k) + D_\lambda(k)w(k),\\ z(k) &= L(k)\,x(k), \end{aligned} \tag{5}$$

де

$$\begin{aligned} A_\lambda(k) &= A(k) + \sum_{i=1}^{m} A_i^S(k)\varsigma_i^S(k);\\ B_\lambda(k) &= B(k) + \sum_{i=1}^{m} B_i^S(k)\varsigma_i^S(k);\\ C_\lambda(k) &= C(k) + \sum_{i=1}^{m} C_i^S(k)\varsigma_i^S(k);\\ D_\lambda(k) &= D(k) + \sum_{i=1}^{m} D_i^S(k)\varsigma_i^S(k); \end{aligned} \tag{6}$$

$x(k)\in R^n$; $y(k)\in R^{n_y}$; $w(k)\in R^{n_w}$; $z(k)\in R^{n_z}$ — вектор оцінюваних змінних; $w(k)$ — випадковий гауссів процес із нульовим математичним сподіванням, що задовольняє умову $E[w(i)w(j)^T] = \delta(i-j)I$; $\delta(k)$ — дельта-функція Дірака; ς_i^S, $i = 1,\ldots, m$ — випадковий процес із нульовим математичним сподіванням, що задовольняє умову $E[\varsigma_i^S(k)\varsigma_i^S(l)] = \delta(i-j)\delta(k-l)$. Початковий стан $x(0)$ системи (5) задано випадковими значеннями з коваріацією $X(0) = E[x(0)x(0)^T]$; цей стан відповідає випадковому процесу $C_0\{X(0),\ldots, X_p(0)\}$.

Випадковий процес $w(k)$ і початковий вектор $x(0)$ — взаємно незалежні величини. Модель (5), (6) асимптотична, стійка в середньоквадратичному, якщо виконується рівність: $\lim_{k\to\infty} E\left[x(k)x^T(k)\right]=0$ при $k = 0,1,2,\ldots$ за довільних початкових умов $x(0)$.

Необхідно побудувати оптимальний стійкий фільтр у формі процедури обчислення значень оцінок прогнозів $\hat{z}(k)=L(k)\hat{x}(k|k)$ (тобто оцінок вектора $z(k)$). Оскільки кореляція станів $X(k)$, $\forall k$ значною мірою визначається кореляцією початкової умови $X(0)$, то поточний стан $X(k)$ буде невизначений у разі невизначеності стану $X(0)$.

Задача полягає в тому, щоб визначити оптимальні коефіцієнти фільтра $K(k-1)$ і $F(k)$ за умови мінімуму критерію СКП оцінювання поточного стану $E\left\|z(k)-\hat{z}(k)\right\|^2$ для допустимих значень вектора $X(k)$. Математичне сподівання стосується випадкового початкового стану, вхідного випадкового впливу, похибок вимірів і стохастичної параметричної невизначеності ς_i^S.

Висновок

На відміну від фільтрів, створених для обробки стійкого стану, наприклад H_2 і H_∞ [8], пропонований фільтр рекурсивний і спрямований на оптимізацію перехідного процесу оцінювання досліджуваної системи. Цей фільтр стійкий до стохастичної параметричної невизначеності, на відміну від неробасних фільтрів, які створюються з використанням математичних моделей у просторі станів без урахування можливої невизначеності.

Список використаної літератури

*1. **Анализ** современного состояния проблемы предобработки данных при оценке уровня экспрессии генов / П. И. Бидюк, В. И. Литвиненко, С. А. Бабичев, А. И. Корнелюк // Управляющие системы и машины. 2015. № 2. С. 18–31.*

*2. **Арсеньев Ю. Н., Шелобаев С. И., Давыдова Т. Ю.** Принятие решений: интегрированные системы. Москва, 2003. 270 с.*

*3. **Бідюк П. І., Половцев О. В.** Аналіз та моделювання економічних процесів перехідного періоду. Київ, 1999. 230 с.*

*4. **Браммер К., Зиффлинг Г.** Фильтр Калмана-Бьюси. Москва, 1982. 200 с.*

*5. **Бідюк П. І., Меняйленко О. С., Половцев О. В.** Методи прогнозування. Луганськ: «Альма Матер», 2008 (у 2 т.). 605 с.*

*6. **Kalman** filtering parameter optimization techniques based on genetic algorithm / J. Yan, D. Yuan, X. Xing, Q. Jia // IEEE Int. Conf. Autom. Logist. 2008, Qingdao China. P. 1717–1720.*

*7. **Harvey A. C.** Forecasting, structural time series models and the Kalman filter. Cambridge University Press, 1989. 554 p.*

*8. **Бард Й.** Нелинейное оценивание параметров. Москва, 1979. 350 с.*

*9. **Бендат Дж., Пирсол А.** Применения корреляционного и спектрального анализа. Москва, 1983. 312 с.*

*10. **Гібридизація** фільтра Калмана і алгоритму клонального добору для прогнозування гетероскедастичних процесів / В. І. Литвиненко, П. І. Бідюк, А. О. Фефелов, О. А. Кожухівська // Вісник Херсон. нац. техн. ун-ту. 2016. № 3(58). С. 249 – 257*

Рецензент: доктор техн. наук, ст. наук. співробітник **В. А. Савченко**, Державний університет телекомунікацій, Київ.

В. Б. Толубко, О. А. Кожуховская, В. В. Вишневский, А. Д. Кожуховский

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Предложена процедура робастного оптимального оценивания состояний для нестационарных процессов с переменными во времени параметрами, обеспечивающая вычисления оптимальных оценок состояния исследуемого процесса в условиях случайных воздействий.

Ключевые слова: нелинейные нестационарные процессы; оптимальное оценивание; фильтр Калмана; математическое моделирование.

V. Tolubko, O. Kozhukhivska, V. Vyshnivskii, A. Kozhukhivskii

MODELING OF NONLINEAR FOR NONSTACIONARY PROCESSES

A new robust Kalman filter (KF) algorithm was developed for estimating the states of nonlinear nonstationary time series and smoothing volatility estimates. Also analytic procedure was elaborated for analyzing convergence of the estimates produced by the robust filter. The parametric synthesis of Kalman filter using evolutionary computational schemes and reinforced learning was proposed for forecasting nonstationary time series that is distinguished with high quality of short-term volatility forecasts. The procedure is different acceptable by volume and complexity of computational cost, high quality assessments of the states of nonstationary processes

Application of Kalman filter in the frames of adaptive modeling and forecasting system (AMFS) also turned out to be useful from the following points of view: (1) KF provides a possibility for taking explicitly into consideration covariance of random external disturbance for the process under study as well as measurement noise; (2) optimal filtering algorithms allow to hire a rather wide spectrum of (linear and nonlinear) models in the form of differential and difference equations after their transformation into state space form; (3) in the process of its execution optimal filter automatically generates one-step ahead prediction that could be used further on for decision making; (4) multi-step ahead prediction is also possible; (5) KF allows to estimate (and predict) non-measurable (hidden) variables using measurements of other (related) variables; (6) adaptive forms of KF allow for model parameter adaptation including the covariance mentioned.

The further efforts regarding improvement of short- and middle-term forecasting will be directed towards constructing of new forecasts combination schemes using appropriately optimized weights for correctly selected techniques in the frames of decision support system. It is also important to hire ideologically different techniques for combination of the forecasts. For example, regressive techniques will be supplemented with probabilistic approaches.

Keywords: nonlinear nonstationary processes; optimal estimation; Kalman filter; mathematical modelling.