

В. В. Мошаренков<sup>1</sup>, С. С. Войтенко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна

<sup>2</sup> Державне підприємство «Харківський регіональний науково-виробничий центр стандартизації, метрології та сертифікації», Харків, Україна

## РОЗРОБКА УЗАГАЛЬНЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СТАТИЧНОЇ ПОХИБКИ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

**Анотація.** Метою статті є подальший розвиток теорії оцінки статичних похибок електромеханічних засобів вимірювальної техніки (ЕмЗВТ) для ефективного їх застосування під час МОБ ВТ та контролі функціонування перед застосуванням. Для цього необхідно послідовне вирішення низки теоретичних і прикладних питань, головним з яких є розробка узагальненої математичної моделі статичної похибки ЕмЗВТ, а потім з подальшим її використанням конкретної оцінки статичних похибок для різних структурних схем побудови ЕмЗВТ. **Результати.** В статті розглядаються прикладні аспекти оцінки статичної похибки електромеханічних засобів вимірювальної техніки визначену через чутливість або статичні коефіцієнти передачі вимірювальних перетворювачів. За результатами аналізу отримана узагальнена математична модель відносної статичної похибки ЕмЗВТ для структурних схем з'єднання вимірювальних перетворювачів (ВП). **Висновки.** Підтверджено за результатами аналізу, можливість застосування узагальненої математичної моделі для оцінки відносної статичної похибки ЕмЗВТ побудованих за різними структурними схемами при їх експлуатації. Використання уточненої статичної похибки надає можливість уточнювати калібрувальну характеристику електромеханічних засобів вимірювальної техніки, що в свою чергу призведе до отримання достовірної інформації про стан військової техніки під час проведення метрологічного обслуговування та безпосередньо при застосуванні.

**Ключові слова:** військова техніка; електромеханічні вимірювальні прилади; вимірювальний перетворювач; статична похибка; градувальна характеристика; узагальнена математична модель.

### Вступ

Військова техніка – сукупність технічних пристроїв та засобів, що призначені для використання у військових цілях. До таких технічних засобів відносять зброю, бойові та небойові машини, прилади, апарати й інші технічні засоби, якими оснащуються військові частини і підрозділи для забезпечення їх бойової та повсякденної діяльності [1].

Основним заходом, що дозволяє підтримувати військову техніку (ВТ) придатною до застосування, є їх технічне обслуговування, важливою і невід'ємною частиною якого є метрологічне обслуговування (МОБ) [2]. Ефективність МОБ ВТ залежить від повноти охоплення контрольованих параметрів ВТ, періодичності і достовірності їх вимірювального контролю [3].

Найбільш поширеними при контролі параметрів в різних системах ВТ є ЕмЗВТ електромагнітної системи, іноді електро- і феродинамічної систем. З усього комплексу нормованих метрологічних характеристик ЕмЗВТ найбільший науковий і практичний інтерес представляють дослідження можливостей і розробка теоретичних основ оцінки статичної похибки для різних структурних схем побудови ЕмЗВТ [4].

**Аналіз літератури.** У зазначеному напрямку є роботи, в яких розглядаються окремі питання теоретичного і прикладного характеру для вирішення метрологічних вимірювальних задач [5-7]. Найбільш системно і повно ці питання відображені в роботах [6, 7], де запропоновані узагальнена і часткові математичні моделі для оцінювання методичних похибок. Дуже мало уваги приділялось оцінці статичної похибки при експлуатації ЕмЗВТ, що може призвести до отримання недостовірної інформації під час

проведення МОБ ВТ, а це в свою чергу до зниження бойової готовності ВТ.

**Метою статті** є подальший розвиток теорії оцінки статичних похибок ЕмЗВТ для ефективного їх застосування під час МОБ ВТ та контролі функціонування перед застосуванням. Для цього необхідно послідовне вирішення низки теоретичних і прикладних питань, головним з яких є розробка узагальненої математичної моделі статичної похибки ЕмЗВТ, а потім з подальшим її використанням конкретної оцінки статичних похибок для різних структурних схем побудови ЕмЗВТ.

### Основний матеріал

Основною метрологічною характеристикою ЕмЗВТ у статичному режимі вимірювання є *номінальна градувальна характеристика* (ГХ), яку їм приписують при випуску з виробництва [8], слід зазначити, що *розрахункова номінальна ГХ*, яку визначають при проектуванні приладу, відрізняється від *ідеальної* [9]. Під час експлуатації реальна ГХ під впливом різноманітних факторів буде відрізнятися від номінальної, що призводить до інструментальної статичної похибки. Виходячи з цього більш доцільно використовувати термін калібрувальна характеристика (КХ) [6], яка впливає на результат вимірювання [10].

Для оцінки інструментальної статичної похибки скористаємося структурним методом, який ґрунтується на тому, що будь-який ЕмЗВТ можна зобразити відповідною структурною схемою з'єднання ВП (послідовною, паралельною, змішаною). Це дозволяє спочатку провести оцінку статичних похибок ВП, що входять до їх складу, а потім з їх використанням дати оцінку статичної похибки цього приладу.

Отримаємо узагальнену математичну модель статичної похибки ЕмЗВТ, а потім з її використанням знайдемо конкретні оцінки статичних похибок для вказаних вище схем з'єднання ВП.

Зобразимо умовно ЕмЗВТ одним прямокутником, що містить  $N$  ВП (рис. 1), де через  $Y_i, i=1, N$  позначені вихідні величини цих перетворювачів. Необхідно виразити статичну похибку ЕмЗВТ через статичні похибки ВП, що входять до його складу.

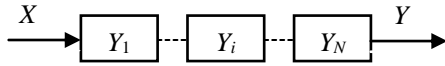


Рис. 1. Умовне позначення ЕмЗВТ  
(Fig. 1. Symbol of electromechanical measuring equipment)  
(джерело: розроблено авторами)

Для цього цілком справедлива методика оцінки похибки результату опосередкованих вимірювань.

Нехай задана номінальна КХ ЕмЗВТ, якій відповідають відомі номінальні значення вихідних величин  $Y_{in}$  вимірювальних перетворювачів:

$$Y_n = f_n(X, Y_{1n}, Y_{2n}, \dots, Y_{in}, \dots, Y_{Nn}). \quad (1)$$

Але через наявність статичних похибок ВП реальні значення їх вихідних величин  $Y_i$  будуть відрізнятися від номінальних значень  $Y_{in}$  на величину  $\Delta Y_i$  при однаковому вхідному сигналі  $X$ , тобто

$$Y_i = Y_{in} + \Delta Y_i. \quad (2)$$

Тоді реальна КХ ЕмЗВТ

$$Y = f(X, Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_N), \quad (3)$$

або з урахуванням рівності (2)

$$Y = f(X, Y_{1n} + \Delta Y_1, Y_{2n} + \Delta Y_2, \dots, Y_{in} + \Delta Y_i, \dots, Y_{Nn} + \Delta Y_N). \quad (4)$$

Абсолютна статична похибка ЕмЗВТ, обумовлена статичними похибками ВП дорівнює

$$\Delta Y = Y - Y_n. \quad (5)$$

Використовуючи розкладання реальної КХ ЕмЗВТ (4) у ряд Тейлора за малими величинами  $\Delta Y_i$  отримуємо вираз для абсолютної статичної похибки ЕмЗВТ:

$$\Delta Y = \sum_{i=1}^N \frac{\partial Y}{\partial Y_i} \cdot \Delta Y_i, \quad (6)$$

де часткові похідні  $\partial Y / \partial Y_i$  обчислюються для номінальних значень параметрів  $Y_{in}$  ВП.

Перейдемо до відносної статичної похибки:

$$\delta Y = \Delta Y / Y. \quad (7)$$

Підставимо в (7) співвідношення (6), отримуємо:

$$\delta Y = \sum_{i=1}^N \frac{\partial Y}{\partial Y_i} \cdot \frac{\Delta Y_i}{Y}. \quad (8)$$

Вираз під знаком суми помножимо та розділимо на  $Y_i$ , маємо

$$\delta Y = \sum_{i=1}^N \frac{\partial Y}{\partial Y_i} \cdot \frac{Y_i}{Y} \cdot \frac{\Delta Y_i}{Y_i} \quad \text{або} \quad \delta Y = \sum_{i=1}^N \psi_i \cdot \delta Y_i, \quad (9)$$

де  $\delta Y_i = \Delta Y_i / Y_i$  – відносна статична похибка  $i$ -го ВП;

$$\psi_i = \frac{\partial Y}{\partial Y_i} \cdot \frac{Y_i}{Y}; \quad (10)$$

– безрозмірний коефіцієнт впливу  $i$ -го ВП на відносну статичну похибку ЕмЗВТ.

Формули (9), (10) є узагальненою математичною моделлю відносної статичної похибки ЕмЗВТ. Вони дозволяють оцінити цю похибку за відомими функціями перетворення (або статичними характеристиками) та відносними статичними похибками ВП. Проте такі оцінки є дещо громіздкими. Вони можуть бути спрощені, якщо від функцій перетворення перейти до пов'язаних з ними чутливістю або статичними коефіцієнтами передачі [10].

Для цього запишемо співвідношення для номінальної та реальної чутливостей у вигляді:

$$S = F(S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_N). \quad (11)$$

При цьому будемо позначати як  $S_{in}, S_i$  відповідно номінальну та реальну чутливості  $i$ -го ВП в складі ЕмЗВТ. Реальна чутливість  $S_i$  ВП відрізняється від номінальної чутливості  $S_{in}$  на абсолютну статичну похибку  $\Delta S_i$  і тим самим вносить похибку  $\Delta S_i$  в номінальну чутливість  $S_n$  ЕмЗВТ, тобто  $S_i = S_{in} + \Delta S_i, S = S_n + \Delta S$ . Абсолютна статична похибка  $\Delta S$  може бути визначена з використанням розкладу функції (11) в ряд Тейлора до лінійного члена за малими величинами  $\Delta S_i$ :

$$\Delta S = \sum_{i=1}^N \frac{\partial S}{\partial S_i} \cdot \Delta S_i. \quad (12)$$

З урахуванням цієї рівності перейдемо до відносної статичної похибки:

$$\delta S = \frac{\Delta S}{S} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial S}{\partial S_i} \cdot \frac{\Delta S_i}{S}.$$

Після перетворень маємо

$$\delta S = \sum_{i=1}^N \frac{\partial S}{\partial S_i} \cdot \frac{S_i}{S} \cdot \delta S_i, \quad (13)$$

де  $\delta S_i = \Delta S_i / S_i$  – відносна похибка чутливості  $i$ -го вимірювального перетворювача.

Найдемо зв'язок між (9) і (13). Для цього розглянемо окремий  $i$ -й вимірювальний перетворювач з чутливістю  $S_i$  у схемі ЕмЗВТ (рис. 2).

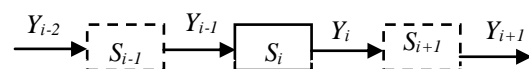


Рис. 2. Умовні позначення для  $i$ -го ВП (Fig. 2. Symbols for the  $i$ -th connection of the measuring transducer)  
(джерело: розроблено авторами)

Нехай функції перетворення ВП лінеаризовані, а

$$S_i = Y_i / Y_{i-1}, \quad (14)$$

де  $Y_{i-1}$ ,  $Y_i$  – відповідно вхідна та вихідна величини  $i$ -го ВП. З виразу (14) запишемо

$$Y_i = S_i \cdot Y_{i-1}. \quad (15)$$

Нехай чутливість  $S_i$   $i$ -го ВП через його статичну похибку має деякий приріст  $\Delta S_i$ , за рахунок чого вихідна величина  $Y_i$  цього перетворювача отримує певний приріст  $\Delta Y_i$  за тієї самої вхідної величини  $Y_{i-1}$ , тобто

$$Y_i + \Delta Y_i = (S_i + \Delta S_i) \cdot Y_{i-1}. \quad (16)$$

Віднімемо від рівності (16) рівність (15):

$$\Delta Y_i = \Delta S_i \cdot Y_{i-1}. \quad (17)$$

Розділимо співвідношення (17) на (15)

$$\Delta Y_i / Y_i = \Delta S_i / S_i \quad \text{або} \quad \delta Y_i = \delta S_i. \quad (18)$$

Аналогічно можна показати, що справедливою є рівність  $\delta Y = \delta S$ , тому

$$\delta Y = \sum_{i=1}^N \frac{\partial S}{\partial S_i} \cdot \frac{S_i}{S} \cdot \delta Y_i. \quad (19)$$

З порівняння співвідношень (9) і (19) дістаємо

$$\psi_i = \frac{\partial S}{\partial S_i} \cdot \frac{S_i}{S}. \quad (20)$$

Формули (9) і (20) є іншою формою запису узагальненої математичної моделі відносної статичної похибки ЕМЗВТ.

### Висновок

За результатами проведеного аналізу отримана узагальнена математична модель відносної статичної похибки ЕМЗВТ, яка визначена через чутливість або статичні коефіцієнти передачі ВП. Ця модель дозволяє конкретизувати оцінки відносної статичної похибки електромеханічних засобів вимірювальної техніки побудованих за різними структурними схемами при їх експлуатації. Використання уточнених оцінок статичної похибки ЕМЗВТ надасть можливість отримувати достовірну інформації про стан ВТ під час проведення МОБ та безпосередньо при застосуванні.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бережнюк І. Г. Військова техніка : митна енциклопедія. Хм. : ПП Мельник А. А., 2013. Т. 1 : А – Л. 472 с.
2. Войтенко С.С. Методика визначення оптимального розміщення виїзних метрологічних підрозділів на прикладі проведення операції Об'єднаних сил / С.С. Войтенко, О.О. Бабич, В.В. Мошаренков // Системи озброєння і військова техніка. – 2020. – № 2(62). – С. 52-58. DOI: <https://doi.org/10.30748/soivt.2020.62.07>.
3. Войтенко С.С. Пропозиції щодо реформування системи контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки / С.С.Войтенко, В.В. Мошаренков // Збірник матеріалів VII міжнародної науково-технічної конференції “Метрологія, інформаційно-вимірювальні технології та системи”. – Харків, 18-19 лютого 2020 р. – С. 19-20.
4. Нестерчук Д.М. Контрольно-вимірювальні прилади з основами метрології: конспект лекцій / Д.М.Нестерчук. – Мелітополь: Видавничо-поліграфічний центр “Люкс”, 2020. – 256 с
5. Данилов А.А. Калибровочные характеристики средств измерений в рабочих условиях эксплуатации / А.А. Данилов, Ю.В. Кучеренко, М.В. Бержинская, К.И. Мальцева // Системи обробки інформації. – 2015. – № 2(127). – С. 32-34
6. Мошаренков В.В. Оцінки методичних похибок перевірки електровимірювальних приладів змінного струму кусково-східчастими сигналами спеціальної форми / В.В. Мошаренков // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – Х., 2016. – Вип. 3 (24). – С. 141–144.
7. Мошаренков В.В. Розробка методу оцінки методичних похибок калібрування електровимірювальних приладів змінного струму сигналами прямокутної форми типу «меандр» / В.В. Мошаренков // Системи управління, навігації та зв'язку. – Полтава: ПНТУ, 2020. – Т. 3 (61). – С. 41-43. – doi: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2020.3.04>
8. Войтенко С.С. Метрологічне забезпечення радіотехнічних військ: Навч.-методичний посібник / С.С. Войтенко, В.В. Мошаренков – ХНУПС, 2020.–176 с.
9. Єременко В.С. Етапи створення універсального алгоритму обробки вимірювальної інформації при побудові градуальних характеристик /О.О. Редько, В.С. Єременко // Комп'ютерні технології: інновації, проблеми, рішення: все-укр. наук.-техн. конф., 17-18 квітня 2015 р.: тези допов. –Житомир, ЖДТУ, 2015. – С. 27-30.
10. Основи метрології та електричних вимірювань / Д. Л. Лавренова, В. М. Хлистов; КПІ ім. Ігоря Сікорського. –Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 133 с.

### REFERENCES

1. Berezniuk, I. H. (2013), *Military equipment : customs encyclopedia*. Volume 2. Khmelnytskyi, 472 p.
2. Voitenko, S., Babych, O. and Mosharenkov, V. (2020), “The methods of determination of the optimum placing of mobile metrological subdivisions on of the Joint Forces Operation”, *Systems of Arms and Military Equipment*, No. 2(62), pp. 52-58, DOI: <https://doi.org/10.30748/soivt.2020.62.07>.
3. Voitenko, S.S. and Mosharenkov, V.V. (2020), “Proposals for reforming the control system of the technical condition of samples of weapons and military equipment”, *Proceedings of the VII International Scientific and Technical Conference “Metrology, Information and Measurement Technologies and Systems”*, 18-19 Februar, Kharkiv, Ukraine, pp. 19-20.
4. Nesterchuk, D.M. (2020), *Control and measuring devices with the basics of metrology: lecture notes*, Publishing and printing center “Liuks”, Melitopol, 256 p.
5. Danylov, A.A., Kucherenko, Yu.V., Berzhynskaia, M.V. and Maltseva, K.Y. (2015), “Kalybrovochnnye kharakterystyky sredstv yzmerenyi v rabochykh usloviyakh ekspluatatsyy”, *Information Processing Systems*, Vol. 2(127), pp. 32-34.
6. Mosharenkov, V.V. (2016), “Assessment of methodological errors verification electric measuring devices of accurrent piecewise-speed signals special form”, *Science and Technology of the Air Force of Ukraine*, No. 3(24), pp. 141-144.

7. Mosharenkov, V. (2020) "Development of methodological errors assessment method calibration electric measuring devices of current rectangular wave from the «meander» type", *Control, Navigation and Communication Systems*. Academic Journal. Poltava: PNTU, 3(61), pp. 41-43. doi: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2020.3.04>
8. Voitenko, S.S. and Mosharenkov, V.V., (2020), *Metrological support of radio troops*: Textbook, HUPS, Kharkiv, 176 p.
9. Yeremenko, V.S. and Redko, O.O., (2015), Stages of creation of universal algorithm of processing of measuring information at construction of calibration characteristics, *Kompiuterni tekhnologii: innovatsii, problemy, rishennia* [Computer technologies: innovations, problems, solutions], Zhytomyr, Ukraine, 17-18 April, pp. 27-30.
10. Lavrenova, D.L. and Khlystov, V.M., (2019), *Fundamentals of metrology and electrical measurements*, Kyiv, 133 p.

Received (Надійшла) 15.02.2021

Accepted for publication (Прийнята до друку) 21.04.2021

ABOUT THE AUTHORS / ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**Мошаренков Віктор Васильович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри, Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків, Україна;

**Viktor Mosharenkov** – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer, Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [mosharenkov@gmail.com](mailto:mosharenkov@gmail.com); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7227-9472>.

**Войтенко Сергій Станіславович** – кандидат технічних наук, доцент, інженер з метрології 2 категорії, ДП «Харківський регіональний науково-виробничий центр стандартизації, метрології та сертифікації», Харків, Україна;

**Serhii Voitenko** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Metrology Engineer of the 2 category, State Enterprise "Kharkiv regional research and production center for standardization, metrology and certification", Kharkiv, Ukraine;

e-mail: [sergej.010679@gmail.com](mailto:sergej.010679@gmail.com); ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4134-5964>.

**Разработка математической модели статической погрешности  
электромеханических средств измерительной техники**

В. В. Мошаренков, С. С. Войтенко

**Аннотация.** Для поддержания военной техники пригодной к применению, проводят мероприятия по техническому обслуживанию, важной и неотъемлемой частью которого является метрологическое обслуживание. Эффективность метрологического обслуживания зависит от полноты охвата контролируемых параметров, периодичности и достоверности их измерительного контроля. Наиболее распространенными, в настоящее время, при контроле параметров военной техники являются электромеханические средства измерительной техники. Основной метрологической характеристикой электромеханических средств измерительной техники в статическом режиме измерения является номинальная калибровочная характеристика. В течении эксплуатации, калибровочная характеристика электромеханических средств измерительной техники, под влиянием различных факторов, имеет отклонения от номинальной, что приводит к инструментальной статической погрешности. В статье рассматриваются прикладные аспекты оценки статической погрешности электромеханических средств измерительной техники, которая выражена через чувствительность или статические коэффициенты передачи измерительных преобразователей. По результатам анализа получена обобщенная математическая модель относительной статической погрешности электромеханических средств измерительной техники для различных структурных схем соединения измерительных преобразователей. Предложено применять обобщенную математическую модель для оценки относительной статической погрешности электромеханических средств измерительной техники (при различных структурных схемах построения) во время их эксплуатации. Использование уточненной статической погрешности позволит уточнять калибровочную характеристику электромеханических средств измерительной техники, что в свою очередь приведет к получению достоверной информации о состоянии военной техники во время проведения метрологического обслуживания и непосредственно перед применением.

**Ключевые слова:** военная техника; электромеханические средства измерительной техники; измерительный преобразователь; статическая погрешность; градуировочная характеристика; обобщенная математическая модель.

**Development of a generalized mathematical model of static error electromechanical measuring equipment**

Viktor Mosharenkov, Serhii Voitenko

To keep military equipment fit for use, carry out maintenance activities, an important and integral part of which is metrological service. The effectiveness of metrological services depends on the completeness of the coverage of the monitored parameters, frequency and reliability of their measuring control. The most common, at present, when controlling the parameters of military equipment are electromechanical measuring equipment. The main metrological characteristic of electromechanical measuring instruments in a static measurement mode is the nominal calibration characteristic. During operation, the calibration characteristic of electromechanical measuring instruments, under the influence of various factors, has deviations from the nominal, which leads to an instrumental static error. The article deals with the applied aspects of assessing the static error of electromechanical measuring equipment, which is expressed through the sensitivity or static transmission coefficients of measuring transducers. Based on the results of the analysis, a generalized mathematical model of the relative static error of electromechanical measuring equipment for various structural schemes of connecting measuring transducers was obtained. It is proposed to apply a generalized mathematical model to assess the relative static error of electromechanical measuring instruments (with various structural schemes) during their operation. The use of an updated static error will allow to refine the calibration characteristics of electromechanical measuring instruments, which in turn will lead to obtaining reliable information about the state of military equipment during metrological maintenance and immediately before use.

**Keywords:** military equipment; electromechanical measuring devices; measuring transducer; static error; calibration characteristic; generalized mathematical model.