

УДК 621.438:

А. И. ТАРАСЕНКО, А. А. ТАРАСЕНКО

*Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова,
Николаев, Украина*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФОРМ

При расчетах крутильных колебаний на основе волнового уравнения важно убедиться, что полученные в результате использования граничных условий формы ортогональны. Судовой пропульсивный комплекс рассматривается как крутильная система с распределенными параметрами, состоящая из маховиков (отсеков цилиндра, гребного винта), соединенных валами. Валы могут быть невесомыми (только жесткость) либо иметь распределенные параметры. Также рассматриваются участки переменного сечения. Проверена ортогональность форм. Показано влияние на ортогональность форм переходных участков между валами. Приведены примеры расчетов.

Ключевые слова: дизель, крутильные колебания, волновое уравнение, собственная частота, ортогональная форма колебаний, демпфирование, расчетная схема.

Введение

Важность проблемы крутильных колебаний показана в работе [1]. В этой работе дан обзор методик расчета.

В работе [2] рассмотрена крутильная система, состоящая, как из участков с распределенными параметрами, так и из невесомых участков без распределенных параметров. Анализ такой схемы проведен на основе волнового уравнения. Решение волнового уравнения ищем в следующем виде

$$\varphi_j = \lambda_j(t) \cdot Z_j(y), \quad (1)$$

где j – номер, рассматриваемой формы колебаний;

$\lambda_j(t)$ – функция времени для формы с номером j ;

$Z_j(y)$ – функция от координаты сечения

y – форма колебаний с номером j .

Важно, чтобы отыскиваемые с помощью граничных условий для случая свободных колебаний формы были ортогональны. Иными словами выражение для определения приведенной «массы»

$$Q_{j,i} = \sum_{k=1}^{k_{j+1}} \left[\theta_k \cdot Z_{j,k} \cdot Z_{i,k} + \int_0^{S_k} Z_{j,k} \cdot Z_{i,k} \cdot I_k \cdot \rho_k \cdot dy \right] \quad (2)$$

должно быть равным нулю, если $j \neq i$.

В этом выражении:

θ_k – сосредоточенный момент инерции, рас-

положенный в начале участка с номером k ;

I_k – полярный момент инерции сечения вала; иногда инерционные параметры вала задают полярным моментом инерции вала $J_k = I_k \cdot \rho_k \cdot S_k$;

ρ_k – плотность материала вала с номером k ;

S_k – длина участка с номером k .

Формулирование проблемы

Требуется на основе решения волнового уравнения согласно методикам, изложенным в [2], провести анализ ортогональности форм для разновидностей одной и той же крутильной схемы.

Цель работы – сформулировать условия, при которых получаемые формы колебаний ортогональны.

Общие соотношения

Рассматривается крутильная схема, состоящая из шести маховиков (сосредоточенных масс – момент инерции каждой 10 тм^2), соединенных между собой весомыми податливыми валами (податливость каждого вала $10 \cdot 10^{-9} \text{ 1/нм}$). Приведенные «массы», вычисленные по выражению (2) представлены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что формы рассматриваемой крутильной схемы ортогональны. Все значения приведенных масс, для которых $j \neq i$ равны нулю. На рис. 1 показаны формы колебаний рассматриваемой крутильной схемы.

Таблица 1 выражению (2) представлены в табл. 3.

Приведенные массы

формы	1	2	3	4	5
$f_0 = 0$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$f_1 = 8,20$ Гц	32,52	0,00	0,00	0,00	0,00
$f_2 = 15,84$ Гц	0,00	40,22	0,00	0,00	0,00
$f_3 = 22,42$ Гц	0,00	0,00	59,85	0,00	0,00
$f_4 = 27,47$ Гц	0,00	0,00	0,00	118,7	0,00
$f_5 = 30,66$ Гц	0,00	0,00	0,00	0,00	440,6

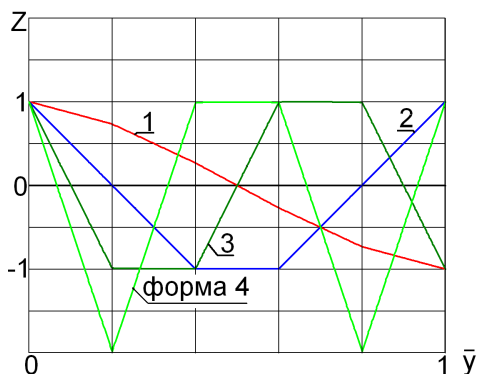


Рис. 1. Формы для схемы с сосредоточенными массами

Интересен случай, когда сосредоточенная масса заменяется участком вала. Жесткость вала и длина участка выбираются так, чтобы момент инерции участка был равен моменту инерции сосредоточенной массы. Приведенные «массы», вычисленные по выражению (2) представлены в табл. 2.

Таблица 2

Приведенные массы

формы	1	2	3	4	5
$f_0 = 0$	-0,55	-0,32	0,17	-0,22	1,22
$f_1 = 8,36$ Гц	32,56	0,66	-0,30	0,31	-1,38
$f_2 = 15,92$ Гц	0,66	39,88	0,01	-0,17	1,60
$f_3 = 22,52$ Гц	-0,30	0,01	60,17	0,33	-2,62
$f_4 = 27,53$ Гц	0,31	-0,17	0,33	120,5	6,00
$f_5 = 30,64$ Гц	-1,38	1,60	-2,62	6,00	427,1

На рис. 2 показаны формы колебаний рассматриваемой крутильной схемы.

Из табл. 2 видно, что ортогональность форм рассматриваемой крутильной схемы предмет дискуссии. Погрешность от 2 % до 10 % явно не ноль.

С целью сделать формы более ортогональными при переходе от вала к замыкающему участку вводим переходный участок, на котором момент инерции сечения плавно изменяется от одного участка к другому. Приведенные «массы», вычисленные по

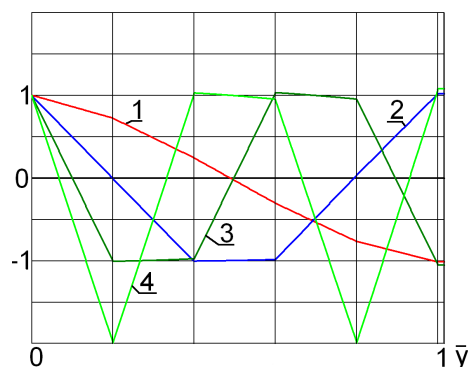


Рис. 2. Формы для схемы с замыкающей распределенной массой.

Таблица 3

Приведенные массы

формы	1	2	3	4	5
$f_0 = 0$	0,65	-0,28	0,10	-0,13	1,12
$f_1 = 8,20$ Гц	31,87	0,14	-0,01	0,07	-1,16
$f_2 = 15,92$ Гц	0,14	39,95	-0,08	-0,04	1,47
$f_3 = 22,52$ Гц	-0,01	-0,08	60,30	0,18	-2,47
$f_4 = 27,53$ Гц	0,07	-0,04	0,18	120,7	5,83
$f_5 = 30,64$ Гц	-1,16	1,47	-2,47	5,83	427,2

Из табл. 3 видно, что ситуация с ортогональностью форм улучшилась незначительно. Радует совпадение частот в табл. 1 и табл. 3. На рис. 3 показаны формы колебаний рассматриваемой крутильной схемы с одним переходным участком.

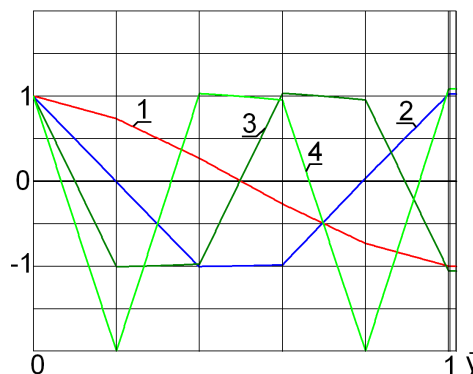


Рис. 3. Формы для схемы с замыкающей распределенной массой и одним переходным участком

Чтобы закрыть вопрос об ортогональности, авторы решили дополнить замыкающий участок еще одним переходным участком. На этом переходном участке момент инерции сечения уменьшается до момента инерции сечения вала. Чтобы организовать вычисления, крутильная схема дополняется корот-

ким цилиндрическим участком с моментом инерции сечения вала. Замыкающая сосредоточенная масса представлена четырьмя участками с распределенными параметрами. Приведенные «массы», вычисленные для такой схемы, приведены в табл. 4.

Таблица 4
Приведенные массы

формы	1	2	3	4	5
$f_0 = 0$	0,06	0,03	0,01	0,00	-0,01
$f_1 = 8,20 \text{ Гц}$	32,46	-0,06	0,00	0,00	0,01
$f_2 = 15,86 \text{ Гц}$	-0,06	40,27	0,04	-0,02	0,00
$f_3 = 22,42 \text{ Гц}$	0,00	0,04	59,90	-0,01	0,02
$f_4 = 27,47 \text{ Гц}$	0,00	-0,02	-0,01	118,8	-0,04
$f_5 = 30,66 \text{ Гц}$	0,01	0,00	0,02	-0,04	440,3

Из табл. 4 видно, что приведенные в ней формы практически ортогональны. На рис. 4 показаны формы колебаний рассматриваемой крутильной схемы с двумя переходными участками.

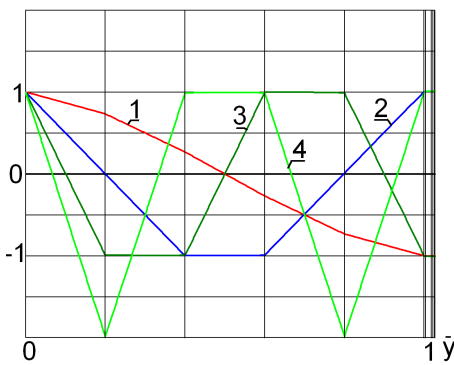


Рис. 4. Формы для схемы с замыкающей распределенной массой и двумя переходными участками

Сравнивая рис. 1. и рис. 4, можно сделать вывод, что формы колебаний в этих двух схемах одинаковы. Из выше сказанного следует, что сосредоточенную массу можно заменить участком вала такого же момента инерции как и у сосредоточенной массы.

Вычисление амплитуд вынужденных крутильных колебаний

Уравнение вынужденных колебаний получено во [2] в следующем виде

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} V^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{dI}{dy} \frac{V^2}{I} + \frac{\tilde{\mu}}{\rho I}, \quad (3)$$

где V – скорость распространения малых возмущений;

$\tilde{\mu}$ – внешний распределенный вдоль оси вала крутящий момент;

Если искать решение согласно [3] в виде (1), то уравнение (3) можно преобразовать к следующему виду

$$\sum_{j=0}^{j_1} \rho \cdot I \cdot Z_j (\ddot{\lambda}_j + \dot{\lambda}_j \cdot P_j^2) = \tilde{\mu}. \quad (4)$$

В этом уравнении j_1 – число рассматриваемых форм. Теоретически j_1 равно бесконечности – реально не более пяти. Если формы ортогональны (тогда и только тогда), то уравнение (4) распадется на j_1 уравнений. Для этого достаточно умножить (4) на любую из форм и проинтегрировать вдоль длины. Для формы с номером i выражение (4) можно преобразовать к следующему виду

$$\ddot{\lambda}_i + \dot{\lambda}_i \cdot P_i^2 = \frac{\int \tilde{\mu} \cdot Z_i dy}{\int \rho \cdot I \cdot Z_i^2 dy}. \quad (5)$$

Следует отметить, что выражение (4) имеет одинаковый вид для случая переменного и постоянного сечения вала, а параметры уравнения (5) можно вычислить и решить его как стандартное.

Конфигурирование участков переменного сечения

Форма для участка переменного сечения [2] описана следующим уравнением

$$z'' + z' \frac{I'}{I} + z \left(\frac{P}{V} \right)^2 = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) можно решить аналитически, если положить

$$\frac{I'}{I} = 2n. \quad (7)$$

В этом случае уравнение (6) преобразуется к виду

$$z'' + 2 \cdot n \cdot z' + z \left(\frac{P}{V} \right)^2 = 0. \quad (8)$$

Значением числа n следует задаться. В приведенных примерах $n = 50$. Тогда с учетом (7) момент инерции сечения изменяется по следующему закону

$$I = I_0 e^{2n y}.$$

Уравнение (8) имеет стандартное аperiодическое (экспоненциальное) решение, которое позволяет определить значение формы и ее первой производной

водной в конце участка и состыковать участок с предыдущим.

Следует отметить, что переходный участок есть ни что иное, как скругление (фаска, галтель), которое, как правило, делают при переходе валов с одного диаметра на другой.

Выводы

В крутильной системе сосредоточенную массу можно заменить участком вала, причем жесткость и длина участка выбираются так, чтобы момент инерции участка был равен моменту инерции сосредоточенной массы.

Для получения ортогональных форм в местах скачкообразного изменения моментов инерции сечений валов должны находиться переходные участки переменного сечения.

Переходный участок есть ни что иное как скругление (фаска, галтель), которое, как правило,

делают при переходе валов с одного диаметра на другой.

Использование ортогональных форм позволяет вычислить амплитуды колебаний, без каких либо ограничений на величины демпфирования при стационарных и переходных процессах.

Литература

1. Истомин, П. А. Крутильные колебания в судовых ДВС [Текст] / П. А. Истомин. – Л. : Судостроение, 1968. – 304 с.

2. Тарасенко, А. И. Крутильные колебания разветвленного не симметричного пропульсивного судового дизельного комплекса [Текст] / А. И. Тарасенко // Двигатели внутреннего сгорания. – 2013. – № 1. – С. 37–42.

3. Смирнов, В. И. Курс высшей математики [Текст] / В. И. Смирнов // Том 2. – М. : Наука, 1974. – 656 с.

Поступила в редакцию 16.05.2015, рассмотрена на редколлегии 17.06.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н. И. Радченко, Национальный университет кораблестроения, Николаев.

ВИЗНАЧЕННЯ АМПЛІТУД КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ОРТОГОНАЛЬНИХ ФОРМ

О. І. Тарасенко, А. О. Тарасенко

При розрахунках крутильних коливань за допомогою хвильового рівняння важливо переконатися, що одержані при використанні граничних умов форми ортогональні. Судновий пропульсивний комплекс розглядається як крутильна система з розподіленими параметрами, яка має маховики (циліндрові відсіки, гребний гвинт), поєднані валами. Вали можуть бути невагомими (тільки жорсткість), або мати розподілені параметри. В статті розглядаються ділянки змінного перерізу, перевірено ортогональність форм, показано вплив на ортогональність форм перехідних ділянок між валами, наведено приклади розрахунків.

Ключові слова: дизель, крутильні коливання, хвильове рівняння, власні частоти, ортогональні форми коливань, демпфірування, розрахункова схема.

DETERMINATION OF THE AMPLITUDE OF TORSIONAL VIBRATIONS BY USAGE OF ORTHOGONAL FORMS

A. I. Tarasenko A. A. Tarasenko

In the calculations of torsional vibrations based on the wave equation it is important to ensure that the forms obtained from the use of the boundary conditions are orthogonal. The ship's propulsion system is considered as a torsional system with distributed parameters, consisting of flywheels (cylinder compartments and propeller) connected by shafts. Shafts can be weightless (only stiffness) or can have distributed parameters. The article examines areas of variable section, checks the orthogonality of the form, shows the effect on the form orthogonally of transition areas between the shafts and gives examples of calculations

Keywords: diesel, torsional vibration, wave equation, the natural frequency, the shape of the oscillations, damping, the calculation scheme, orthogonal waveform.

Тарасенко Александр Иванович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры механики и конструирования машин, Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина, e-mail: tai777@ukrpost.net.

Тарасенко Андрей Александрович – аспирант кафедры теоретической механики, Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина, e-mail: tai777@ukrpost.net.