

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ С ЗОНОЙ НЕЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЕЁ ПАРАМЕТРОВ

Аннотация: Статья посвящена вопросам моделирования нелинейной динамической системы с зоной нечувствительности в возвращающей силе. Исследованы режимы сложно-периодической и хаотической динамики. Предложен критерий для синтеза системы идентификации. Построена адаптивно-поисковая система идентификации параметров и показана её работоспособность.

Ключевые слова: хаотическая динамика, адаптивно-поисковая идентификация, зона нечувствительности.

Введение

Одна из распространённых задач в теории управления – стабилизация неустойчивой системы. При технической реализации систем стабилизации приходится иметь дело с неидеальностью (нелинейностью) датчиков, исполнительных органов и других элементов. Одна из часто встречающихся нелинейностей датчиков – так называемая зона нечувствительности, не позволяющая обнаружить малые отклонения наблюдаемой величины. Следствием этого явления являются разнообразные колебательные явления вблизи точки стабилизации [2].

Совокупность наличия точки неустойчивого равновесия, стабилизирующего воздействия в большем масштабе, нелинейности системы и внешнего воздействия создаёт предпосылки для появления сложной колебательной динамики, в том числе хаотической. Аналогичным образом устроены известные хаотические системы Ван-дер-Поля [1] и Дуффинга [4]. Наличие как сложно-периодической, так и хаотической динамики в технических системах может быть как положительным, так и отрицательным фактором при эксплуатации системы. Следовательно, вопросы как моделирования, так и идентификации подобных систем являются актуальными.

Постановка задачи

Динамика исследуемой системы, включающей в себя инерционную, диссипативную, линейную неустойчивую компоненту и нелинейную восстанавливающую силу описывается уравнением:

$$\ddot{x} + c_0 \dot{x} + a \cdot x + b \cdot \text{db}(x, x_0) = u(t), \quad (1)$$

где x – координата, c_0 – коэффициент демпфирования, $a < 0$ – параметр, обеспечивающий неустойчивость системы, $b \cdot \text{db}(x, x_0)$ – восстанавливающая сила с зоной нечувствительности (рис. 1), $u(t) = U_0 \sin(\omega_{in} t)$ – внешнее гармоническое возмущающее воздействие.

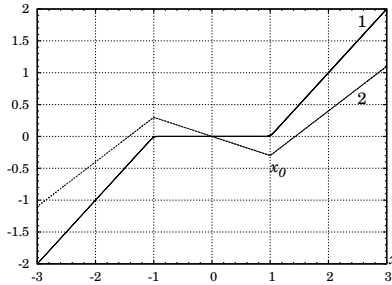


Рис. 1 – Функция $db(x, x_0)$ с зоной нечувствительности (1) и полная восстанавливающая сила $(a \cdot x + b \cdot db(x, x_0))$ (2)

Параметром, определяющим нелинейность системы, является x_0 – ширина зоны нечувствительности. Первой задачей является моделирование динамики системы (1), исследование влияние параметра x_0 на вид динамики системы. Второй задачей является синтез системы идентификации данного параметра, с определением критерия идентификации, позволяющего разрешить данную задачу.

Моделирование динамики системы

Структура системы (1) во многом аналогична структуре системы Дуффинга [4]. Следовательно, следует ожидать общих черт в поведении систем. С другой стороны, существуют и отличия, связанные с наличием точки неустойчивого равновесия и более выраженной нелинейности системы.

При моделировании были приняты следующие значения параметров системы:

$$U_0 = 1.4, \omega_{in} = 1.4, c_0 = 0.1, a = -0.3, b = 1.0. \quad (2)$$

При малых значениях параметра x_0 система практически не отличается от соответствующей линейной, с учетом линеаризующего влияния демпфирования.

При увеличении значения параметра x_0 (рис. 2) динамика системы усложняется.

Можно отметить появление в спектре системы частоты, соответствующей $1/3\omega_{in}$, и сложному предельному циклу. Сопутствующие частоты не являются свидетельством хаотической динамики системы, так как являются результатом длительного переходного процесса.

При дальнейшем росте значения параметра x_0 (рис. 3) система демонстрирует явные признаки хаотической динамики.

Обращает на себя внимание как схожесть полученного аттрактора с аттрактором системы Дуффинга, та и определённые отличия. В первую очередь – несимметричность, причём направленность этой несимметричности зависит от малых изменений начальных условий.

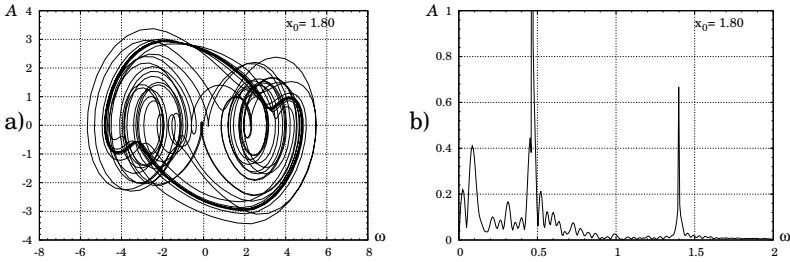


Рис. 2 – Фазовый портрет (а) и спектр (б) системы (1) при $x_0 = 1.8$

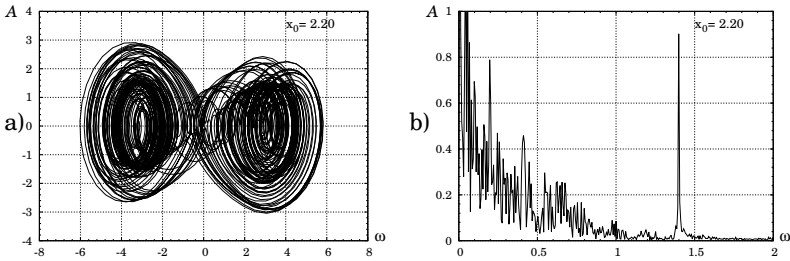


Рис. 3 – Фазовый портрет (а) и спектр (б) системы (1) при $x_0 = 2.2$

Дальнейший рост величины x_0 приводит к распаду странного аттрактора на независимые траектории в областях устойчивых равновесий (рис. 4).

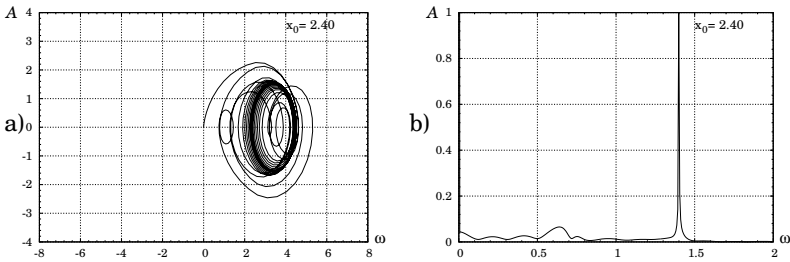


Рис. 4 – Фазовый портрет (а) и спектр (б) системы (1) при $x_0 = 2.4$

Данное явление наблюдается тогда, когда количество энергии, получаемой от внешнего источника, становится недостаточным для перехода от от одного устойчивого положения к другому. При этом не наблюдается резкой границы в смене режимов. По-видимому, это связано с резонансными явлениями в системе.

Таки образом, результаты моделирования показали, что рассматриваемая система проявляет как простую колебательную, так и сложно-периодическую и хаотическую динамику. При прочих равных значение параметра x_0 определяет вид динамики системы. Также следует отметить тот факт, что система (1), по сравнению с системой Дуффинга, сохраняет хаотические свойства при большем демпфировании (т.е. при больших значениях параметра c_0), ввиду наличия точки неустойчивого равновесия и ярко выраженной нелинейности возвращающей силы.

Критерий идентификации

Скорость и точность (и вообще работоспособность) системы поисковой идентификации нелинейной динамической системы во многом определяется применяемым критерием идентификации. Наличие прямой физической связи между критерием качества и идентифицируемым параметром является важным условием работоспособности системы [3].

Рассмотрим, на какие свойства системы (1) влияет величина параметра x_0 :

- прежде всего, величина x_0 определяет расстояние между точками устойчивого равновесия системы, и при невырожденной динамике задаёт масштаб колебаний;
- энергия, которую получает система при $u(t) = 0$ и движении из точки $x = 0$ в точку устойчивого равновесия, также определяется величиной x_0 ;
- совместно с величиной c_0 определяет момент перехода системы в режим простых колебаний.

Таким образом, имеет смысл использовать в качестве основы для построения критерия следующую величину:

$$Q = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t x^2(t) dt \quad (3)$$

Полученная в результате моделирования зависимость $Q(x_0)$ представлена на рис. 5.

Из графика следует, что в исследуемом диапазоне измерений x_0 эта зависимость имеет достаточно сложный характер. Помимо мелких выбросов, легко подавляемых как фильтрующими свойствами самой системой адаптивно-поисковой идентификации, так и дополнительными простейшими фильтрами (например линейным первого порядка), существует явно выраженная немонотонность. Все это даёт основания полагать, что основанный на (3) критерий будет применим не во всём рабочем диапазоне параметра x_0 . При этом время идентификации будет заметно больше, чем при идентификации систем Лоренса [8] и Чуа.

Вид критерия идентификации, задаётся классически для систем адаптивно-поисковой идентификации:

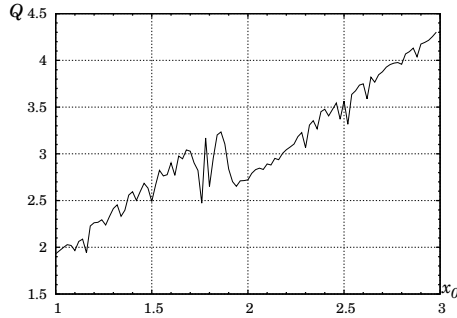


Рис. 5 – Зависимость величины Q (3) для системы (1)

$$F = \exp(-\gamma(Q_m - Q_o)^2) \quad (4)$$

где Q_m и Q_o – величины, определяемые 3 для модели и объекта соответственно, γ – чувствительность критерия.

Моделирование процесса идентификации

Для моделирования процесса идентификации системы вида (1) адаптивно-поисковым методом с двумя УГПК и предлагаемым критерием вида (4) была собрана соответствующая схема в программе qto2 (рис. 6).

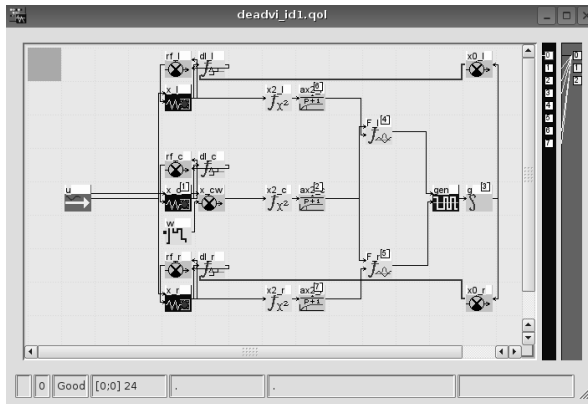


Рис. 6 – Моделируемая система идентификации в программе qto2

Проводилось моделирование процесса идентификации с критерием, как основанным на величине Q . Система показала свою работоспособность, однако, как и ожидалось, начальную точку поиска следует располагать в одной зоне монотонности с искомой (рис. 5), ввиду отсутствия монотонности данного графика.

На рис. 7 представлены сравнения результатов моделирования процессов идентификации параметра x_0 при различных начальных значениях параметра и использовании величины Q .

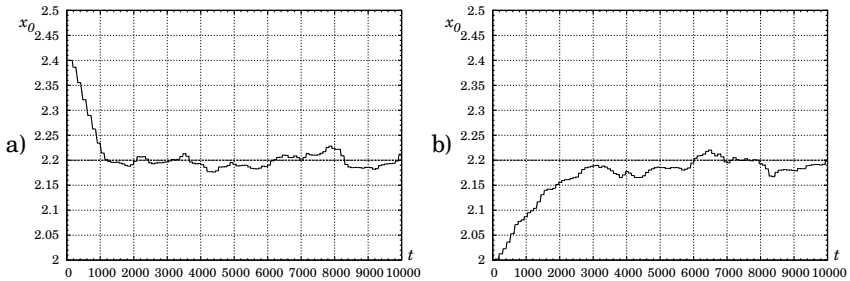


Рис. 7 – Результаты моделирования процесса идентификации для различных начальных значений коэффициента x_0 : 2.4 (а) и 2.0 (б)

Следует также отметить, что скорость поиска одного порядка, с системами Ван-Дер-Поля, Дуффинга и Рёсслера, и уступает системам Чуа и Лоренса.

Выводы

Результаты моделирования динамики нелинейной системы (1), а также системы её адаптивно-поисковой идентификации позволяют сделать следующие выводы:

- Рассматриваемая система проявляет как простую колебательную, так и сложно-периодическую и хаотическую динамику. Параметр x_0 определяет вид динамики системы.
- Моделирование процесса адаптивно-поисковой идентификации при использовании предлагаемого критерия показало, что его применение критериев оправданно, но имеет определённые ограничения.
- Скорость и точность работы полученной системы идентификации одного порядка с системами Ван-Дер-Поля, Дуффинга и Рёсслера,

Литература

1. Михалёв А.И., Гуда А.И. Выбор критерия при адаптивно-поисковой идентификации динамической системы Ван-Дер-Поля // Адаптивные системы автоматического управления. – 2010. – № 16(36). – С. 154–160.
2. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И. Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 544 стр.

3. *Михалёв А.И., Гуда А.И., Новикова Е.Ю.* Синтез критерия идентификации нелинейных динамических систем на физических принципах // *Адаптивные системы автоматического управления.* – 2007. – № 11(31). – С. 136–142.
4. *Михалёв А.И., Гуда А.И.* Адаптивно-поисковая идентификация хаотической динамической системы Дуффинга // *Адаптивные системы автоматического управления.* – 2008. – № 12(32). – С. 166–171.
5. *Магницкий Н.А., Сидоров С.В.* Новые методы хаотической динамики. – М.:Едиториал УРСС, 2004 – 320 с.
6. *Мун Ф.* Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров. – М.: Мир, 1990. – 312 с.
7. *А.И. Гуда, А.И. Михалев* Адаптивно-поисковая идентификация хаотической динамической системы Ресслера // *Адаптивные системы автоматического управления.* – 2009. – № 14(34). – С. 124–129.
8. *А.И. Гуда, А.И. Михалев* Физические основы при синтезе критерия адаптивно-поисковой идентификации динамической системы Лоренса // *Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць.* - Випуск 2(79). - Дніпропетровськ, 2012. - С. 13–10.

Отримано 01.07.2012