



UDC 661.6

СПРОЩЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ГРАФІТУВАННЯ ВУГЛЕЦЕВИХ ЕЛЕКТРОДІВ

Simplified mathematical model of carbon electrode graphitization.

Zhuchenko O.A., PhD, Associate Professor¹, Bevziyk L.L., master student²

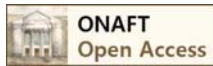
^{1,2}Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ
E-mail: ¹azhuch@ukr.net

¹ORCID: 0000-0001-5611-6529

Copyright © 2014 by author and the journal “Automation technological and business - processes”.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Анотація

Виробництво вуглецевих електродів характеризується значною ресурсо- та енергоємністю, тому актуальною є задача підвищення ефективності даного виробництва шляхом впровадження оптимальних режимів роботи його складових технологічних процесів. Розроблена та досліджена спрощена математична модель процесу графітування вуглецевих електродів, яка відрізняється від відомих моделей практично нульовим часом її розрахунку. Побудована спрощена математична модель надає можливість підвищити ефективність дослідження температурного режиму процесу графітування вуглецевих електродів за рахунок скорочення часу дослідження, визначати температури у будь-якій точці процесу. Дослідження точності спрощених моделей проводились шляхом порівняння значень температур, розрахованих за цими моделями, з температурами, обчисленими за початковою складною моделлю, які у даному випадку розглядаються як експериментальні дані. У результаті спрощена математична модель може бути використана для синтезу системи керування процесом, а також у складі системи керування реального часу.

Ключевые слова

Графітування, вуглецеві електроди, математична модель, енергозбереження.

Abstract

Production of carbon electrodes characterized by considerable resource and energy consumption, so important is the task of improving the efficiency of production through the introduction of optimal modes of its component processes. Developed and studied a simplified mathematical model of carbon electrodes graphitization, which differs from the known models almost zero time to calculate it. Constructed simplified mathematical model allows increasing effectiveness research process temperature control graphitization carbon electrodes by reducing the time a study to determine the temperature at any point in the process. Research conducted simplified models accuracy by comparing the temperature values calculated by these models, with temperatures calculated for the original complex model, which in this case is regarded as experimental data. As a result, a simplified mathematical model can be used for the synthesis of process control systems, as well as in the control system real time.

Key words

Graphitization, carbon electrodes, mathematical model, energy.

Введение

Споживачами вуглецевих виробів є різні галузі промисловості, в яких виробництво пов'язане з необхідністю використання електротермічних технологічних процесів. Зокрема, до таких виробництв відносяться підприємства чорної та кольорової металургії, машинобудування, хімічної промисловості та інші.

Особливе місце серед електродної продукції посідає графітована електродна продукція, перш за все через високі показники якості, такі, як висока міцність, теплопровідність, низький питомий опір тощо.



Процес виготовлення графітованої електродної продукції, хоч і не складний, але надзвичайно енергоємний, а відтак і надзвичайно затратний. Ключовим апаратом у всій технологічній лінії виготовлення графітованої електродної продукції є піч графітування - піч Ачесона. Піч Ачесона є електропічню, із надзвичайно високим споживанням електроенергії і хоча б незначне зменшення питомої витрати електроенергії призвело б до суттєвої економії та здешевлення готової продукції.

Саме тому актуальною є задача підвищення ефективності даного процесу шляхом впровадження оптимальних режимів його роботи. Розв'язання даної задачі передбачає проведення експериментальних досліджень процесу графітування, за результатами яких має бути створена і впроваджена система оптимального керування ним.

Проведення експериментальних досліджень з метою створення системи оптимального керування процесом графітування на діючому технологічному обладнанні практично неможливе за декількома причинами. До головних з них відносяться додаткові ресурсо- та енерговитрати, ймовірність виникнення аварійної ситуації, значні економічні втрати у зв'язку з ймовірним виробництвом бракованої продукції та інші.

Фактично єдиною альтернативою у цій ситуації є використання методу математичного моделювання технологічних процесів [1, 2], який дозволяє при наявності адекватної математичної моделі процесу проводити експериментальні дослідження практично у необмеженому діапазоні зміни технологічних параметрів, що дає можливість досконало дослідити технологічний процес.

Математичному моделюванню процесу графітування присвячена значна кількість наукових праць [3-7]. Враховуючи, що процес графітування як об'єкт математичного моделювання є об'єктом з розподіленими параметрами, то у даних роботах, як правило, математична модель являє собою систему нелінійних нестационарних рівнянь у частинних похідних. Час розрахунку такої моделі на сучасному стаціонарному комп'ютері складає декілька годин. Така тривалість розрахунку, по-перше, суттєво ускладнює безпосередньо дослідження процесу графітування вуглецевих виробів і, по-друге, робить неможливим використання такої моделі у системах керування реального часу.

Названі обставини висувають нагальну задачу спрощення початкової складної моделі, створюючи математичну модель процесу графітування, яка потребує невеликого часу розрахунку та задовольняє вимогам щодо її точності по відношенню до початкової моделі.

Аналіз існуючих методів спрощення математичної моделі

У наш час розроблений цілий ряд методів побудови спрощених математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами ОРП [3, 8-14]. Всі вони можуть бути умовно поділені на дві основні групи згідно «предмету апроксимації» [15].

Перша група утворюється різними способами спрощеного представлення самих вихідних диференціальних рівнянь об'єкта, наступний розв'язок яких відомими методами дозволяє отримати задовільні за точністю у визначених конкретних умовах опису властивостей ОРП у порівняно простому вигляді.

Методи другої групи базуються на наближеному представленні (як правило, у типовій для об'єктів з зосередженими параметрами (ОЗП) формі відповідних передатних функцій) точних розв'язків рівнянь у частинних похідних, які моделюють поведінку ОРП.

Можливе послідовне застосування до однієї й тієї самої ОРП різних методів апроксимації, що дозволяють, наприклад, спочатку перейти до спрощеного, що допускає точний аналітичний розв'язок, рівнянню об'єкта, для якого потім знайти дробово-раціональне наближення його передатної функції, що визначає результуюче наближення опису вихідної моделі об'єкта у вигляді типових моделей ОЗП.

Одним з найбільш ефективних методів побудови спрощеної математичної моделі ОРП є метод розділення змінних (метод Фур'є) [1, 10,11], що передбачає представлення функції декількох змінних (часу і просторових координат) у формі нескінченного ряду, кожний член якого являє собою добуток двох функцій однієї змінної – часу та просторової координати

$$T(\xi, t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) \varphi_i(\xi), \quad (1)$$

де апіорі невідомі функції $a_i(t)$ та $\varphi_i(\xi)$ мають бути вибрані таким чином, щоб керована змінна $T(\xi, t)$ задовольняла граничним умовам задачі.

На практиці ряд (1) обмежують n членами

$$\hat{T}(\xi, t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) \varphi_i(\xi) \quad (2)$$

і тоді задача апроксимації зводиться до визначення невідомих функцій $a_i(t)$ та $\varphi_i(\xi)$ із умови мінімізації певного функціонала похибки апроксимації та дослідженню збіжності $\hat{T}(\xi, t)$ до $T(\xi, t)$ при $n \rightarrow \infty$.

Постановка задачі

На рис.1 схематично зображена завантажена піч графітування. Футеровка печі виконується з шамотної цегли і складається з поду 1, торцевих стінок 2 та бічних стінок (на рисунку не вказані). Часто бічні стінки виконують



розбірними, як правило із жаротривкого бетону. Стационарні бічні стінки та под, як правило, містять канали 3 для повітряного охолодження футеровки під час кампанії графітування.

В торцеві стінки печі вмонтовані струмопідвідні електроди 4, до яких із зовнішньої сторони під'єднуються пічні шини. Для запобігання окиснення електродів під час експлуатації, їх герметизують в місцях встановлення. Для цього в торцевих стінках передбачені порожнини 5, що щільно заповнені дрібнодисперсним графітом. Внутрішню поверхню торцевої стіни захищають за допомогою захисного екрану 6 із вуглецевих плит або вуглецевої маси товщиною 80..100мм. Верхню поверхню торцевих стінок захищають бетонними плитами 7.

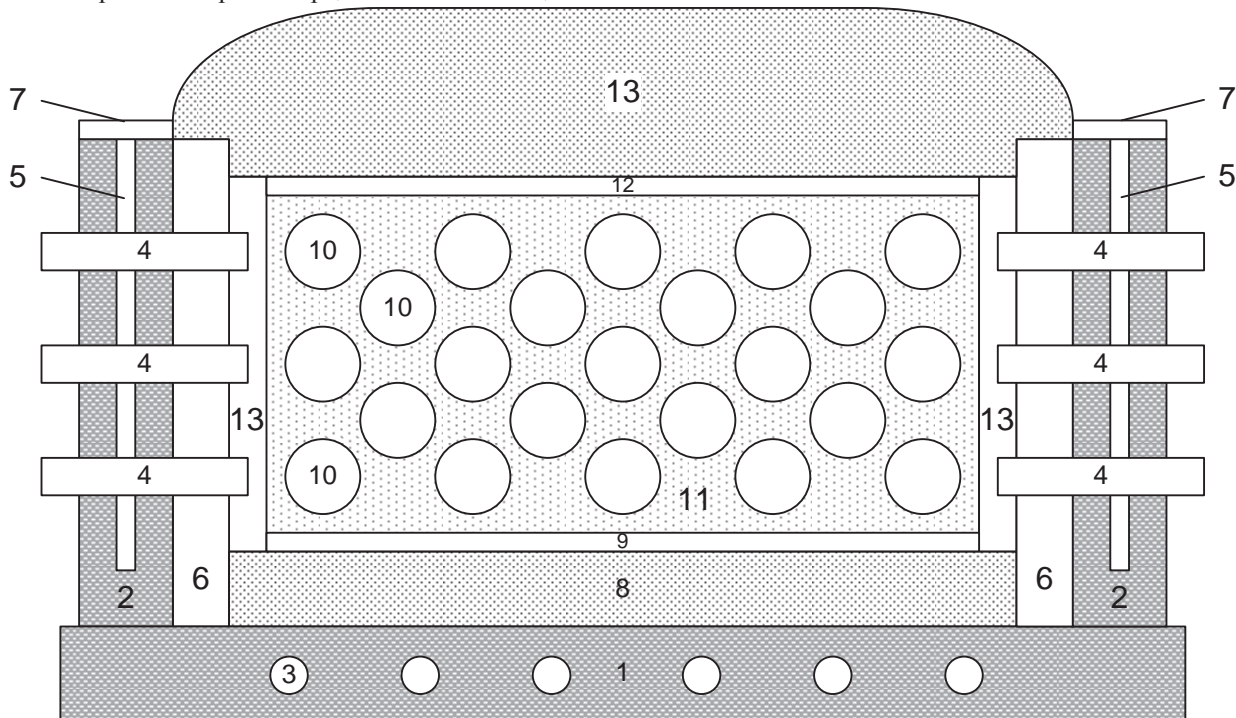


Рис.1 - Схематичне зображення завантаження печі Ачесона

Після дрібного ремонту піч графітування завантажують для наступної кампанії.

Для цього под печі вкривають шаром теплоізоляційної шихти 8 завтовшки 500..900мм. теплоізоляційна шихта складається з гранульованого коксу фракції 0..10мм, піску та деревної тирси. Значну частину теплоізоляції може складати зворотна шихта.

Формування ядру печі відбувається таким чином: бічні та торцеві стінки відгороджують щитами так, щоб між ними та стінками існував вільний простір, потім на шар теплоізоляції 8 насипають шар металургійного коксу 9 фракції 10..25мм; після цього перпендикулярно до осі печі завантажують перший ряд електродних заготовок 10, а простір між самими заготовками заповнюється керованою пересипкою 11; за таким самим принципом утворюють наступні шари із електродними заготовками. Зазвичай пересипку виготовляють із гранульованого металургійного коксу фракції 10..25мм, або дрібнішою, за графітування дрібної електродної продукції. Верх ядру вкривають насипом із графітованого коксу 12. Коли ядро сформовано, простір між щитами та бічними стінками заповнюють теплоізоляційною шихтою (на рисунку не вказано), а простір між щитами і торцевими стінками наповнюють графітованим коксом 13, після чого щити виймають. Наступним кроком є формування шару верхньої теплоізоляції 14 товщиною 500..800мм. [4, 6].

За свідченням багатьох авторів [4-7, 16, 17] температурний режим роботи печі графітування є визначальним, тобто таким, від якого фактично залежать техніко-економічні показники процесу графітування. Тому важливо, щоб математична модель процесу давала змогу розраховувати саме температурні поля процесу графітування у залежності від підведеної електричної потужності на різних режимах її роботи.

У подальшому спрощені математичні моделі будуть та досліджуються для чотирьох просторових точок, які найбільш суттєво впливають на ступінь графітування електродних заготовок, а саме: 1 – центр середньої заготовки, 2 – периферія середньої заготовки, 3 – центр пересипки середньої заготовки, 4 – периферія пересипки середньої заготовки.

Як керування використовується потужність електричного струму, що підводиться до печі графітування. Розрахункові значення температур отримані при максимальній силі струму 1000 кА та максимальній напрузі у 300 В.

Як початкова складна математична модель процесу графітування вуглецевих виробів у даній статті використана модель [16], а як метод спрощення моделі – метод, запропонований у [18], оснований на методі Фур'є.



Таким чином, метою даної статті є побудова та дослідження спрощеної математичної моделі процесу графітування вуглецевих виробів, яка б потребувала невеликого часу розрахунку та відповідала вимогам щодо її точності по відношенню до початкової математичної моделі.

Методика дослідження

Спрощення математичної моделі процесу графітування вуглецевих виробів полягає у апроксимації результатів розрахунків за початковою складною моделлю менш складною моделлю (моделлю із меншою кількістю рівнянь). Таким чином, для проведення апроксимації спочатку треба розрахувати змінні $T(\xi, t)$ (зразки) при різних значеннях керування $u(t)$ за допомогою початкової математичної моделі.

Отримані у результаті розрахунків зразки представлені у вигляді матриці

$$T_{\text{зраз}}(k) := \begin{bmatrix} \tilde{T}(\xi_1, t_1) & \tilde{T}(\xi_1, t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_1, t_K) \\ \tilde{T}(\xi_2, t_1) & \tilde{T}(\xi_2, t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_2, t_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{T}(\xi_N, t_1) & \tilde{T}(\xi_N, t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_N, t_K) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Ці дані по суті є рядом полів просторових змінних, що складаються з N точок, розрахованих для K моментів часу, які містять у собі інформацію щодо динаміки досліджуваного об'єкту.

Розрахунок розподілених у просторі змінних, що визначають стан досліджуваного процесу, здійснюється за формулою (2). Змінні $T(\xi, t)$ виражаються у вигляді ряду ортонормованих базисних векторів (БВ) $\varphi_i(\xi)$ координати ξ , кожна з яких помножена на функцію часу $a_i(t)$ (коефіцієнти Фур'є).

Позначимо:

$$a(k) := \text{col}\{a_i(t_k)\}_{i=1}^N \quad (4)$$

$$T(k) := \text{col}\{\tilde{T}(\xi_l, t_k)\}_{l=1}^N \quad (5)$$

$$\varphi_i := \text{col}\{\tilde{\varphi}_i(\xi_l)\}_{l=1}^N \quad \text{та} \quad \Phi := (\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \dots \quad \varphi_N). \quad (6)$$

Із урахуванням цього рівняння (2) можна записати так:

$$T(k) = \Phi a(k) \quad (7)$$

Оскільки стовпчики Φ формують ортонормований базис, то матриця Φ є ортогональною, що означає $\Phi^T \Phi = \mathbf{I}_N$, де \mathbf{I}_N – одинична матриця $N \times N$.

Для побудови спрощеної моделі (2) потрібно визначити БВ та коефіцієнти Фур'є. БВ $\varphi_i(\xi)$ розраховуються із даних, що сформували матрицю (3). Після цього, рівняння моделі мають бути перетворені на залежність між керуванням $u(t)$ і коефіцієнтами Фур'є $\{a_i(t)\}_{i=1}^n$. На цьому етапі застосовуються алгоритми системної ідентифікації [19]. У подальшому всі потрібні розрахунки були проведені, користуючись програмними пакетами Identification Toolbox, Simulink та програмними засобами Matlab [19].

Формування спрощеної математичної моделі

Згідно наведеної вище методики дослідження у результаті розрахунків за початковою складною математичною моделлю була сформована матриця (3), що містила інформацію про температуру в понад 125 тисячах просторових точках печі графітування протягом понад 350 моментів часу. Просторовий розподіл температур на момент часу графітування $h=60$ год. показаний на рис.2.

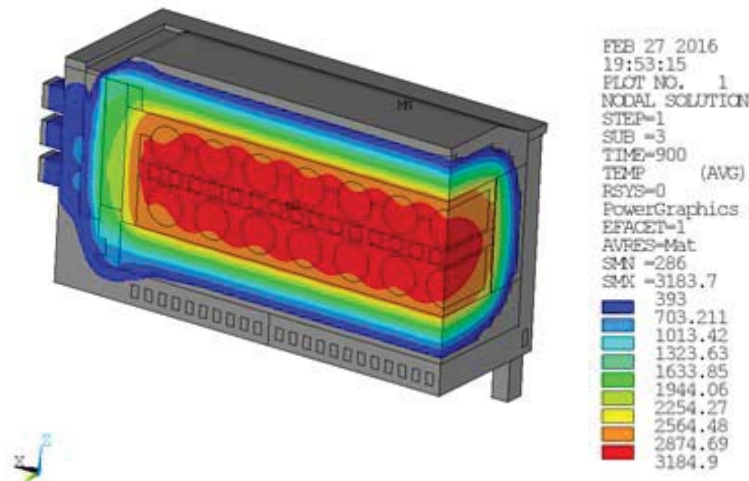


Рис. 2 - Розподіл температур у печі графітування на момент часу $h = 60$ год.



Розрахована матриця (3) містить біля півмільярда елементів. Зрозуміло, що обробляти матрицю такої вимірності достатньо складно. Тому з метою зменшення вимірності даної матриці, враховуючи високу інерційність печі графітування, була змінена дискретність вибірки у часі з 15 хвилин на 5 годин. Значення напруги електричного струму живлення, які діяли під час ординарної кампанії графітування, представлені у табл.1.

Для побудови спрощеної математичної моделі (2) процесу графітування потрібно визначити БВ φ_i (ζ) та коефіцієнти Фур'є $a_i(t)$. БВ φ_i визначаються за допомогою розкладу за сингулярними числами [20], а коефіцієнти Фур'є $a_i(t)$ з рівняння

$$A = [a(1) \ a(2) \ \dots \ a(K)] = \Phi^T T,$$

де Φ - матриця, що складається з базис-векторів.

Матрицю базисних векторів Φ навести у табличному вигляді змоги немає, так як кількість її елементів сягає декількох мільйонів. Натомість у табл.2 представлені коефіцієнти Фур'є.

Табл. 1 – Значення напруги струму живлення

0 годин	5 годин	10 годин	15 годин	20 годин	25 годин
176,8570	181,7470	185,1820	175,8120	197,0490	201,0580
30 годин	35 годин	40 годин	45 годин	50 годин	55 годин
201,6850	190,4080	166,9580	159,4460	132,1880	108,5130
60 годин	65 годин	70 годин	75 годин	80 годин	85 годин
103,5510	103,1030	0	0	0	0

Табл. 2 – Коефіцієнти Фур'є

n	60591 0,792 02537 7	64658 6,808 31874 2	66427 0,623 91974 9	64313 9,137 13370 5	61935 0,387 53007 3	59299 9,422 59249 5	55230 3,371 80905 6	48208 4,746 64889 1	41248 6,398 39675 9	35990 7,370 36015 5	31323 7,334 58497 0	26778 9,050 17182 5	23004 5,944 08021 3	19349 3,489 70617 6	16241 2,856 21096 6	12361 8,910 37842 8	99204 ,6459 27136 4	78739 ,5045 22051 4
t	28890 ,7888 40684 4	34520 ,2215 40003 4	33740 ,3624 43794 3	29541 ,9601 51830 3	24418 ,4875 48564 4	15830 ,5202 66907 6	2959, 29719 27236 8	- 14834 ,6191 45251 6	- 26032 ,6999 08589 2	- 35521 ,3921 70420 5	- 43769 ,2533 79771 7	- 48991 ,4961 80110 1	- 54610 ,0780 00503 4	- 58357 ,3168 83258 2	- 60552 ,1422 82706 6	- 58708 ,2304 51708 6	- 52800 ,5345 44179 2	- 46929 ,7123 43095 7
	60817 ,9140 88974 0	33266 ,6738 92235 9	17577 ,4978 38927 4	1056, 98803 02592 1	11027 ,2392 77863 5	22707 ,1190 95342 7	32758 ,8454 08085 0	33646 ,1324 78808 6	27805 ,8320 40873 4	23741 ,4228 94145 0	18052 ,6367 95062 7	10054 ,2412 07542 3	2833, 27649 19619 1	- 5153, 82910 40238 0	- 13324 ,1313 60003 7	- 25903 ,2746 28812 6	- 34701 ,2258 25399 4	- 39362 ,8654 68548 7
	17285 ,6669 46819 1	6420, 39351 41618 3	2149, 11922 01383 2	6835, 27148 54709 8	10658 ,2287 85394 8	10698 ,8165 29685 6	7981, 66324 11161 3	175,1 17401 65613 7	- 3920, 16110 56427 1	- 7700, 90114 94947 8	- 8666, 09721 78939 3	- 7962, 32144 51242 6	- 7446, 65769 30500 6	- 5611, 77051 84405 3	- 1877, 65329 78453 5	7616, 24247 38118 0	15122 ,7980 76102 1	16008 ,3990 30085 7
	6667, 10408 00380 0	- 748,2 00748 7	- 6964, 49018 17341 2	- 4620, 71297 14366 3	- 1603, 72544 86728 1	550,5 32419 49759 7	2252, 16555 71880 3	1022, 78438 76165 9	5359, 76632 69175 8	7200, 37166 17186 3	3667, 85297 78570 5	1521, 60745 85325 9	- 3804, 58554 24674 6	- 7105, 13554 82810 5	- 9255, 33495 20316 4	- 6859, 82901 79843 9	1955, 01763 99931 8	12962 ,0251 81012 1
	2896, 33006 47240 4	1214, 24248 23500 3	824,7 42404 48375 8	1245, 60737 56288 0	2054, 64409 63219 9	982,1 41452 60739 6	- 112,9 76881 64014 1	- 3553, 51644 89250 6	- 3893, 74070 96853 5	- 2790, 16426 62403 4	- 906,2 05323 06109 2	5026, 59382 10846 6	4743, 33062 84082 6	4947, 72422 54348 1	- 547,3 40132 63046 5	- 7211, 90823 75080 0	- 4878, 86088 30331 4	6 418,5 31960 66574
	893,2 98783 54267	- 3527, 86383 66937 9	- 2529, 42122 08077 1	- 2510, 39881 06506 1	- 770,2 39242 22760 2	1979, 53011 46460 2	4421, 54288 48345 3	3657, 01666 76651 6	234,3 53159 82727 0	- 4940, 14220 26361 0	- 3703, 58239 33848 4	- 942,2 47865 84233 8	1117, 25871 18275 9	2607, 28248 08609 8	1166, 60483 69338 9	- 597,9 05543 79678 6	- 731,9 05940 90787 2	- 20,66 72807 67962 5



	-	2100,	-	50,59	662,2	374,4	-	164,8	2231,	1766,	-	-	-	1596,	3634,	893,4	-	2394,
	697,3	52298	2106,	36582	73788	61785	1089,	09597	56796	36506	1899,	3007,	2665,	24910	09859	68431	4234,	27712
	45824	79304	11422	69907	24285	12803	15484	48796	86850	85783	29511	51342	31616	84819	46366	16668	88426	18395
	48436	5	59241	6	9	3	14665	0	5	6	20028	07816	43172	7	6	7	56721	4
	9		9				6				3	9	6				5	
	718,0	573,3	-	409,6	2246,	1840,	-	-	-	-	725,8	-	1062,	-	-	518,5	444,6	-
	48987	22747	3592,	45271	15910	94727	932,3	1328,	818,5	169,3	50864	55,62	01608	372,4	81,44	06296	62082	1163,
	84528	18988	17428	29310	84810	11185	04093	62516	15109	60981	52258	19963	28731	14813	40882	49953	89749	30424
	4	7	21726	2	9	1	68334	20211	85731	18606	3	69261	8	88352	16908	3	3	26141
			9				9	2	6	9		3		1	5			8
	1095,	-	556,6	719,7	849,1	-	-	-	-	759,6	598,8	780,2	-	-	445,2	1027,	-	418,6
	46292	2550,	94585	94102	42939	18,35	157,7	411,1	1281,	86556	97738	67995	959,7	437,6	46853	72233	1464,	69381
	09772	46590	07131	11189	52594	29501	11271	33937	59545	31982	66542	70163	84442	32841	23409	12428	43789	38861
	1	54976	7	3	3	10518	25466	91661	77384	4	7	6	61633	05163	7	7	73128	8
		2				2	1	3	9				1	5			8	
0	266,5	-	-	1280,	1193,	-	-	630,4	1347,	-	-	-	-	657,9	-	-	739,6	-
	06511	995,9	214,9	64306	01179	1248,	1427,	34860	35791	372,5	461,7	16,72	132,2	02233	191,3	940,8	33216	96,47
	99931	59841	83980	04027	70653	99766	27856	05947	79935	93603	95271	75436	72565	30357	34312	72121	94279	63293
	7	59334	52124	5	2	48645	74575	7	1	53250	04780	43539	40142	6	25268	83867	9	95771
		4	1			5	3			3	5	2	5		7	2		4

Для формування математичної моделі, яка зв'язує керування з коефіцієнтами Фур'є $\alpha_i(t)$, скористаємось моделлю авторегресії-ковного середнього [21]

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-na) = b_{1u} u(t-nk) + \dots + b_{nbu} u(t-nb-nk+1) + e(t),$$

коефіцієнти якої $a_1 \dots a_{na}$ обчислюються у результаті параметричної ідентифікації [22].

Структура спрощеної моделі, що розробляється, залежить від таких її параметрів, як na , nb , nk . Тому виникає потреба у проведенні дослідження, яка саме структура моделі є кращою. При цьому якість моделі будемо оцінювати за середньоквадратичною похибкою апроксимації.

Зрозуміло, що поставлена задача не зовсім коректна у зв'язку з тим, що варіантів моделей існує нескінченна кількість. Тому обмежимося такими граничними значеннями параметрів: $n=18$, na , nb та $nk=5$, 19 та 5 відповідно.

Дослідження точності спрощених математичних моделей

Нижче графічно представлені результати дослідження точності спрощених математичних моделей різних структур для чотирьох просторових точок, наведених вище.

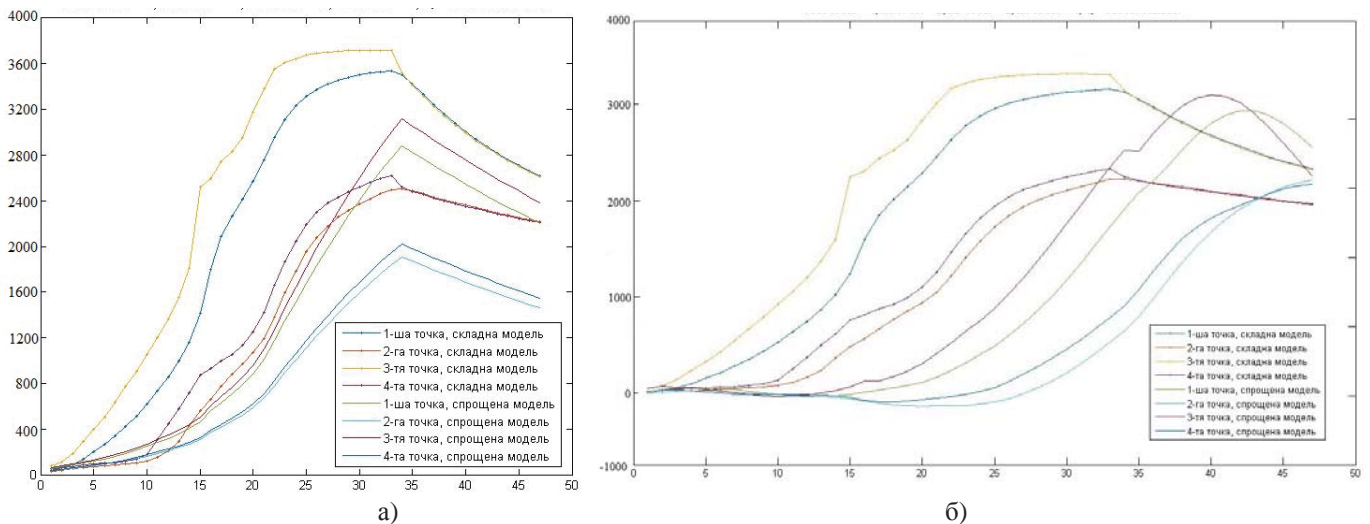


Рис.3 – Значення температур у контрольних точках

а) $n=6$, $na=1$, $nb=4$, $nk=1$, СКП- 256,3654

б) $n=6$, $na=1$, $nb=5$, $nk=1$, СКП- 221,4880

Як видно з рис.3 у обох випадках спрощена модель не достатньо точно відтворює дані, отримані зі складної моделі, а тому вищенаведені структури не можуть використовуватися у подальших дослідженнях.

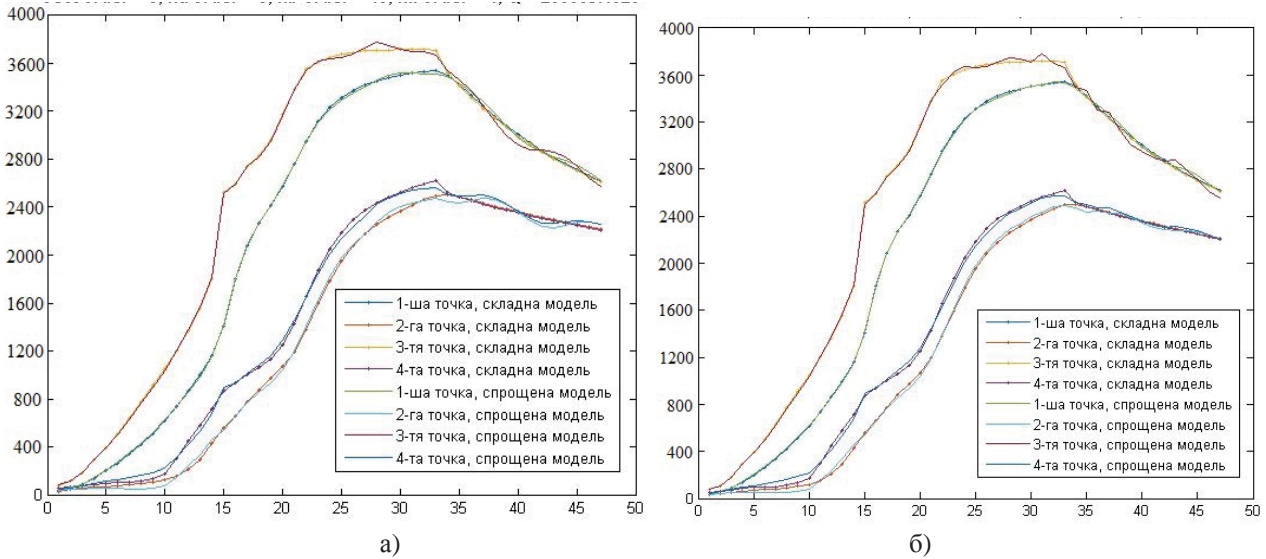


Рис.4 – Значення температур у контрольних точках
 а) $n-7, na-1, nb-2, nk-1$, СКП- 152,4117
 б) $n-7, na-1, nb-4, nk-1$, СКП- 122,3314

Графіки на рис.4 свідчать, що розглянуті структури спрощеної моделі досить непогано відтворюють значення температур у контрольних точках та все ж значення критерію якості залишається досить великим.

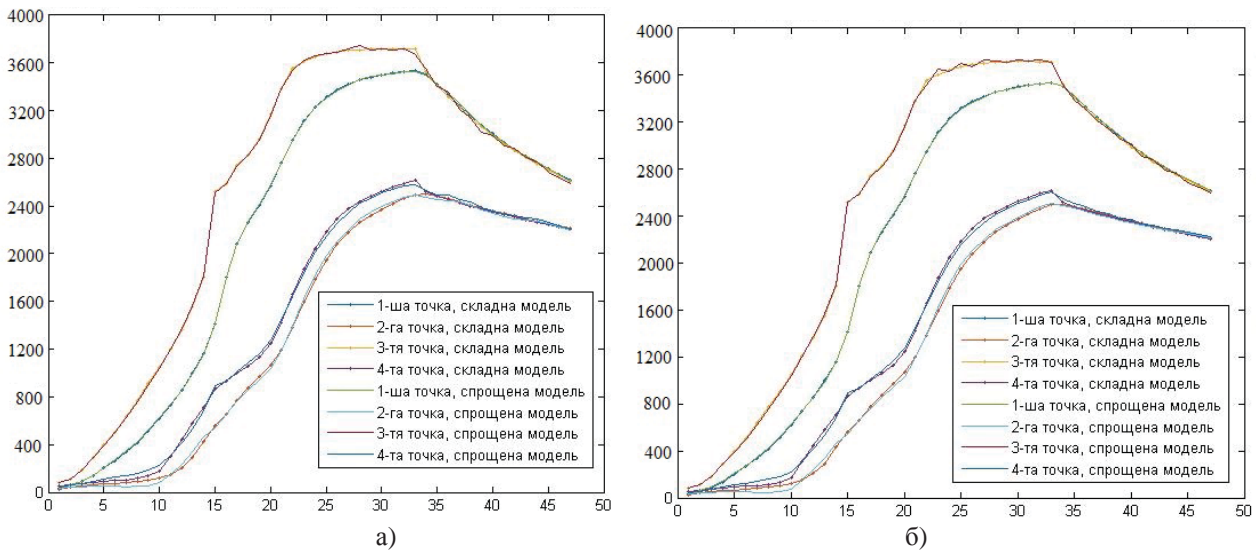


Рис.5 – Значення температур у контрольних точках:
 а) $n-7, na-2, nb-2, nk-1$, СКП- 108,5160
 б) $n-11, na-1, nb-2, nk-1$, СКП- 79,7619

Ще кращі результати щодо точності забезпечують спрощені моделі зі структурами, результати дослідження яких представлені на рис.5. У табл.3 наведено конфігурації десяти моделей, що мали найменшу похибку апроксимації.

Табл. 3 – Середньоквадратичні похибки апроксимації

n	na	nb	nk	Середньоквадратична похибка
11	1	2	1	79,7619
7	2	1	1	108,5160
7	1	4	1	122,3314
10	1	2	1	152,4117
7	1	5	1	160,5837



11	1	3	1	182,9811
12	1	2	1	190,7143
9	1	2	1	207,7594
6	1	5	1	221,4880
6	1	4	1	256,3654

Як видно із табл.2, практично відсутня будь-яка детермінована залежність між параметрами спрощеної моделі та точністю відтворення нею експериментальних даних. Найточнішою виявилась модель з параметрами $n=11$ та n_a, n_b та $n_k - 1, 2$ та 1 відповідно. Саме цю модель і будемо використовувати у подальших дослідженнях.

Висновки

У даній статті розв'язана задача побудови спрощеної математичної моделі процесу графітування вуглецевих виробів, яка відрізняється від відомих моделей практично нульовим часом її розрахунку. Проведене дослідження альтернативних спрощених моделей дозволило вибрати модель оптимальної структури, яка по точності у достатній мірі наближена до початкової складної математичної моделі.

Побудована спрощена математична модель надає можливість підвищити ефективність дослідження температурного режиму процесу графітування вуглецевих виробів за рахунок скорочення часу дослідження, визначати температури у будь-якій точці процесу, навіть там, де немає вимірювальних пристроїв. Дана модель може бути використана для синтезу системи керування процесом, а також у складі системи керування реальним часом.

Усі названі вище питання і становлять предмет подальших досліджень.

Література

- [1] Aris, Rutherford (1994). *Mathematical Modelling Techniques*, New York: Dover. ISBN 0-486-68131-9
- [2] Bender, E.A. (2000). *An Introduction to Mathematical Modeling*, New York: Dover. ISBN 0-486-41180-X
- [3] Шевяков А. А. Управление тепловыми объектами с распределенными параметрами / А. А. Шевяков, Р. В. Яковлева. – Москва: Энергоатомиздат, 1986. – 208 с.
- [4] Производство электродной продукции / [А. К. Санников, А. Б. Сомов, В. В. Ключников и др.]. — М. : Металлургия, 1985. — 129 с.
- [5] Чалых Е. Ф. Технология и оборудование электродных и электроугольных предприятий / Е. Ф. Чалых. — М. : Металлургия, 1972. — 432 с.
- [6] Кузнецов Д. М. Процесс графитации углеродных материалов. Современные методы исследования : монография / Д. М. Кузнецов, В. П. Фокин. — Новочеркасск : ЮРГТУ, 2001. — 132 с.
- [7] Physical processes modern investigation methods in power-intensive industrial equipments / E. N. Panov, A. Ya. Karvatsky, I. L. Shilovich [et al.] // *Aluminium of Siberia – 2008 : XIV Intern. conf. exhib.*, (Krasnoyarsk, Sept. 10—12, 2008) : proceedings of the conf. — Krasnoyarsk : «Verso», 2008. — P. 124—132.
- [8] Девятов Б. Н. Теория и методы анализа управляемых распределенных процессов / Б. Н. Девятов, Н. Д. Демиденко. – Новосибирск: Наука, 1983. – 271 с.
- [9] Бутковский А. Г. Теория оптимального управления системы с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – Москва: Наука, 1965. – 474 с.
- [10] Васильева А. Б. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений / А. Б. Васильева, В. Ф. Бутузов. – Москва: Высшая школа, 1990. – 208 с.
- [11] Маковский В. А. Динамика металлургических объектов с распределенными параметрами / В. А. Маковский. – Москва: Металлургия, 1971. – 384 с.
- [12] Рей У. Методы управления технологическими процессами / У. Рей. – Москва: Мир, 1983. – 368 с.
- [13] Чермак И. Динамика регулируемых систем в теплоэнергетике и химии / И. Чермак, В. Паперка, И. Заворка. – Москва: Мир, 1972. – 623 с.
- [14] Шевяков А. А. Инженерные методы расчета динамики теплообменных аппаратов / А. А. Шевяков, Р. В. Яковлева. – Москва: Машиностроение, 1968. – 314 с.
- [15] Рапопорт Э. Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами / Э. Я. Рапопорт. – Москва: Высшая школа, 2003. – 239 с.
- [16] Лелека, С. В. Теплоэлектрическое состояние печей графитирования Ачесона [Текст]: монография / С. В. Лелека, Е. Н. Панов, А. Я. Карвацкий и др. – К.: НТУУ «КПИ», 2014. – 238 с
- [17] Панов, Е. Н. Энергосбережение при производстве электродной продукции [Текст]: 3-й междунар. конгр./ Е. Н. Панов, С. В. Кутузов, А. Я. Карвацкий и др. // *Цветные металлы*. – Красноярск, 2011.
- [18] Жученко О.А. Метод спрощення математичних моделей об'єктів керування із розподіленими параметрами / О. А. Жученко, В. С. Цапар // *Міжнародний науково-виробничий журнал «Автоматизація технологічних і бізнес-процесів»* Vol. 7, issue 1/2015. С. 15-25.
- [19] Gilat, Amos (2004). *MATLAB: An Introduction with Applications 2nd Edition*. John Wiley & Sons. ISBN 978-0-471-69420-5.



- [20] П.І. Бідюк, О.С. Меньяйленко, О.В. Половцев. Методи прогнозування. - Луганськ: Альма-матер, 2008, 308 стр.
[21] Box George E. P., Jenkins Gwilym M. Time series analysis, forecasting and control. Holden-day, Inc., 1976.
[22] Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления: оценивание параметров и состояния / Эйкхофф П. – М. : Мир, 1975. – 683 с.

References

- [1] Aris, Rutherford (1994). Mathematical Modelling Techniques, New York: Dover. ISBN 0-486-68131-9
[2] Bender, E.A. (2000). An Introduction to Mathematical Modeling, New York: Dover. ISBN 0-486-41180-X
[3] Shevyakov A. A. Upravlenye teplovymy obektamy s raspredelennymy parametramy / A. A. Shevyakov, R. V. Yakovleva. – Moskva: Enerhoatomizdat, 1986. – 208 s.
[4] Proyzvodstvo elektrodnoy produktsyy / [A. K. Sannykov, A. B. Somov, V. V. Klyuchnykov y dr.]. — M. : Metallurhiya, 1985. — 129 s.
[5] Chalykh E. F. Tekhnolohyya y oborudovanye elektrodnykh i elektrouhol'nykh predpriyatyy / E. F. Chalykh. — M. : Metallurhiya, 1972. — 432 s.
[6] Kuznetsov D. M. Protsess hrafytatsyy uhlerodnykh materyalov. Sovremennyye metody yssledovaniya : monohrafiya / D. M. Kuznetsov, V. P. Fokyn. — Novocherkassk : YuRHTU, 2001. — 132 s.
[7] Physical processes modern investigation methods in power-intensive industrial equipments / E. N. Panov, A. Ya. Karvatsky, I. L. Shilovich [et al.] // Aluminium of Siberia – 2008 : XIV Intern. conf. exhib., (Krasnoyarsk, Sept. 10–12, 2008) : proceedings of the conf. — Krasnoyarsk : «Verso», 2008. — P. 124–132.
[8] Devyatov B. N. Teoriya y metody analiza upravlyaemikh raspredelennikh protsessov / B. N. Devyatov, N. D. Demydenko. – Novosybyrsk: Nauka, 1983. – 271 s.
[9] Butkovskyy A. H. Teoriya optimal'noho upravleniya systemi s raspredelennymy parametramy / A. H. Butkovskyy. – Moskva: Nauka, 1965. – 474 s.
[10] Vasylyeva A. B. Asymptoticheskiye metody v teoryi synhulyarnykh vozmushcheniy / A. B. Vasylyeva, V. F. Butuzov. – Moskva: Vysshaya shkola, 1990. – 208 s.
[11] Makovskyy V. A. Dinamiyka metallurhicheskyykh obektov s raspredelennymy parametramy / V. A. Makovskyy. – Moskva: Metallurhiya, 1971. – 384 s.
[12] Rey U. Metody upravleniya tekhnolohicheskymy protsessamy / U. Rey. – Moskva: Myr, 1983. – 368 s.
[13] Chermak Y. Dinamiyka rehulyruemikh system v teploenerhetyke y khymyy / Y. Chermak, V. Paperka, Y. Zavorka. – Moskva: Myr, 1972. – 623 s.
[14] Shevyakov A. A. Ynzhenernie metody rascheta dinamiyki teploobmennikh apparatov / A. A. Shevyakov, R. V. Yakovleva. – Moskva: Mashynostroeniye, 1968. – 314 s.
[15] Rapoport Э. Ya. Strukturnoe modelirovaniye obektov y system upravleniya s raspredelennymy parametramy / Э. Ya. Rapoport. – Moskva: Vysshaya shkola, 2003. – 239 s.
[16] Leleka, S. V. Teploelektrycheskoye sostoyaniye pechey hrafytyrovaniya Achesona [Tekst]: monohrafiya / S. V. Leleka, E. N. Panov, A. Ya. Karvatsky y dr. – K.: NTUU «KPY», 2014. – 238 s.
[17] Panov, E. N. Enerhosberezheniye pry proyzvodstve elektrodnoy produktsyy [Tekst]: 3-y mezhdunar. konhr./ E. N. Panov, S. V. Kutuzov, A. Ya. Karvatsky y dr. // Tsvetnie metalli. – Krasnoyarsk, 2011.
[18] Zhuchenko O.A. Metod sproshchenniya matematichnykh modeley ob'yektiv keruvannya iz rozpodilennykh parametramy / O. A. Zhuchenko, V. S. Tsapar // Mizhnarodny naukovy-vyrobnychy zhurnal «Avtomatyzatsiya tekhnolohichnykh i biznes-protseviv» Vol. 7, issue 1/2015. S. 15-25.
[19] Gilat, Amos (2004). MATLAB: An Introduction with Applications 2nd Edition. John Wiley & Sons. ISBN 978-0-471-69420-5.
[20] P.I. Bidyuk, O.S. Menyaylenko, O.V. Polovtsev. Metody prohnozuvannya. - Luhans'k: Al'ma-mater, 2008, 308 str.
[21] Box George E. R., Jenkins Gwilym M. Time series analysis, forecasting and control. Holden-day, Inc., 1976.
[22] Eykhhoff P. Osnovi identyfikatsyy system upravleniya: otsenyva nye parametrov i sostoyaniya / Eykhhoff P. – M. : Myr, 1975. – 683 s.