

УДК 514.18

## **МОДЕЛЮВАННЯ РОЗДРІБНЕННЯ ГАЗОВОЇ БУЛЬБАШКИ НА ОСНОВІ АНАЛОГІЇ З ХИТНОЮ ПРУЖИНОЮ**

Шевченко С.М.

*Національний університет цивільного захисту України (м. Харків,  
Україна)*

*Гасіння газорідними сумішами пожеж у вертикальних резервуарах, що містять легкозаймисті рідини, повинно супроводжуватись постійним роздрібнюванням у цих сумішах газових бульбашок. Механічний спосіб дозволяє роздрібнювати бульбашки завдяки акустичним хвилям тиску, утвореними ударами по металевій мембрані. Більш прогресивний спосіб роздрібнення передбачає вплив акустичної хвилі безпосередньо на бульбашки. Це дозволяє шляхом зміни частоти тиску втручатись у процес подрібнення бульбашки, що впливає на якість газорідної суміші. В роботах Петрова О.Г. та його учнів запропоновано резонансну модель подрібнення газової бульбашки в рідині у нестационарному полі тиску. Резонансне дроблення бульбашки в рідині здійснюється за рахунок перекачування енергії між радіальною і деформаційною модами коливань. При цьому спостерігається цікавий ефект - при відносно невеликій амплітуді змінного тиску акустичної хвилі у рідині розвивається досить велика амплітуда деформаційних коливань – завдяки якій і здійснюється дроблення бульбашки.*

*Особливість досліджень полягає у використанні для цього механічного аналогу – хитної пружини (swinging spring). Тобто різновиду маятника, який складається з точкового вантажу, приєднаного до невагомої пружини. Другий кінець пружини фіксується нерухомо. Досліджуються маятниковоподібні коливання пружини у вертикальній площині за умови збереження прямолінійності її осі. Доцільність вибору такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення динамічної системи «подрібнення бульбашки», коли нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою. Дійсно, у випадку бульбашки відбувається обмін енергіями між радіальними і деформаційними модами коливань.*

*В даній роботі цей феномен досліджується за допомогою математичного апарату хитної пружини, яка ілюструє обмін енергіями між маятниковими і пружинними коливаннями.*

*Ключові слова: хитна пружина, механіка Лагранжа, узагальнені координати, траєкторія вантажу.*

**Постановка проблеми.** Для гасіння легкозаймистих рідин у вертикальних резервуарах застосовується підпрошаркова технологія пожежогасіння. Вона передбачає подачу вогнегасної суміші безпосередньо в глибинні шари рідини. Для цього застосовується плівкоутворювальний фторсинтетичний піноутворювач. Піна не абсорбує на поверхні своїх бульбашок з легкозаймистою рідиною при проходженні через її шар і утворює на поверхні газонепроникну плівку. Такі властивості забезпечують умови ліквідації пожежі. Актуальними будуть питання підготовки фторсинтетичного піноутворювача, зокрема, для його ефективнішого використання виникає проблема роздрібнення бульбашок.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** В роботі [1] для підпрошаркового способу пожежогасіння запропоновано механічний метод роздрібнення бульбашок імпульсами акустичного тиску, які формувалися ударами по металевій мембрані. Прогресивніший спосіб роздрібнення полягає у безпосередньому впливі на газові бульбашки у рідині акустичною хвилею. В роботах [2-4] запропоновано резонансну модель подрібнення газової бульбашки в рідині. Резонансне дроблення бульбашки здійснюється за рахунок перекачування енергії між радіальної і деформаційними модами коливань. Показано, що при відносно невеликій амплітуді коливань тиску акустичної хвилі у рідині розвивається досить велика амплітуда деформаційних коливань для дроблення – завдяки якій і здійснюється дроблення бульбашки.

Особливість досліджень полягає у використанні для цього механічного аналогу – хитної пружини (swinging spring). Вона складається з точкового вантажу, приєднаного до невагомої пружини, другий кінець якої фіксується нерухомо. Досліджуються маятниковоподібні коливання пружини у вертикальній площині за умови збереження прямолінійності її осі.

Доцільність вибору такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення роздрібнення бульбашки за умови, що нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою [5, 6]. У бульбашки відбувається обмін енергіями між радіальними і деформаційними коливаннями. Цей факт в даній роботі досліджується за допомогою математичного апарату хитної пружини, де аналогічно здійснюється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями. В результаті поставлена задача розробити практичний спосіб геометричного моделювання роздрібнення газової бульбашки.

**Формулювання цілей статті.** Розробити інженерний спосіб унаочнення процесу роздрібнення сферичної газової бульбашки з використанням хитної пружини як аналогу цього процесу.

**Основна частина.** Використаємо спосіб, описаний в роботі [7], для визначення періодичної траєкторії вантажу хитної пружини (рис.1) з рухомою точкою кріплення. Закон руху точки задамо функцією  $y=f(t)$ . Також задані маса  $m$  вантажу, жорсткість  $k$  пружини, початкова довжина  $h$  пружини у ненавантаженому стані, а також початкові умови виникнення коливань. У якості узагальнених координат оберемо значення кута  $u(t)$ , який вісь хитної пружини утворює з вертикальною віссю  $Oy$ , а також величину  $v(t)$ , пов'язану зі зміною довжини пружини в часі. Тоді координати точкового вантажу обчислимо так:

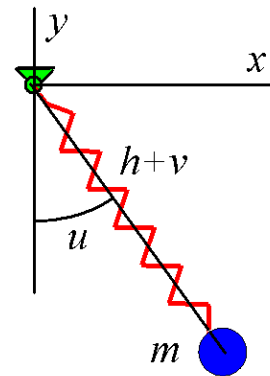


Рис. 1. Схема хитної пружини

$$x = (h + v)\sin u; \quad y = -(h + v)\cos u. \quad (1)$$

Лагранжیان задамо як різницю кінетичної і потенціальної енергій:

$$L = 0.5m \left( \left( \frac{dv}{dt} \right)^2 + v^2 \left( \frac{du}{dt} \right)^2 \right) - 0.5k(v - h)^2 - m \left( 9.81 + \frac{d^2 f}{dt^2} \right) v \cos u. \quad (2)$$

В результаті маємо систему рівнянь Лагранжа другого роду:

$$2m \frac{d^2 v}{dt^2} + m \frac{d^2 f}{dt^2} \cos u - 2mv \left( \frac{du}{dt} \right)^2 + k(v - h) + 9.81m \cos u = 0; \quad (3)$$

$$-2v \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{d^2 f}{dt^2} \sin u - 4 \frac{du}{dt} \frac{dv}{dt} + g \sin u = 0.$$

Для прикладу розглянемо хитну пружину з параметрами  $m = 15$ ;  $k=202.8$ ;  $h=2.5$  і з початковими умовами  $u(0)=2.5$ ;  $du(0)=0$ ;  $v(0)=0$ ;  $dv(0)=3$ . Закон руху точки кріплення задамо функцією  $y=0.25\sin(t)$ . Всі величини в умовних одиницях. Ці параметри обрано так, щоб хитна пружина була в стані резонансу [7]. Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь (3) відносно функцій  $u(t)$  і  $v(t)$ . Для побудови траєкторії руху вантажу хитної пружини слід у виразі (1) віртуальних координат  $(x, y)$  підставити одержані розв'язки системи (3). В результаті знайдемо графіки відстаней від рухомої точки до відповідних координатних осей (рис. 2 і рис. 3), а також наближене зображення траєкторії руху вантажу хитної пружини з рухомою точкою кріплення (рис. 4).

Графіки відстаней показують, що періоди горизонтальних коливань приблизно у два рази більше періодів вертикальних коливань. Це вказує на те, що хитна пружина буде у стані резонансу. Це підтверджує і періодична траєкторія руху її вантажу.

Об'єднаймо задачу про дроблення газової бульбашки з розглянутої вище задачею про хитну пружину.

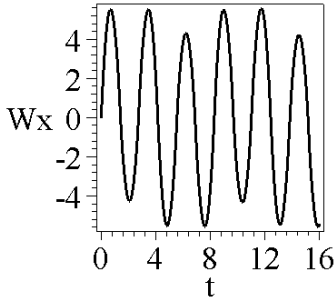


Рис. 2. Графік відстаней до осі  $Oy$

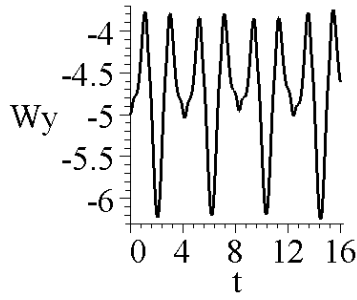


Рис. 3. Графік відстаней до осі  $Ox$

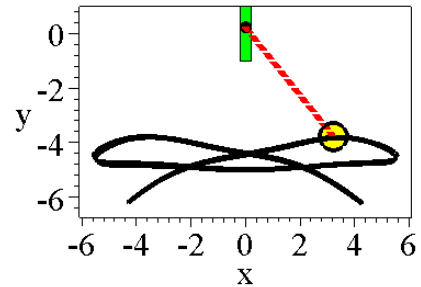


Рис. 4. Траєкторія вантажу хитної пружини

При виведенні з рівноважного стану газової бульбашки виникають коливання, які можна розділити на два класи - радіальні, пов'язані зі зміною об'єму при незмінній (сферичній) формі, і деформаційні, зумовлені зміною геометричної форми.

Для побудови аналогії процесу дроблення газової бульбашки з коливанням хитної пружини необхідно встановити зв'язок між їх компонентами. А саме - радіальній моді коливань бульбашки відповідає координата точкового вантажу пружини по вертикалі, а деформаційній моді - координата по горизонталі. Вібрації точки підвісу пружинного маятника відповідає змінний тиск в рідині, який генерується поза рідиною з метою дроблення бульбашки.

У резонансному випадку радіальна і деформаційні моди коливань періодично міняються місцями, і енергія однієї моди переходить в іншу, чим і обумовлена цікавість до феномену хитної пружини. При перекачуванні енергії радіальних коливань амплітуда резонансної деформаційної моди коливання бульбашки аномально різко зростає, що дає змогу роздрібнити бульбашка в рідині при порівняно малих енергетичних витратах на генерування змінного зовнішнього акустичного поля тисків. Тобто при відносно невеликій амплітуді тиску акустичної хвилі розвивається досить велика амплітуда деформаційних коливань, завдяки чому і відбувається дроблення газової бульбашки.

Позначимо радіальну і деформаційну моди коливань як  $r$  і  $d$ , відповідно. Тоді для побудови певних фаз процесу роздрібнення газової бульбашки можна використати рівняння

$$F = (f_1 + f_2 + |f_1 - f_2|)d + f_0(1 - d) = 0, \quad (4)$$

де  $f_0 = 4r^2 - x^2 - y^2 - z^2$ ;  $f_1 = r^2 - (x - 1)^2 - y^2 - z^2$ ;

$$f_2 = r^2 - (x + 1)^2 - y^2 - z^2.$$

Адже мода коливань описує цілий клас перетворень. У нашому випадку - всі можливі радіальні коливання, а також всі можливі деформаційні коливання.

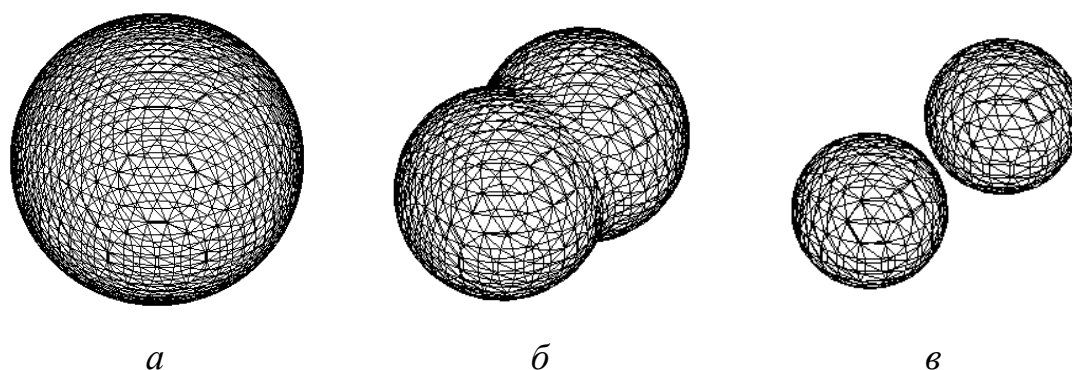


Рис. 3. Геометрична модель фаз роздрібнення бульбашки ( $r=0.5$ ):  
 $a$  – початкова ( $d=0$ );  $b$  – проміжна ( $d=0.5$ );  $c$  – заключна ( $d=1$ ).

Резонансний стан хитної пружини (рис. 2 та коментарі до нього) дозволяє визначити значення радіальної і деформаційної мод коливань. На рис. 3 наведено зображення певних фаз процесу роздрібнення для  $r = 0.5$  і  $d = 1$ . Процес роздрібнення можна продемонструвати з використанням комп'ютерної анімації.

**Висновки.** Процес роздрібнення сферичної газової бульбашки можливо пов'язати з коливаннями хитної пружини як його аналогу.

### *Література*

1. Гасенко В.Г., Горелик Р.С., Тимкин Л.С. Метод формирования полидисперсной газожидкостной смеси. *Международный научно-исследовательский журнал*, № 10 (41), Ч. 4, Ноябрь, 2015. С. 14-20
2. Вановский В.В., Петров А.Г. Условие резонансного дробления газового пузырька в акустической волне в жидкости. *ДАН*. Т. 469, № 2, 2016. С. 162–166.
3. Вановский В.В., Петров А.Г. Резонансный механизм дробления газового пузырька в жидкости. *ДАН*. Т.444, № 4. 2012. С. 385–385.
4. Вановский В.В., Петров А.Г. Колебания газового пузырька в жидкости при резонансе частот радиальной и произвольной осесимметричной моды колебаний 2:1. *ДАН*. Т. 437, №3. 2011. С. 331–335.
5. Петров А. Г., Фомичев А. В. Колебания газового пузыря в жидкости при резонансе частот радиальных и деформационных колебаний 2:1. *Механика жидкости и газа*. № 2, 2009. С. 102-115.
6. Вановский В.В., Петров А.Г. Пружинная аналогия нелинейных колебаний пузырька в жидкости при резонансе. *Прикладная математика и механика*. Т. 81, № 4. 2017. С. 445–461.
7. Семків О.М., Шевченко С.М. Комп'ютерне моделювання траєкторії переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвіски. *Znanstvena misel journal*, Slovenia, Vol.1, №40, 2020. С. 54-66.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДРОБЛЕНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА НА ОСНОВЕ АНАЛОГИИ С КАЧАЮЩЕЙСЯ ПРУЖИНОЙ

Шевченко С.Н.

*Тушение газожидкостными смесями пожаров в вертикальных резервуарах, содержащих легковоспламеняющуюся жидкости, должно сопровождаться постоянным дроблением в этих смесях газовых пузырьков. Механический способ позволяет раздроблять пузырьки благодаря акустическим волнам давления, образованными ударами по металлической мембране. Более прогрессивный способ дробления предполагает воздействие акустической волны непосредственно на пузырьки. Это позволяет путем изменения частоты давления вмешиваться в процесс измельчения пузырьков, что отражается на качестве газожидкостной смеси.*

*В работах Петрова А.Г. и его учеников предложено резонансную модель измельчения газового пузырька в жидкости в нестационарном поле давления. Резонансное дробление пузырька в жидкости осуществляется за счет перекачки энергии между радиальной и деформационной модами колебаний. При этом наблюдается интересный эффект - при относительно небольшой амплитуде переменного давления акустической волны в жидкости развивается достаточно большая амплитуда деформационных колебаний - благодаря которой и осуществляется дробление пузыря.*

*Особенность исследований заключается в использовании для этого механического аналога - качающейся пружины (swinging spring). То есть разновидности маятника, состоящего из точечного груза, присоединенного к невесомой пружине. Второй конец пружины фиксируется неподвижно. Исследуются маятниковые колебания пружины в вертикальной плоскости при условии сохранения прямолинейности ее оси. Целесообразность выбора такого аналога объясняется необходимостью изучения динамической системы «измельчение пузырька», когда нелинейно связанные колебательные компоненты обмениваются энергией между собой. Действительно, в случае пузырька происходит обмен энергиями между радиальными и деформационными модами колебаний.*

*В данной работе этот феномен исследуется с помощью математического аппарата качающейся пружины, который иллюстрирует обмен энергиями между маятниковыми и пружинными колебаниями.*

*Ключевые слова: качающаяся пружина, механика Лагранжа, обобщенные координаты, траектория груза.*

## **GAS BUBBLE CRUSHING MODELING BASED ON AN ANALOGY WITH A SWING SPRING**

Shevchenko S.

*Extinguishing fires in gas-liquid mixtures in vertical tanks containing flammable liquids should be accompanied by constant crushing of gas bubbles in these mixtures. The mechanical method makes it possible to crush the bubbles due to acoustic pressure waves generated by impacts on the metal membrane. A more progressive method of crushing involves the action of an acoustic wave directly on the bubbles. This allows you to intervene in the process of grinding the bubbles by changing the pressure frequency, which affects the quality of the gas-liquid mixture.*

*In the works of Petrov A. and his students proposed a resonant model of grinding a gas bubble in a liquid in an unsteady pressure field. Resonant fragmentation of a bubble in a liquid occurs due to the transfer of energy between the radial and deformation modes of vibrations. An interesting effect is observed - with a relatively small amplitude of the alternating pressure of the acoustic wave in the liquid, a sufficiently large amplitude of deformation vibrations develops - due to which the bubble is crushed.*

*A feature of research is the use for this mechanical analogue - a swinging spring (swinging spring). That is, a variety of a pendulum consisting of a point load attached to a weightless spring. The second end of the spring is fixed motionless. The pendulum oscillations of the spring in the vertical plane are studied, provided that its axis are straightforward. The feasibility of choosing such an analogue is explained by the need to study the dynamic system "grinding of the bubble" when nonlinearly coupled vibrational components exchange energy with each other. Indeed, in the case of a bubble, an energy exchange occurs between the radial and deformation modes of vibrations.*

*In this paper, this phenomenon is investigated using the mathematical apparatus of a swinging spring, which illustrates the energy exchange between pendulum and spring oscillations.*

*Keywords: swing spring, Lagrange mechanics, generalized coordinates, load path.*