

## АДАПТИВНОЕ ИЕРАРХИЧЕСКОЕ СЖАТИЕ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНЫХ СЕТОК

*Ошаровская Е. В.*

*Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,  
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1  
osharovskaya@mail.ru*

## АДАПТИВНЕ ІЄРАРХІЧНЕ СТИСНЕННЯ ДОВІЛЬНИХ ТРИКУТНИХ СІТОК

*Ошаровська О. В.*

*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,  
65029, Україна, м. Одеса, вул. Ковальська, 1.  
osharovskaya@mail.ru*

## ADAPTIVE HIERARCHICAL COMPRESSION OF ARBITRARY TRIANGULAR MESHES

*Osharovskaya E. V.*

*O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,  
1 Kovalska St., Odessa 65029, Ukraine.  
osharovskaya@mail.ru*

**Аннотация.** В этой статье рассматривается метод сеточного сжатия на основе масштабируемой декомпозиции, при которой коэффициенты разложения имеют компактное представление и меньшую энтропию, чем коэффициенты исходной сетки. Для произвольной треугольной сетки с нерегулярными связями, используется иерархическая схема упрощения, позволяющая адаптивно изменять разрешающую способность. Для процесса восстановления используется иерархическая модель коррекции предсказания положения вершин треугольников для следующего уровня. В произвольной триангуляционной сетке может быть эффективно закодирована связность треугольников.

**Ключевые слова:** сжатие, прогрессивные сетки, упрощение

**Анотація.** В даній статті розглянуто метод сіткового стиснення на основі масштабованої декомпозиції, при якій коефіцієнти розкладання мають компактне представлення та меншу ентропію по відношенню до коефіцієнтів вихідної сітки. Для довільної сітки з нерегулярними зв'язками, використовується ієрархічна схема спрощення, що дозволяє адаптивно змінювати роздільну здатність. Для процесу відновлення використовується ієрархічна модель корекції передбачення положення вершин трикутників для наступного рівня. В довільній триангулярній сітці може бути ефективно закодовано зв'язаність трикутників.

**Ключові слова:** Стиснення, прогресивна сітка, спрощення

**Abstract.** In this paper we present a mesh compression method based on a multiresolution decomposition whose detail coefficients have a compact representation and thus smaller entropy than the original mesh. Given an arbitrary triangular mesh with an irregular connectivity, we use a hierarchical simplification scheme, which generates a multiresolution model. By reversing the process we define a hierarchical progressive refinement process, where a simple prediction plus a correction is used for inserting vertices to form a finer level. We show how the connectivity of an arbitrary triangulation can be encoded efficiently by a coloring technique, and recovered incrementally during the progressive reconstruction of the original mesh.

**Keywords:** compression, progressive meshes, simplification

Стандарт MPEG-4 V2 предусматривает инструменты для кодирования 3D объектов, а именно, кодирование исходных 3D сеток, масштабирование уровня детальности (Level of Detail (LOD) Scalability), декодирование упрощённой версии сетки и представление объекта со сниженным пространственным разрешением.

Наиболее распространенным вариантом представления 3D геометрических моделей являются триангуляционные сетки. Хотя они сыграли заметную роль в компьютерной гра-

фике на протяжении длительного периода, только в последнее время больше внимания стало уделяться сеточным моделям для целей сжатия телевизионных изображений [1–5, 10]. С ростом популярности веб-приложений, вопросы сжатия и потоковых технологий сегодня важнее, чем когда-либо. Богатый опыт в области сжатия данных, и, в частности, изображений [11], не может быть непосредственно применен к триангуляционным сеткам, главным образом потому, что произвольные треугольные сетки не имеют регулярной структуры, как это имеет место в 2D изображения. В литературе приведено несколько алгоритмов сеточного сжатия. Их можно поделить на методы сокращения скорости цифрового потока о сетке в целом и прогрессивное сеточное сжатие, которое, в свою очередь, можно подразделить на две подгруппы: методы сжатия информации о связности (топологические данные вариантов примыкания треугольников друг к другу) и сжатие геометрических данных о сетках. Для достижения цели сжатия информация о связности используется способ кодирования без потерь, а геометрические данные кодируются либо без потерь, либо с потерями. Геометрия представлена набором координат вершин сетки. Для эффективного сжатия геометрических данных, координатные значения вершин первоначально квантуются с фиксированным количеством битов. Данные связности представляют собой список вершина / треугольников смежности, иногда такие данные также называют топологией. Известно, что топологические свойства триангуляционных моделей не изменяются при любых деформациях, производимых без разрывов или соединений. Топологическая модель определяется наличием и хранением совокупностей элементов и их взаимосвязей. В структуру топологической модели должны входить грани, ребра, вершины, инцидентность (взаимная принадлежность) ребер и вершин, связность элементов. Топологический анализ можно рассматривать как создание топологической модели и ее исследование для верификации исходной триангуляционной модели и оценки интегральных топологических свойств. В первоначальном представлении данных о топологии примерно в два раза больше, чем геометрических данных. Алгоритмы сжатия топологии обычно требуют использования устранения только статистической избыточности.

Современные методы сеточного сжатия геометрии основаны на технике треугольных полос (triangle strips) или пэччей (patch) [1, 12, 7]. Например, полученные с помощью трехмерного сканирования сетки обычно содержат очень много треугольников, и часто пользователю не нужна такая подробная поверхностная сетка. За счет разбиения на почти плоские участки и построения более грубой сетки на них можно получить новую поверхностную сетку с меньшим количеством треугольников. В [2–5] треугольная сетка проходится вдоль последовательностей треугольников, которые выглядят как очищенные полоски. Вершины вдоль полос кодируются как векторы смещения от точки, экстраполированной от предыдущих вершин вдоль полосок. Тоума и Гоцман [4] и независимо Россигнас [3] разработали методы, которые сжимают данные связности в среднем до 2 битов на вершину. Тем не менее, успешное сжатие только связности не достаточно до тех пор, пока сжатие геометрических данных доминирует в результатах. В самом деле, Денни и Сохлер [6] показали, что данные графа связности могут быть закодированы в нулевых битах перестановкой достаточно большого набора вершин. Это интересный теоретический результат, однако, слишком дорогой для компактного кодирования сетки. Современные методы сеточного сжатия в основном “плоские”, всего с одним дополнительным уровнем детализации [10]. Они не обладают желаемым свойством иерархической сетки [13], в которой каждый префикс закодированных данных является последовательным приближением к оригинальной 3D форме. Свойство прогрессивности важно для компенсации недостаточно высокой пропускной способности канала связи и неприемлемо большой задержки. Метод сжатия представленный здесь, основан на кратномасштабном разложении, которое по своей сути имеет свойство прогрессивности. В отличие от прогрессивных сеток, здесь объем данных, который необходим для восстановления оригинальной сетки, сопоставим с любым известным способом сетчатого сжатия.

**Декомпозиция на уровни с разным разрешением.** Вейвлеты являются универсальным инструментом для представления функций и анализа на уровне кратномасштабной детализации. В последние годы они привлекли к себе внимание в качестве механизма для анализа 3D-сеток [7]. Основная идея заключается в рекурсивной фильтрации, или декомпозиции заданной формы на уровни с низким и высоким разрешением (известным как уровень коэффициентов детализации). Уровни с низким разрешением являются достаточно хорошим приближением к первоначальной форме, в то время как коэффициенты детализации локально вносят свой вклад в мелкие детали. Если разложение является успешным, многие из коэффициентов детализации малы и их вклад в окончательную форму является незначительным. Многие методы сжатия изображений основаны на использовании пороговой схемы для исключения малозначимых коэффициентов [11].

Представление вейвлетами произвольных сеток в настоящее время является исследовательской задачей [13]. Пионерские работы Лоунсбери и соавт. [7] ввели вейвлеты, определенные над произвольными поверхностями, представленными сетками с разделимой связностью.

Методы крупномасштабного анализа для сжатия 3D сеток были применены только в терминах числа треугольников, представляющих сетку на различных уровнях детализации. Однако, можно предложить методы сжатия без потерь 3D-сетки, сжимающие данные с точки зрения общего количества битов, требуемых для представления сетки, и, в частности, для исходной сетки. Традиционные вейвлеты построены для регулярных структур. А в данном варианте предлагается использовать иерархическую схему упрощения триангуляционной сетки. Одним из важных свойств вейвлет-преобразования является его способность перераспределять энергию сигнала, концентрируя ее в малом числе каналов. Исходный сигнал разбивается на субполосы, и энергия концентрируется в одной субполосе, а именно – в низкочастотной (НЧ). Это уплотнение энергии ведет к эффективному применению скалярных квантователей. Для квантования областей с низкой энергией отводится меньшее количество бит, что обеспечивает сжатие. Однако такой подход не учитывает остаточную структуру, сохраняющуюся в вейвлет-коэффициентах, в особенности высокочастотных (ВЧ) субполосах. В ВЧ-субполосах имеются обычно большие области с нулевой или малой энергией. Области с высокой энергией повторяют свои очертания и местоположение от субполосы к субполосе. И это неудивительно, так как они появляются вокруг контуров в исходном изображении там, где вейвлет-преобразование на НЧ-уровнях вейвлет-разложения не может адекватно представить сигнал, что приводит к “утечке” части энергии в ВЧ-субполосы. Медленно изменяющиеся гладкие области исходного изображения хорошо описывают низкочастотные вейвлет-базисы, в результате происходит “упаковка” энергии в малом числе коэффициентов НЧ-области. Декодирование представляет иерархический процесс с постепенным увеличением детальности, в котором для восстановления вершин используется предсказание с коррекцией.

**Предсказание интерполируемых вершин.** Предположим, что начинаем с абстрактного множества отсчетов  $M_n$ . Множество можно разбить на два подмножества  $M_{n-1}$  и  $W_n$ , называемых вейвлет подмножествами. При объединении двух подмножеств, исходное множество  $M_n$  может быть восстановлено. Используя корреляцию, существующую в множестве, можно попытаться предсказать подмножество  $W_n$ , используя предсказатель  $P$  и полагая, что предсказанные элементы  $P(M_{n-1})$  близки к  $W_n$ . Тогда можно определить новые вейвлет-коэффициенты, как

$$\omega_n = W_n \oplus P(M_{n-1}), \quad (1)$$

Теперь исходное множество  $M_n$  можно представить как

$$M_n = M_{n-1} \oplus P(M_{n-1}) \oplus \omega_n, \quad (2)$$

Повторяя этот процесс, исходное множество может быть представлено подмножествами  $(M_0; \omega_n \dots \omega_1)$ . Если предсказание успешно, то коэффициенты  $\omega_n$  имеют малую величину и новое представление имеет меньшую энтропию, чем представления оригинала мно-

жества  $M_n$ . Такой метод предсказания используется в качестве одного из блоков в лифтинговой схеме [14], а также в многосеточных методах [13].

Предположим, что исходная сетка имеет разделимую матрицу топологии, тогда можно предложить различные схемы разделения и использовать разные операторы прогнозирования. Оригинальную сетку  $M_n$  можно разложить на  $M_{n-1}$  и  $W_n$ , применяя некоторый алгоритм прореживания его вершин [13], где  $W_n$  состоит из множества удаленных вершин, и  $M_{n-1}$  является упрощенной сеткой. Тогда путем интерполяции по треугольникам  $M_{n-1}$  мы создаем множество точек  $P$  ( $M_{n-1}$ ), которые служат в качестве прогноза для множества  $W_n$ . Векторы смещения между удаленными вершинами и интерполированными точками являются более короткими коэффициентами  $\omega_n$ , чем данные о вершинах.

Ключевая идея состоит в конструировании кратномасштабной произвольной сетки с нерегулярной связью. В отличие от традиционных вейвлетов, здесь домены неструктурированные, и поэтому уточнение не применяется на этапе восстановления. Схема интерполяции предсказывает точку, к которой добавляется вектор смещения для восстановления вершины  $P$ . Эта новая вершина вставляется в триангуляционную сетку, а также восстанавливается значение связности в  $M_{i+1}$ . Обратим внимание, что восстановление оригинальной топологии необходимо для правильного декодирования данных, закодированных на представлении  $M_{i+1}$ .

**Кодирование и декодирование.** Серия операций вставки вершин, восстанавливающих сетку, является обратной процедуре децимации сетки [15]. К исходной сетке  $M_i$  был применен алгоритм упрощения, процедурой итеративного прореживания множества вершин до получения упрощенной версии  $M_{i-1}$ . На каждой итерации выбранное множество  $U_i$  должно быть независимым. Удаление вершины из триангуляции требуется удалением всех ребер, подключенные к вершине и ретриангуляции с новым набором треугольников. Интерполяцией предсказывается набор точек, который служит в качестве основы для вектора смещения удаленных вершин. Предсказанные точки квантуется таким образом, что векторы перемещения могут быть представлены небольшим числом битов, меньшим, чем энтропия исходных вершин.

**Оператор предсказания.** В очередном пэтче оператор предсказания прогнозирует местоположение новой вершины на основе уже известных вершин пэтча  $\{V_i\}$  и их ближайших соседей. Не имея никаких предварительных знаний, наилучшим предположением будет рассматривать поверхность пэтча как гладкую и использовать прогноз, основанный на полиномиальной интерполяции по отношению к данной плоскости отсчета. Пусть  $v_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$ , и  $P$  предсказываемая точка “выше”  $v_c$ .

Если кодируемая вершина  $v$  действительно ближе к вершине  $v_c$ , тогда кодирование разницы  $[v - P]$  лучше, чем  $[v - v_c]$ . Конечно, так бывает не всегда. Предположим, что диаметр пэтча  $h$  и поверхность локально гладкая, при этом необходимое время поиска вектора предсказания и вершины  $\|P - v_c\| = O(h^2)$ , тогда как время поиска вектора  $\|v - P\|$  и вектора  $\|v - v_c\|$  пропорционально только  $O(h)$ .

Таким образом, предсказание следующей вершины  $v_c$  интерполяционным многочленом не зависит от размеров пэтча и при декодировании дает выигрыш во времени.

**Выводы.** Метод сжатия представленный выше, основан на компактном кодировании процесса уточнения вставки вершина, где кодируется связность промежуточных сеток. В отличие от предыдущих методов сжатия, которые используют последовательную линейную схему прогнозирования для кодирования перемещений, здесь используется пространственное предсказание. Преимуществом данного метода сжатия является то, что по своей сути он соответствует прогрессивной сетке. Таким образом, сжатые данные образуют поток вершинных вставок, которые постепенно уточняют грубую первоначальную сетку оригинальной мелкой сеткой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Michael F. Deering. Geometry compression / F. Deering Michael // SIGGRAPH 95 Conference Proceedings, Annual Conference Series. Los Angeles. – 06-11 August 1995. – P. 13–20
2. G. Taubin. Geometric compression through topological surgery / Taubin G., Rossignac J. // ACM Transactions on Graphics. – April 1998. – 17(2). – P.84–115
3. J. Rossignac. Edgebreaker: Compressing the incidence graph of triangle meshes. Technical Report GIT-GVU-98-17 / Rossignac J. // Georgia Institute of Technology Washington. – July 1998
4. C. Touma. Triangle mesh compression / Touma C., Gotsman C. // Graphics Interface'98. – June 1998. – P. 26–34
5. S. Gumhold. Real time compression of triangle mesh connectivity. In Michael Cohen, editor / Gumhold S., Straßer W. // SIGGRAPH 98 Conference Proceedings, Annual Conference Series. – Addison Wesley. – July 1998. – P. 133–140
6. M. Denny. Encoding a triangulation as a permutation of its point set / Denny M. and Sohler C. // Canadian Conference on Computational Geometry. – 1997. – P. 39–43
7. M. Lounsbery. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type / Lounsbery M., Tony D. DeRose, Warren J. // ACM Transactions on Graphics. – January 1997. – 16(1). – P. 34–73
8. P.J. Burt. The laplacian pyramid as a compact image code / Burt P. J., Adelson E. H // IEEE Trans. Communications. – April 1983. – 31(4). – P.532–540
9. William J. Schroeder. Decimation of triangle meshes / William J. Schroeder, Jonathan A. Zarge, and William E. Lorensen // Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings). – July 1992. – V. 26. – P. 65–70
10. G. Taubin. Progressive forest split compression / Taubin G., Gueziec A., Horn W., Lazarus F. // SIGGRAPH 98 Conference Proceedings. – Addison Wesley. – July 1998. – P. 123–132
11. D. Salomon. Data Compression, the complete reference / Salomon D. // Springer. – 1998
12. R. Bar-Yehuda. Time/space tradeoffs for polygon mesh rendering / Bar-Yehuda R., Gotsman C. // ACM Transactions on Graphics. – April 1996. – 15(2). – P.141–152
13. D. Cohen-Or Progressive Compression of Arbitrary Triangular Meshes / Cohen-Or D., Levin D., Remez O. // Computer Science Department School of Mathematical Sciences Tel Aviv University Tel Aviv 69978. – Israel fdaniel
14. W. Sweldens. The lifting scheme: A new philosophy in biorthogonal wavelet constructions / Sweldens W., Laine A. F., Unser M. // Wavelet Applications in Signal and Image Processing III. – Proc. SPIE 2569. – 1995. – P. 68–79
15. William J. Schroeder. Decimation of triangle meshes / William J. Schroeder, Jonathan A. Zarge, and William E. Lorensen // Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings). – July 1992. – V. 26. – P. 65–70

REFERENCES

1. Michael F. Deering. Geometry compression. In Robert Cook, editor, *SIGGRAPH 95 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, pages 13–20. ACM SIGGRAPH, Addison Wesley, August 1995. held in Los Angeles, California, 06-11 August 1995.
2. Gabriel Taubin and Jarek Rossignac. Geometric compression through topological surgery. *ACM Transactions on Graphics*, 17(2):84–115, April 1998.
3. Jarek Rossignac. Edgebreaker: Compressing the incidence graph of triangle meshes. Technical Report GIT-GVU-98-17, Georgia Institute of Technology Washington, July 1998.
4. C. Touma and C. Gotsman. Triangle mesh compression. *Graphics Interface'98*, pages 26–34, June 1998.
5. Stefan Gumhold and Wolfgang Straßer. Real time compression of triangle mesh connectivity. In Michael Cohen, editor, *SIGGRAPH 98 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, pages 133–140. ACM SIGGRAPH, Addison Wesley, July 1998.
6. M. Denny and C. Sohler. Encoding a triangulation as a permutation of its point set. In *Canadian Conference on Computational Geometry*, pages 39–43, 1997.
7. Michael Lounsbery, Tony D. DeRose, and Joe Warren. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type *ACM Transactions on Graphics*, 16(1):34–73, January 1997.
8. P.J. Burt and E.H Adelson. The laplacian pyramid as a compact image code. *IEEE Trans. Communications*, 31(4):532–540, April 1983.
9. William J. Schroeder, Jonathan A. Zarge, and William E. Lorensen. Decimation of triangle meshes. In Edwin E. Catmull, editor, *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings)*, volume 26, pages 65–70, July 1992.

10. Gabriel Taubin, Andr´e Guezic, William Horn, and Francis Lazarus. Progressive forest split compression. In Michael Cohen, editor, *SIGGRAPH 98 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, pages 123–132. ACM SIGGRAPH, Addison Wesley, July 1998.
11. David Salomon. *Data Compression, the complete reference*. Springer, 1998.
12. Reuven Bar-Yehuda and Craig Gotsman. Time/space tradeoffs for polygon mesh rendering. *ACM Transactions on Graphics*, 15(2):141–152, April 1996.
13. Progressive Compression of Arbitrary Triangular Meshes Daniel Cohen-Or David Levin Offir Remez Computer Science Department School of Mathematical Sciences Tel Aviv University Tel Aviv 69978, Israel fdaniel, levin, offirrg@math.tau.ac.il
14. W. Sweldens. The lifting scheme: A new philosophy in biorthogonal wavelet constructions. In A. F. Laine and M. Unser, editors, *Wavelet Applications in Signal and Image Processing III*, pages 68–79. Proc. SPIE 2569, 1995.
15. William J. Schroeder, Jonathan A. Zarge, and William E. Lorensen. Decimation of triangle meshes. In Edwin E. Catmull, editor, *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings)*, volume 26, pages 65–70, July 1992.