

УДК 514.18

## MAPLE-МОДЕЛІ РУХУ ЧАСТИНКИ ПОВЕРХНЕЮ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ЦИЛІНДРА

*А. В. Несвідомін, кандидат технічних наук*

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

E-mail: vit1986@ua.fm

**Анотація.** *Мета дослідження – розробка Maple-моделі руху частинки поверхнею гіперболічного циліндра..*

*Проведений обчислювальний експеримент з дослідження траєкторно-кінематичних властивостей руху частинки поверхнею гіперболічного циліндра за вихідних умов: форми та положення поверхні, місця та напрямку кидання частинки, її початкової швидкості та коефіцієнта тертя.*

*Продемонстровано, що рух частинки шорсткою поверхнею гіперболічного циліндрів суттєво залежить не тільки від кута нахилу їх прямолінійних твірних від вертикального положення, але і від кута положення осей відповідної напрямної кривої - гіперболи. Кількість змінних параметрів в обчислювальному експерименті для гіперболічного циліндра, наближається до дев'яти.*

**Ключові слова:** *супровідний тригранник, матеріальна точка, гіперболічний циліндр, траєкторія руху*

**Актуальність.** У багатьох технологічних процесах сільськогосподарського виробництва має місце рух частинок матеріалу шорсткими робочими поверхнями складної форми. Знання закономірностей руху частинки (як матеріальної точки) шорсткою поверхнею довільного положення в тривимірному просторі дозволяє провести розрахунок конструктивно-кінематичних параметрів робочих органів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналітичне виведення закону руху частинки будь-якою шорсткою поверхнею зводиться до складання системи диференціальних рівнянь 2-го порядку, шуканими залежностями яких є траєкторія частинки, її швидкість, прискорення, довжина пройденого шляху, сила нормальної реакції, час руху до її зупинки та інші траєкторно-кінематичні характеристики. Послідовність аналітичних перетворень виведення системи

диференціальних рівнянь і способи її розв'язку є досить трудомісткими. За останні десятиріччя (в період появи та розвитку комп'ютерних технологій) суттєвих змін в автоматизації методів виведення законів руху частинки шорсткою поверхнею складної форми не відбулося. В існуючих дослідженнях кожен науковець індивідуально здійснює аналітичні перетворення з метою отримання закону руху частинки у вигляді систем диференціальних рівнянь 2-го порядку, складність розв'язку яких суттєво залежить від форми поверхні. А тому перелік поверхонь, по яких було досліджено рух частинки, обмежується площиною, циліндром та конусом обертання, гвинтовим коноїдом, розгорнутим гелікоїдом.

Комп'ютерне моделювання руху частинки шорсткими поверхнями дозволяє відкинути громіздкі аналітичні перетворення, здійснюваних науковцем і забезпечити його зручним діалоговим режимом для проведення необхідних обчислювальних експериментів з аналізу руху частинки за різними вихідними умовами її кидання по будь-якій шорсткій поверхні, яка певним чином розташована в просторі [1].

**Мета дослідження** – розробка Maple-моделі руху частинки поверхнею гіперболічного циліндра..

**Матеріали і методи дослідження.** Оскільки аналітичні викладки формування законів руху частинки більшістю шорстких поверхонь 2-го порядку є досить громіздкими, то для цих поверхонь доцільно наводити тільки їх параметричні рівняння (вихідна умова) та одержаний закон руху (аналітичний результат) у проекціях на орт нормалі  $\mathbf{N}$  (сила  $F_N$  нормальної реакції) і орти  $\mathbf{u}$  і  $\mathbf{v}$  тригранника  $\mathbf{OuvN}$  або орти  $\mathbf{T}$  і  $\mathbf{P}$  тригранника  $\mathbf{OTPN}$  [2]. Доцільно результати досліджень співставляти з відповідними лістингами розроблених maple-моделей (див. geometry.com.ua) руху частинки по поверхні 2-го порядку, у яких показана вся послідовність аналітичних викладок.

**Результати досліджень та їх обговорення.** Параметричне рівняння гіперболічного циліндра довільного положення в системі декартових координат  $Oxyz$  запишемо у вигляді [3]:

$$R(u, v) = R \begin{bmatrix} \frac{au \cos(\vartheta) - \sqrt{a^2 + u^2} b \sin(\vartheta)}{a}, \\ \frac{b \sqrt{a^2 + u^2} \cos(\xi) \cos(\vartheta) + au \sin(\vartheta) \cos(\xi) - av \sin(\xi)}{a}, \\ \frac{b \sqrt{a^2 + u^2} \sin(\xi) \cos(\vartheta) + au \sin(\xi) \sin(\vartheta) + av \cos(\xi)}{a} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де:  $a, b$ -параметри форми напрямної гіперболи  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$  в площині  $Oxy$  з дійсною віссю  $Ox \equiv Oy$  (або ж у параметричному вигляді  $\left[ u, \frac{b \sqrt{a^2 + u^2}}{a} \right]$ );

$\vartheta, \xi$ -кути повороту циліндра відповідно навколо осі  $Oy$  і  $Ox$ .

На рисунку а побудовано траєкторії  $r(t)$  та графіки швидкості  $V(t)$  частинки залежно від коефіцієнта тертя  $f = 0.01, 0.15, 0.3, 0.45$  при куту кидання  $\alpha_0 = 150^\circ$  та початковому положенні  $u_0 = -1, v_0 = 0$ . Частинка з коефіцієнтом тертя  $f = 0.45$  зупиниться найпершою - через проміжок часу  $t \cong 1.5$  с.

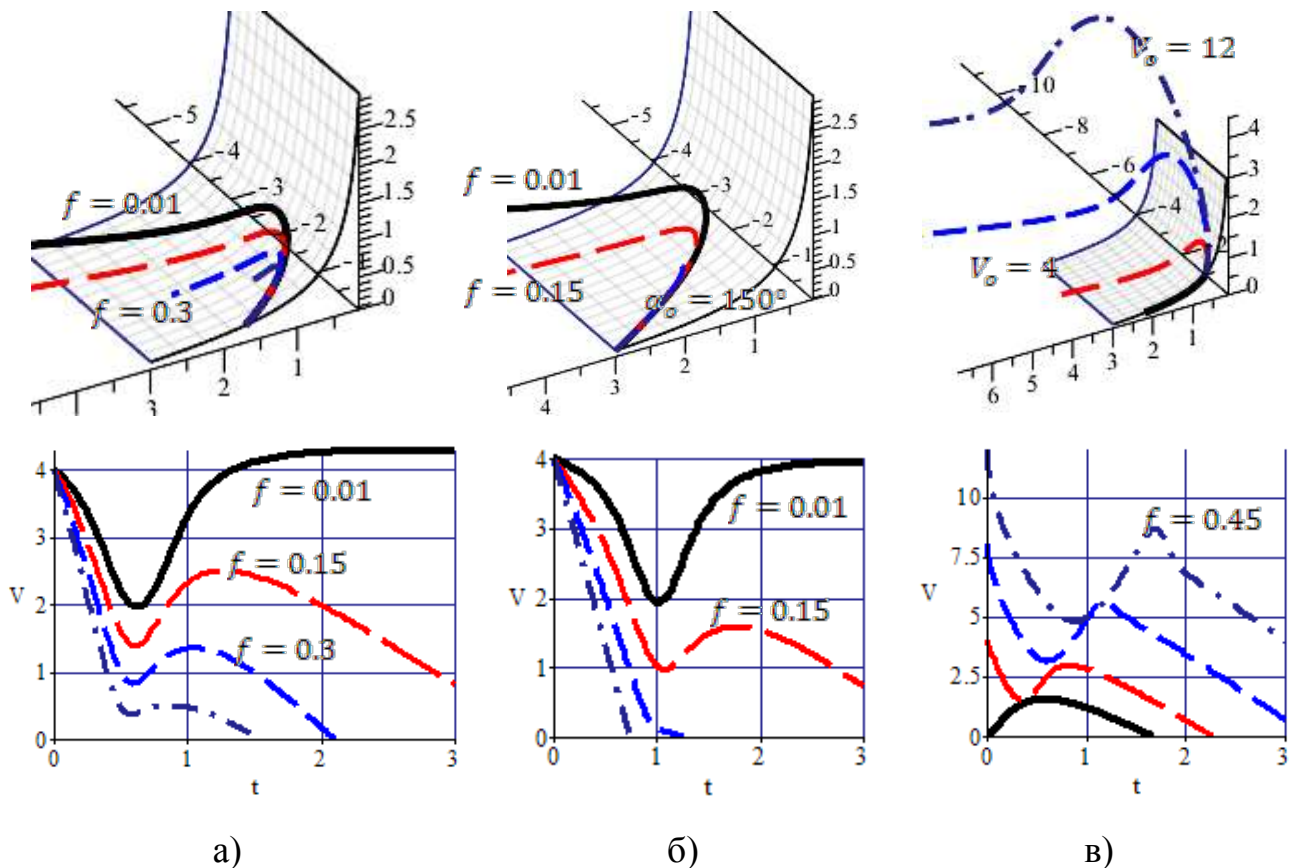


Рис. Траєкторії  $r(t)$  частинки та графіки її швидкості  $V(t)$  для різних параметрів форми поверхні та коефіцієнта тертя

Якщо початкове положення частинки взяти дещо нижче ( $u_o = -2$ ), то проміжки часу до повної її зупинки стануть меншими (рисунок б). Чим більша початкова швидкість  $V_o = 0.1, 4, 8, 12$  частинки, тим вище вона підніметься по поверхні гіперболічного циліндра при її киданні в сторону його ввігнутості (рисунок з). Наприклад, при заданому коефіцієнті тертя  $f = 0.3$ , початковому положенні  $u_o = 0$ ,  $v_o = 0$  і куту кидання  $\alpha_o = 175^\circ$ , частинка з початковою швидкістю  $V_o = 0.1 \text{ м/с}$  майже відразу почне рухатися назаднабираючи швидкість, а потім сповільнюючись повністю зупиниться.

### Висновки і перспективи.

1) Підтверджено широкі можливості розробленого методу комп'ютерного моделювання руху частинки шорсткою поверхнею гіперболічного циліндра.

2) Наведено особливості аналітичних викладок при формуванні законів руху частинки в проекціях на орти супровідних тригранників  $OuvN$  та  $OTPN$ , при виборі незалежного параметра часу  $t$ , положення  $u$  та напрямку  $\alpha$ .

3) Проведено комплекс обчислювальних експериментів з дослідження траєкторно-кінематичних властивостей руху частинки поверхнею гіперболічного циліндра за вихідних умов: форми та положення поверхні, місця  $[u_o, v_o]$  та напрямку  $\alpha_o$  кидання частинки, її початкової швидкості  $V_o$  та коефіцієнта тертя  $f$ .

4) Продемонстровано, що рух частинки шорсткою поверхнею гіперболічного циліндрів суттєво залежить не тільки від кута  $\xi$  нахилу їх прямолінійних твірних від вертикального положення, але і від кута  $\theta$  положення осей відповідної напрямної кривої - гіперболи. Кількість змінних параметрів в обчислювальному експерименті для гіперболічного циліндра, наближається до дев'яти: 1)  $a, b$  – параметри форми напрямної гіперболи; 2)  $\xi, \theta$  - параметри положення осей гіперболи в тривимірному просторі  $Oxyz$ ; 3)  $[u_o, v_o]$  – початкове положення частинки на поверхні; 4)  $V_o, \alpha_o$  – початкові швидкість та кут кидання частинки; 5)  $f$  – коефіцієнт тертя.

5) На прикладі формування законів руху частинки шорсткими нелінійчатиими поверхнями в середовищі комп'ютерної алгебри Maple, показано

можливість взагалі не унаочнювати послідовність громіздких аналітичних перетворень. У цьому випадку, користувачу моделі дослідження руху частинки шорсткою поверхнею достатньо тільки задавати вихідні умови кидання частинки та формувати набір досліджуваних траєкторно-кінематичних характеристик.

### **Список літератури**

1) Несвідомін А.В. Дослідження руху частинки по шорсткій поверхні двопорожнинного гіперболоїда обертання / А.В. Несвідомін // Матеріали IV-ї міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність». - К.: НТУУ «КПІ», 2015. - С.172-175.

2) Пилипака С.Ф. Кінематична інтерпретація руху супровідних тригранників Френе і Дарбу через внутрішні параметри кривих / С.Ф. Пилипака // Науковий вісник НАУ. - К.: НАУ, 1998. - Вип.4. - С.143-146.

3) Пилипака С.Ф. Траєкторно-кінематичні властивості руху частинки по шорсткій поверхні гіперболічного циліндра довільного положення / С.Ф. Пилипака, А.В. Несвідомін // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького. - Мелітополь: МДПУ, 2014. - Вип.2. - С.76-82.

### **References**

1. Nesvidomin, A.V. (2015). Doslidzhennia rukhu chastynky po shorstkii poverkhni dvoporozhnynnoho hiperboloida obertannia [Investigation of the motion of a particle on a rough surface of a two-cavity hyperboloid of rotation]. [Materialy IV-i mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodykh vchenykh «Prykladna heometriia, dyzain ta ob'iekty intelektualnoi vlasnostita innovatsiina diialnist». Kyiv.: NTUU «KPI», 172-175.

2. Pylypaka, S.F. (1998). Kinematychna interpretatsiia rukhu suprovidnykh tryhrannykiv Frene i Darbu cherez vnutrishni parametry kryvykh [Kinematical interpretation of the motion of the accompanying Fresnel and Darboux triangles through the internal parameters of the curves]. Naukovyi visnyk NAU, 4, 143-146.

3. Pylypaka, S.F., Nesvidomin, A.V. (2014). Traiektorno-kinematychni vlastyvosti rukhu chastynky po shorstkii poverkhni hiperbolichnoho tsylindra dovilnoho polozhennia [Trajectory-kinematic properties of motion of a particle on a rough surface of a hyperbolic cylinder of arbitrary position]. Suchasni problemy modeliuвання: zb. nauk prats MDPU im. B. Khmelnytskoho. Melitopol: MDPU, Vol. 2, 76-82.

## MAPLE-модели ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ПО ПОВЕРХНОСТИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

*А. В. Несвидомин*

**Аннотация.** Цель исследования - разработка Maple-модели движения частицы по поверхности гиперболического цилиндра .

Проведен вычислительный эксперимент по исследованию траекторно-кинематических свойств движения частицы по поверхности гиперболического цилиндра по исходным условиям: форма и положение поверхности, место и направление бросание частицы, ее начальная скорость и коэффициент трения.

Продемонстрировано, что движение частицы по шероховатой поверхности гиперболического цилиндра существенно зависит не только от угла наклона их прямолинейных образующих от вертикального положения, но и от угла положения осей соответствующей направляющей кривой - гиперболы. Количество переменных параметров в вычислительном эксперименте для гиперболического цилиндра приближается к девяти.

**Ключевые слова:** *сопроводительный трехгранник, материальная точка, гиперболический цилиндр, траектория движения*

## MAPLE-MODELS OF MOVEMENT OF PART OF A SURFACE OF A HYPERBOLIC CYLINDER

*A. Nezavidomin*

**Abstract.** The purpose of the study is the development of the Maple model of the motion of a particle with the surface of a hyperbolic cylinder..

A computational experiment was carried out to study the trajectory-kinematic properties of the particle's motion on the surface of a hyperbolic cylinder under initial conditions: the shape and position of the surface, the place and direction of the particle, its initial velocity and the coefficient of friction.

It has been shown that the motion of a particle with a rough surface of hyperbolic cylinders essentially depends not only on the angle of inclination of their rectilinear creations from the vertical position, but also on the angle of position of the axes of the corresponding guide curve - hyperbola. The number of variables in the computational experiments for a hyperbolic cylinder is approaching nine.

**Key words:** *accompanying triangular, material point, hyperbolic cylinder, trajectory of motion*