

ЗМІСТ

- 1 Болкот П. А., Хай М. В., Харчишин Б. М.**
Математична модель визначення магнітних провідностей давачів кута із трансверсною магнітною системою
- 10 Гавдьо І. Р.**
Математична модель магнітного стану колекторного двигуна із магнітоелектричним збудженням
- 17 Гапанович В. Г., Бахор З. М.**
Експериментальні дослідження динамічних процесів статичного тиристорного компенсатора для системи електропостачання шахтного навантаження
- 25 Куцик А. С., Плахтина О. Г.**
Математичне моделювання в реальному часі асинхронного генератора з інвертором напруги в колі ротора
- 36 Лисяк В. Г., Олійник М. Й., Сабат М. Б., Шелех Ю. Л.**
Моделювання усталених режимів електромережі зі синхронним електроприводом гідравлічного навантаження
- 46 Місюренко В.О., Семенюк М. Б.**
Дослідження можливостей використання перетворювача частоти ATV340 для задач синхронізації швидкостей механічно не зв'язаних електроприводів механізмів
- 54 Ткачук В. І., Біляковський І. Є., Каша Л. В.**
Вентильний реактивний двигун із буфером енергії в системах із автономним живленням обмеженої потужності
- 63 Чабан А. В., Лисяк Г. М., Левонюк В. Р.**
Математичне моделювання комутаційних електромагнітних процесів у довгих лініях електропередач у циклі АПВ
- 74 Щур І. З., Дзьоба Т. Я., Голубовський П. Й.**
Людино-машинне керування одноосібним двоколійним персональним електричним транспортним засобом за умови лінійного руху
- 85 Яцун М. А.**
Вихідна напруга локального первинного внутрішнього вихрострумowego перетворювача трансформаторного типу в електропровідній феромагнітній трубі
- 92 Чабан В. Й., Крохмальний Б. І.**
Сингулярні проблеми в задачах електрики і механіки за ідеалізації математичного опису

CONTENTS

- 1 Bolkot P. A., Khaj M. V., Kharchyshyn B. M.**
Mathematical model of determination of magnetic conductance of angle-data transmitter with transverse magnetic system
- 10 Havdo I. R.**
Mathematical model of magnetic state of permanent magnet direct current motor
- 17 Gapanovych V. G., Bakhor Z. M.**
Experimental investigation of the dynamic processes of a static thyristor compensator for a mine load power supply system
- 25 Kutsyk A. S., Plakhtyna O. G.**
Real-time mathematical modelling of asynchronous generator with voltage inverter in rotor circuit
- 36 Lysiak V. H., Oliinyk M. Yo., Sabat M. B., Shelekh Y. L.**
Modeling of steady-state modes of the electrical network from the synchronous electric drive of hydraulic loading
- 46 Misurenko V. O., Semeniuk M. B.**
Research of the possibilities of using the ATV340 frequency converter for speed synchronization mechanically unconnected electrical drives
- 54 Tkachuk V. I., Bilyakovskyy I. Ye., Kasha L. V.**
Switched reluctance motor with energy capacity storage in system with autonomous limited power supplying
- 63 Chaban A. V., Lysiak H. M., Levoniuk V. R.**
Mathematical modeling switching electromagnetic processes in the long power line in the automatic reclosing cycle
- 74 Shchur I. Z., Dzoba T. Y., Holubovskyy P. Y.**
Human-machine controlling of one-axis two-wheel personal electric vehicle in the case of liner movement
- 85 Yatsun M. A.**
Initial tension of local primary internal eddy current transformer of transformer type is in a electric conduction ferromagnetic pipe
- 92 Chaban V. Yo., Krokhmalnyi B. I.**
Singular problems in electric and mechanics tasks at idealization mathematical description

П. А. Болкот

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,
Petro.A.Bolkot@lpnu.ua

М. В. Хай

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,
mxaishk@gmail.com

Б. М. Харчишин

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,
Bohdan.M.Kharchyshyn@lpnu.ua

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ МАГНІТНИХ ПРОВІДНОСТЕЙ ДАВАЧІВ КУТА ІЗ ТРАНСВЕРСНОЮ МАГНІТНОЮ СИСТЕМОЮ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.001>

© Болкот П. А., Хай М. В., Харчишин Б. М., 2019

Описано математичну модель визначення магнітних провідностей індукційних давачів обмеженого кута повороту з урахуванням лінійних та кутових розмірів специфічної конструкції його магнітопроводу, технологічних похибок виготовлення та монтажу, що симулюється неспіввісністю розташування статора та ротора. Модель побудовано із використанням допущення про відсутність потоків розсіяння, зумовленого конструктивним розташуванням сигнальних обмоток та обмотки збудження. Однак основний магнітний потік розділено на дві частини – залежну від кутового положення ротора та незалежну, тобто корисний потік, який визначає інформаційну складову сигналу та фонову. Корисний потік визначається величиною корисної провідності, що враховує випучування магнітного потоку. Корисні провідності подано у вигляді таблиці аналітичних виразів, які визначаються однотипно як провідності між двома плоскими поверхнями, розташованими під кутом, із наведенням окремо меж інтегрування.

Модель дає змогу розділяти діапазон кута повороту давача на піддіапазони, кількість яких залежить від кількості зубців магнітопроводу статора.

Математичну модель побудовано для лінійного давача, результати узагальнено на давач обмеженого кута повороту. Модель дає змогу пояснити природу систематичної похибки вихідної характеристики давачів та здійснювати заходи щодо запобігання їй.

Використовуючи принципи побудови математичної моделі, ми практично визначили магнітні провідності для чотиризубцевого давача кута типу ДУ60 з урахуванням штучно

введеної похибки неспіввісності статора та ротора. Результати наведено у вигляді графіків залежності корисних провідностей зубців від кута повороту.

Зроблено висновок про можливість подальшого використання запропонованої математичної моделі, побудованої на основі методу імовірних шляхів потоків, для визначення природи систематичної похибки вихідної характеристики давачів кута та здійснення запобіжних заходів задля її уникнення.

Ключові слова: індукційний давач кута; обмежений кут повороту; трансверсна магнітна система; математична модель; магнітна провідність; корисний магнітний потік; інформаційна складова сигналу; обмотка збудження; сигнальна обмотка.

Вступ

Давач кута індукційного типу дугостаторної конструкції (ДК) складається із двох механічно нез'язаних між собою конструктивних частин – якоря та статора (рис. 1), основними елементами яких є магнітопроводи спеціальної конфігурації, виконані із магнітом'якого фериту, що утворюють магнітну систему трансверсного типу (рис. 2) [1–3].



Рис. 1. Зовнішній вигляд давача кута трансверсного типу

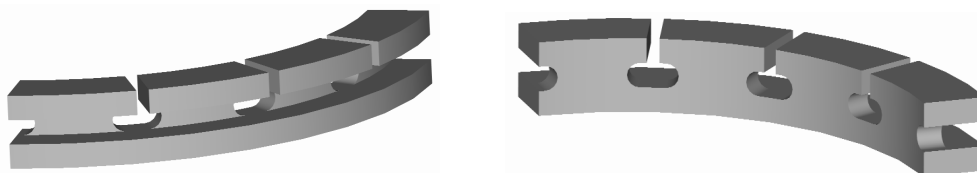


Рис. 2. Магнітопровід статора ДУ60

Аналіз останніх досліджень і постановка задачі

Експериментальні дослідження вихідної характеристики давачів кута [3] вказують на наявність у коді вихідного сигналу систематичної похибки, яку можна усунути математично, цифровим обробленням або усуненням її причини [4]. Імовірною причиною систематичної похибки ДК є технологічні похибки його виготовлення та монтажу. Для оцінки допустимих значень технологічних похибок треба визначити їх кількісний вплив на значення систематичної похибки, що дасть змогу здійснити математична модель визначення магнітних провідностей ДК з урахуванням технологічних відхилень виготовлення.

Завдання дослідження

Завдання цього дослідження – створити математичну модель для визначення робочих магнітних провідностей та провідностей розсіяння магнітних потоків давача кута трансверсного типу задля подальшого їх використання із застосуванням відповідних методик [5] в оптимізаційних розрахунках та дослідженнях впливу технологічних похибок виготовлення та монтажу на метрологічні показники.

Об'єкт досліджень

Об'єктом досліджень у цій статті є магнітна система давачів кута трансверсного типу, зокрема давача кута ДУ60, розробленого в СКБ ЕМС Львівської політехніки (рис. 1).

Виклад основного матеріалу

Зважаючи на конструктивні особливості давача кута, потоки розсіяння є нехтовно малими, тому вважатимемо всі магнітні провідності корисними, тобто такими, що потік, який перетікає по них, повністю зчеплений із сигнальними обмотками давача. Відсутність потоків розсіяння дає змогу систематизувати провідності магнітної системи давачів обмеженого кута повороту, розділивши їх на дві групи: незалежні та залежні від кута повороту γ .

Провідності першої групи, приведені до одиниці довжини розточки зубця ДК (позначати- мемо малими літерами λ), показано на радіальному поперечному перерізі статора за відсутності якоря – ротора (рис. 3).

Для визначення цих та інших провідностей скористаємося методом імовірних шляхів потоку для геометричних розмірів, зображених на рис. 1, урахувавши, що довжина силової лінії зі зміною радіальної координати змінюється лінійно, тому еквівалентне значення довжини силової лінії визначається як середнє між крайніми

$$\lambda_1 = \mu_0 \frac{c}{6(h-2a)}. \quad (1)$$

Аналогічно еквівалентне значення площі перетину імовірного шляху потоку знаходимо як середнє між найбільшим та найменшим

$$\lambda_2 = \mu_0 \frac{\delta}{h-2a+l_1}, \quad (2)$$

де $l_1 = \arctg \left(\frac{h/2-a}{\frac{\delta^2+(h/2-a)^2}{2\delta}-\delta} \right) \cdot \frac{\delta^2+(h/2-a)^2}{\delta} \approx 2\sqrt{\delta^2+(h/2-a)^2}$, як довжина дуги з

величиною стрілки δ , що дорівнює величині немагнітного проміжку між статором та ротором;

$$\lambda_3 = \mu_0 \frac{h-2\delta}{l_1+l_2}, \quad (3)$$

де $l_2 = \pi \cdot h/2$;

$$\lambda_4 = \mu_0 \frac{R-R_1}{l_2+l_3}, \quad (4)$$

де $l_3 = \pi \cdot (h/2 + R - R_1)$;

$$\lambda_5 = \mu_0 \frac{2\rho}{l_4+l_5}, \quad (5)$$

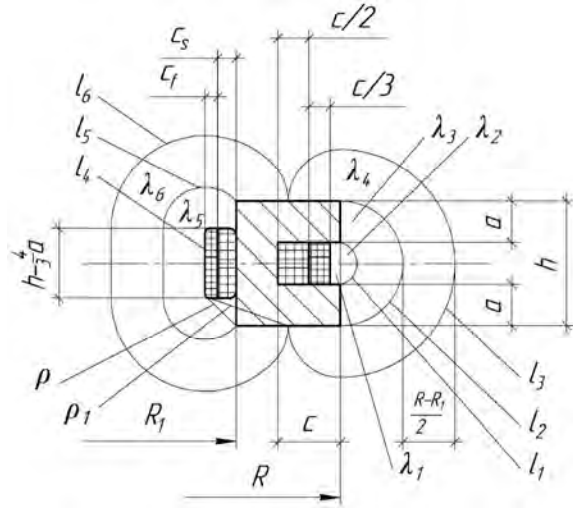


Рис. 3. Радіальний поперечний переріз статора ДК

де $\rho = \sqrt{(c_s + c_f / 2)^2 + (2a/3)^2}$ – приведений до одиниці довжини розточки параметр, еквівалентний до площі трубки провідності λ_5 ; $c_s = (h - 2a)c / (2h - 8a/3)$, $c_f = (h - 2a)c / (3h - 4a)$ – лінійні розміри, що враховують зміну конфігурації перетину обмоток ДК (рис. 3); $l_4 = 2\rho + h/2 - 2a/3$, $l_5 = 2 \left(\pi - \arctg \frac{2a/3}{c_s + c_f / 2} \right) \rho + h - 4a/3$ – довжини меж трубки провідності λ_5 (рис. 3);

$$\lambda_6 = \mu_0 \frac{2(\rho_1 - \rho)}{l_5 + l_6}, \quad (6)$$

де $\rho_1 = \sqrt{c_s + c_f + (R - R_1)^2 + (2a/3)^2}$ – приведений до одиниці довжини розточки параметр, еквівалентний до площі трубки провідності λ_6 ;

$l_6 = 2 \left(\pi - \arcsin \frac{2a/3}{\rho_1} \right) \rho_1 + h - 4a/3$ – довжина зовнішньої межі трубки провідності λ_6 .

Для урахування крайових ефектів у моделі потрібно оцінювати також провідності по краях зубців λ_{7k} та λ_{8k} (рис. 4)

$$\lambda_{7k} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{1}{1 - 2a/h}; \quad (7)$$

та аналогічно (4)

$$\lambda_{8k} = \mu_0 \cdot \frac{R - R_1}{\pi \cdot h/2 + l_7}, \quad (8)$$

де $l_7 = \pi(h/2 - R - R_1)$ – довжина зовнішньої межі трубки провідності λ_8 .

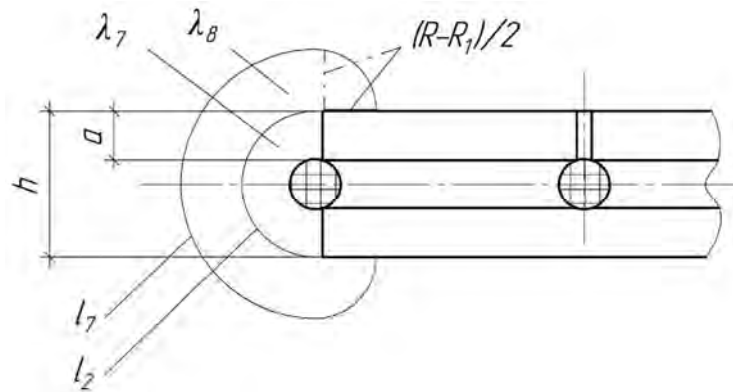


Рис. 4. Лінійна розгортка розточки статора ДК з крайніми провідностями

Отже, сумарна провідність кожного із n зубців ДК за відсутності якоря $\lambda_i = \sum_{j=1}^6 \lambda_{ji}$ для зубців із номером $i = 1 \dots n - 2$ та $\lambda_i = \sum_{j=1}^8 \lambda_{ji}$ для зубців $i = 0, i = n - 1$, де $j = 1 \dots 8$ – номер відповідної магнітної провідності.

За наявності ротора (рис. 5) провідності λ_3 та λ_4 згідно із запропонованою моделлю перетворюються на λ_b та Λ – корисні провідності між ротором та статором. Якщо малі літери λ

досі й надалі означають приведені значення провідності на одиницю довжини зубця, то великі Λ означатимуть абсолютні величини, розмірність яких Гн.

Базова корисна бокова провідність відповідно до геометричних розмірів на рис. 5 визначається залежністю

$$\lambda_b = \mu_0 \cdot \frac{b_r + \frac{R - R_1}{2}}{\sqrt{\delta^2 + \left(\frac{h_r - h}{2}\right)^2} + \frac{\pi}{2} b_r + \sqrt{\left(\frac{R - R_1}{2} + \delta\right)^2 + \left(\frac{h_r - h}{2} + b_r\right)^2}} \quad (9)$$

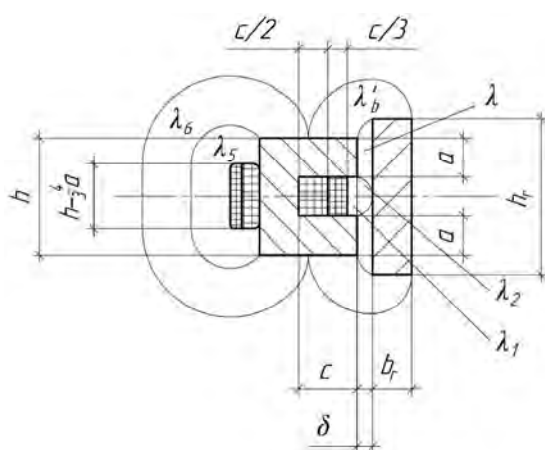


Рис. 5. Радіальний поперечний переріз ДК з ротором

Наголосимо на допущеннях, які використано під час виконаного вище та подальшого моделювання:

1. Вважаємо, що математична модель однаково достовірна для будь-якого діаметра давача кута, зокрема $R = \infty$, а це дає змогу здійснювати моделювання для лінійного давача і застосовувати його до колового. Тому переріз трубки магнітного потоку вважаємо сталим незалежно від радіальної відстані.

2. Провідність між бічними поверхнями якоря та зубцями ігнорується як порівняно мала. Її можна враховувати еквівалентним розрахунковим збільшенням ширини дуги якоря.

3. Вважаємо, що всі магнітні провідності приведені до одиниці довжини дуги розточки зубця (тобто радіуса R), хоча насправді провідності λ_5 та λ_6 приведені до одиниці довжини дуги дещо іншого радіуса.

4. Бокова провідність λ_b не враховує технологічної похибки неспіввідності статора та ротора під час виготовлення чи монтування ДК, оскільки вплив її на цю провідність занадто малий. Тому вважатимемо її сталою незалежно від кутового положення ротора.

Для визначення корисної магнітної провідності робочого немагнітного проміжку, тобто такої, що визначає інформаційну складову вихідного сигналу сигнальних обмоток, необхідно робочий діапазон кутів γ розділити на $m = 3 + 2(n - 3)$ частин (для $n \geq 3$) з номером $s = 0 \dots m - 1$ (табл. 1).

Для прикладу далі розглянуто корисні провідності для чотиризубцевого давача кута ДУ60 з урахуванням можливості моделювання неспіввідності статора та ротора.

Для визначення цих провідностей скористаємося допущенням про можливість заміни дугового давача на лінійний, що дає змогу вивести аналітичні формули провідності для двох плоских поверхонь, розташованих під кутом, із межами інтегрування r_1 та r_2 (рис. 6, 7).

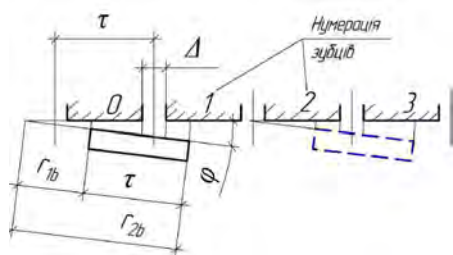


Рис. 6. До визначення базових значень меж інтегрування r_{1b} та r_{2b}

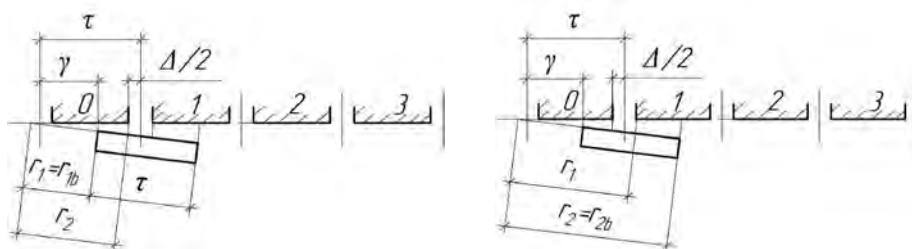


Рис. 7. До визначення провідностей нульового діапазону (нульового та першого зубців)

Тоді магнітні провідності

$$\Lambda_{si}(\gamma) = \mu_0 \frac{a + (h_r - h)/2}{\varphi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{\delta + \varphi r} dr \quad (10)$$

для різних s та i відрізнятимуться лише значеннями меж інтегрування r_1 та r_2 (табл. 2) за таких базових значень

$$r_{1b} = \frac{\delta}{\varphi} \quad \text{та} \quad r_{2b} = r_{1b} + \tau \quad (11)$$

Таблиця 1

Корисні провідності зубців із урахуванням провідностей випучування з бокових поверхонь для кожного діапазону кута

s	Робочий кут $\gamma \parallel \Lambda_i$	Λ_0	Λ_1	Λ_2	...
0	$\left[\frac{\Delta}{2}; \tau - \frac{\Delta}{2} \right]$	$\Lambda_{00}(\gamma) + \Lambda_{00b}(\gamma)$	$\Lambda_{01}(\gamma) + \Lambda_{01b}(\gamma)$	0	0
1	$\left] \tau - \frac{\Delta}{2}; \tau + \frac{\Delta}{2} \right[$	0	$\Lambda_{11}(\gamma) + \Lambda_{11b}(\gamma)$	0	0
2	$\left[\tau + \frac{\Delta}{2}; 2\tau - \frac{\Delta}{2} \right]$	0	$\Lambda_{21}(\gamma) + \Lambda_{21b}(\gamma)$	$\Lambda_{22}(\gamma) + \Lambda_{22b}(\gamma)$	0
3	$\left] 2\tau - \frac{\Delta}{2}; 2\tau + \frac{\Delta}{2} \right[$	0	0	$\Lambda_{31}(\gamma) + \Lambda_{23b}(\gamma)$	0
...	...	0	0
s	$\left[s \cdot \tau + \frac{\Delta}{2}; (s+1)\tau - \frac{\Delta}{2} \right]$	0	0	0	0
$s+1$	$\left] (s+1)\tau - \frac{\Delta}{2}; (s+1)\tau + \frac{\Delta}{2} \right[$	0	0	0	0
...	...	0	0	0	0
$m-1$	$\left[(m-1) \cdot \tau + \frac{\Delta}{2}; (m)\tau - \frac{\Delta}{2} \right]$				

s	...	Λ_i	Λ_{i+1}	...	Λ_{n-2}	Λ_{n-1}
0	0	0		0	0	0
1	0		0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
...	0	0	0	0
s	0	$\Lambda_{si}(\gamma) + \Lambda_{sib}(\gamma)$	$\Lambda_{s(i+1)}(\gamma) + \Lambda_{s(i+1)b}(\gamma)$	0	0	0
s+1	0	0	$\Lambda_{(s+1)(i+1)}(\gamma) + \Lambda_{(s+1)(i+1)b}(\gamma)$	0	0	0
...	0	0	0
m-1		0	0	0	$\Lambda_{(m-1)(n-2)}(\gamma) + \Lambda_{(m-1)(n-2)b}(\gamma)$	$\Lambda_{(m-1)(n-1)}(\gamma) + \Lambda_{(m-1)(n-1)b}(\gamma)$

Таблиця 2

Значення меж інтегрування r_1 та r_2 для визначення корисних провідностей зубців для кожного діапазону кута

s	i=0	i=1	i=2	i=3
0	$r_1 = r_{1b}$ $r_2 = r_{1b} - \gamma - \frac{\Delta}{2} + \tau$	$r_1 = r_{2b} - \gamma + \frac{\Delta}{2}$ $r_2 = r_{2b}$	0	0
1	0	$r_1 = r_{1b} - \gamma + \tau + \frac{\Delta}{2}$ $r_2 = r_{1b} - \gamma + 2\tau - \frac{\Delta}{2}$	0	0
2	0	$r_1 = r_{1b}$ $r_2 = r_{1b} - \gamma - \frac{\Delta}{2} + 2\tau$	$r_1 = r_{1b} - \gamma + \frac{\Delta}{2} + 2\tau$ $r_2 = r_{2b}$	0
3	0	0	$r_1 = r_{1b} - \gamma + 2\tau + \frac{\Delta}{2}$ $r_2 = r_{1b} - \gamma + 3\tau - \frac{\Delta}{2}$	0
4	0	0	$r_1 = r_{1b}$ $r_2 = r_{1b} - \gamma - \frac{\Delta}{2} + 3\tau$	$r_1 = r_{1b} - \gamma + \frac{\Delta}{2} + 3\tau$ $r_2 = r_{2b}$

Використовуючи викладені вище принципи побудови математичної моделі визначення магнітних провідностей для чотиризубцевого давача кута, ми встановили залежності корисних провідностей зубців $\Lambda_i(\gamma)$ від кута повороту γ (рис. 8) з урахуванням штучно введеної похибки неспіввісності статора та ротора, еквівалентної куту φ .

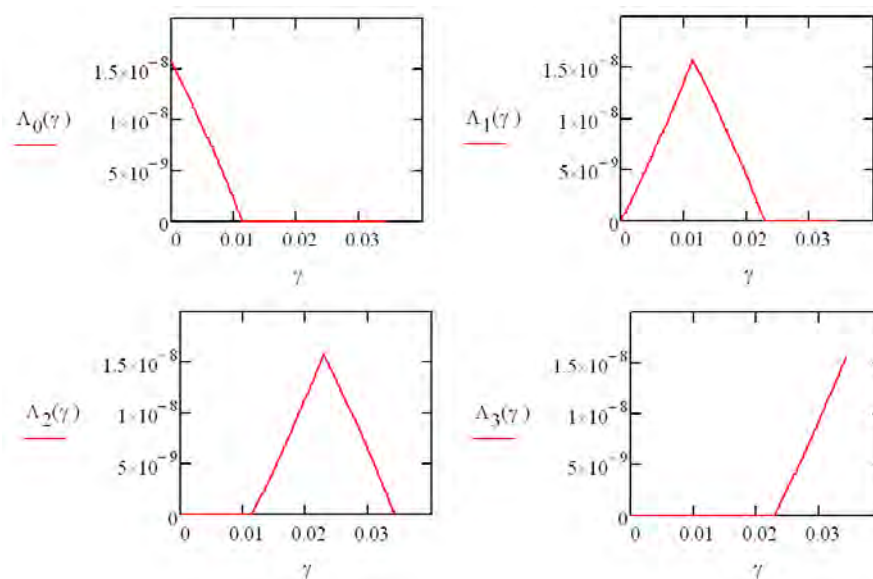


Рис. 8. Залежності корисних магнітних провідностей $\Delta_i(\gamma)$ для кожного зубця ДК

Висновки

Отже, створена математична модель, побудована на основі методу імовірних шляхів потоків, дає змогу знаходити провідності, які визначають фонову та інформаційну складові вихідного сигналу багатозубцевих індукційних давачів обмеженого кута повороту із трансверсною магнітною системою. Модель дає можливість врахувати технологічні похибки виготовлення та монтажу, що дозволить у подальших дослідженнях визначити природу систематичної похибки вихідної характеристики ДК та вжити заходів задля її уникнення.

Список використаних джерел

1. Завгородній В. Д. Квантово-механічна модель давачів кута індукційного типу (Частина 6. Безконтактні давачі обмеженого кута повороту) / В. Д. Завгородній // *Електротехніка і електромеханіка*. 2005. № 4. С. 45–50.
2. Бойко А. С. Основи проектного розрахунку давачів обмеженого кута повороту з трансверсною магнітною системою / А. С. Бойко, В. Д. Завгородній // *Електротехніка і електромеханіка*. 2008, № 5. С. 10–15.
3. Kharchyshyn B. M. Functional testing of angle-data transmitters of the limited rotation angle / B. M. Kharchyshyn, M. V. Khai, P. A. Bolkot // *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: “Electric machines and electromechanical energy conversion”*. – Kharkiv : NTU “KhPI”, 2017. No. 1 (1123). P. 48–51. Bibliogr.: 3.
4. Болкот П. А. Давач обмеженого кута повороту / П. А. Болкот, В. І. Грабчак, М. В. Хай, Б. М. Харчишин // Патент України на корисну модель № 135951 від 25.07.2019 р. Бюл. № 14.
5. Харчишин Б. М. Спосіб покращення метрологічних характеристик давачів обмеженого кута повороту / Б. М. Харчишин // *Електроенергетичні та електромеханічні системи. Вісник Національного університету “Львівська політехніка”*. 2010. Вип. 671. С. 113–117.

References

1. Zavgorodnij V. D. Kvantovo-mexanichna model` davachiv kuta indukciynogo typu (Chastyna 6. Bezkontaktni davachi obmezhenogo kuta povorotu) / V. D. Zavgorodnij // *Elektrotexnika i elektromexanika*. 2005. No. 4. S. 45–50.
2. Bojko A. S. Osnovy proektnogo rozrakhunku davachiv obmezhenogo kuta povorotu z transversnoyu magnitnoyu systemoyu / A. S. Bojko, V. D. Zavgorodnij // *Elektrotexnika i elektromexanika*. 2008, No. 5. S. 10–15.
3. Kharchyshyn B. M. Functional testing of angle-data transmitters of the limited rotation angle / B. M. Kharchyshyn, M. V. Khai, P. A. Bolkot // *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: “Electric machines and electromechanical energy conversion”*. Kharkiv : NTU “KhPI”, 2017. No. 1 (1123). P. 48–51. Bibliogr.: 3.
4. Bolkot P. A. Davach obmezhenogo kuta povorotu / P. A. Bolkot, V. I. Grabchak, M. V. Xaj, B. M. Xarchy`shy`n // *Patent Ukrayiny` na kory`snu model` № 135951 vid 25.07.2019 r. Byul. No. 14.*

5. Xarchyshyn B. M. *Sposib pokrashhennya metrologichnyx xarakterystyk davachiv obmezhеного kuta povorotu / B. M. Xarchyshyn // Elektroenergetychni ta elektromexanichni systemy. Visnyk Nacional'nogo universytetu "Lviv's'ka politexnika", 2010. Vyp. 671. P. 113–117.*

P. A. Bolkot

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
Petro.A.Bolkot@lpnu.ua

M. V. Khaj

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
mxaishk@gmail.com

B. M. Kharchyshyn

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
Bohdan.M.Kharchyshyn@lpnu.ua

MATHEMATICAL MODEL OF DETERMINATION OF MAGNETIC CONDUCTANCE OF ANGLE-DATA TRANSMITTER WITH TRANSVERSE MAGNETIC SYSTEM

© Bolkot P. A., Khaj M. V., Kharchyshyn B. M., 2019

The mathematical model for defining the magnetic conductivity of inductive transmitters of the limited rotation angle is described; both linear and angular dimensions of magnetic core's specific construction and technological errors of production and installation which is simulated by the misalignment of the stator and the rotor location was taken into consideration. The model is constructed assuming that there are no scattering streams due to the structural arrangement of the signal and the excitation windings. However, the main magnetic flow is divided into two parts: a part that is dependent on the rotor's angular position and an independent one, meaning a useful flow that determines the information component of the signal and the background. The useful flow is determined by the magnitude of the useful conductivity taking into account the emission of the magnetic flow. Useful conductivity is presented in the form of a table of analytical expressions defined uniformly as the conductivity between two flat surfaces at an angle; the integration bounds are provided separately.

The model allows breaking the range of the angle of the angle-data transmitter into subranges, which number depend on the number of teeth in the stator core.

The mathematical model is built for a linear transmitter and the results are summarized for transmitters of the limited rotation angle. The model allows to explain the nature of the systematic error of the original transmitters' characteristics and take measures to prevent them.

By integrating the principles of constructing the mathematical model, the practical determination of magnetic conductivity for the angle-data transmitter with four teeth (of type ДУ60) has been conducted; the artificially introduced error of the stator and rotor mismatch has been taken into account. The results are presented in the form of dependency graphs of the useful conductivity of the teeth on the rotation angle.

The conclusion has been drawn about the possibility of further use of the proposed mathematical model based on the method of probable flow paths for defining the nature of the systematic error of the original transmitters' characteristics and taking measures to prevent them.

Key words: inductive angle-data transmitter; limited rotation angle; transverse magnetic system; mathematical model; magnetic conductance; the useful flow; the information component of the signal; the excitation winding; the signal winding.

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МАГНІТНОГО
СТАНУ КОЛЕКТОРНОГО ДВИГУНА
ІЗ МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИМ ЗБУДЖЕННЯМ**

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.010>

© Гавдьо І. Р., 2019

Сьогодні існує тенденція до заміни мікродвигунів постійного струму з електромагнітним збудженням на двигуни зі збудженням від постійних магнітів (ДПС ПМ). Враховуючи широке застосування ДПС ПМ, актуальним є створення математичних моделей цього типу двигуна. Мета статті – розроблення математичної моделі магнітного стану ДПС ПМ на основі теорії електричних та магнітних кіл, яка дає змогу за заданими значеннями характеристики розмагнічування магніту та миттєвими значеннями струмів якоря знайти розподіл магнітних потоків (індукцій) в усіх частинах магнітопроводу двигуна. Математичну модель ДПС ПМ розроблено на основі розгалуженої заступної схеми магнітного кола із зосередженими параметрами та з високим рівнем деталізації магнітопроводу. Магнітне коло ДПС ПМ умовно розділено на окремі ділянки, в межах кожної з яких поле вважаємо однорідним. Ділянкам магнітопроводу з електротехнічної сталі та зубцевому шару якоря на заступній схемі відповідають нелінійні магнітні опори, які задано характеристиками $F[\Phi]$ як залежностями спадів магніторушійних сил від магнітних потоків. Ділянкам із повітряним проміжком відповідають постійні магнітні опори. Постійний магніт подаємо зосередженою магніторушійною силою (МРС), заданою характеристикою розмагнічування $F_m[\Phi_m]$. Якір з повітряним проміжком радіальними площинами розділяємо на $s = m + n$ ділянок у межах полюсної поділки. З них m рівномірних ділянок відповідають частині якоря, яка розміщена під магнітом, а n рівномірних ділянок – у просторі між магнітами. Вихідну систему рівнянь складено для однієї полюсної поділки за методом контурних потоків, які є первинними невідомими. Вихідна система рівнянь перетворюється – спади магнітних напруг на нелінійних опорах подано залежностями від потоків віток. Характеристику розмагнічування магніту подано як рівняння прямої, яка розташована у другому квадранті й перетинає вісь X у точці залишкового магнітного потоку Φ_r , а вісь Y у точці, що відповідає повній намагнічуючій силі магніту – F_c . Отриману нелінійну систему алгебричних рівнянь доцільно розв’язувати ітераційним методом Ньютона. Розроблена математична модель магнітного стану ДПС ПМ може слугувати основою для створення математичних моделей розрахунку перехідних процесів та статичних характеристик цього типу двигуна.

Ключові слова: колекторний двигун; магнітоелектричне збудження; магнітопровід; заступна схема; система рівнянь; математична модель.

Постановка проблеми

ДПС ПМ внаслідок відсутності втрат на збудження мають вищий коефіцієнт корисної дії та меншу масу на одиницю потужності порівняно із колекторними мікродвигунами електромагнітного збудження. Нині простежується тенденція до заміни мікродвигунів постійного струму з електромагнітним збудженням на ДПС ПМ. Згідно з [1] 70 % виготовлених ДПС ПМ призначені для автомобілів. На другому місці стосовно сфери застосування ДПС ПМ – електропобутові прилади та переносний електроінструмент. ДПС ПМ також широко застосовуються у комп'ютерній промисловості як приводи жорстких дисків.

Актуальність досліджень

Враховуючи широке застосування ДПС ПМ, актуалізується створення математичних моделей цього типу двигуна, придатних як для розроблення нових, так і для оптимізації наявних зразків ДПС ПМ.

Мета та завдання статті

Мета статті – розроблення математичної моделі магнітного стану ДПС ПМ на основі теорії електричних та магнітних кіл, яка дає змогу за заданими значеннями характеристики розмагнічування магніту та миттєвими значеннями струмів якоря знайти розподіл магнітних потоків (індукцій) в усіх частинах магнітопроводу двигуна. В статті вирішено такі завдання: складання заступної схеми магнітопроводу ДПС ПМ на основі найпоширенішої конструкції із радіальними магнітами; опис цієї заступної схеми системою рівнянь; вибір математичного методу розв'язання системи рівнянь.

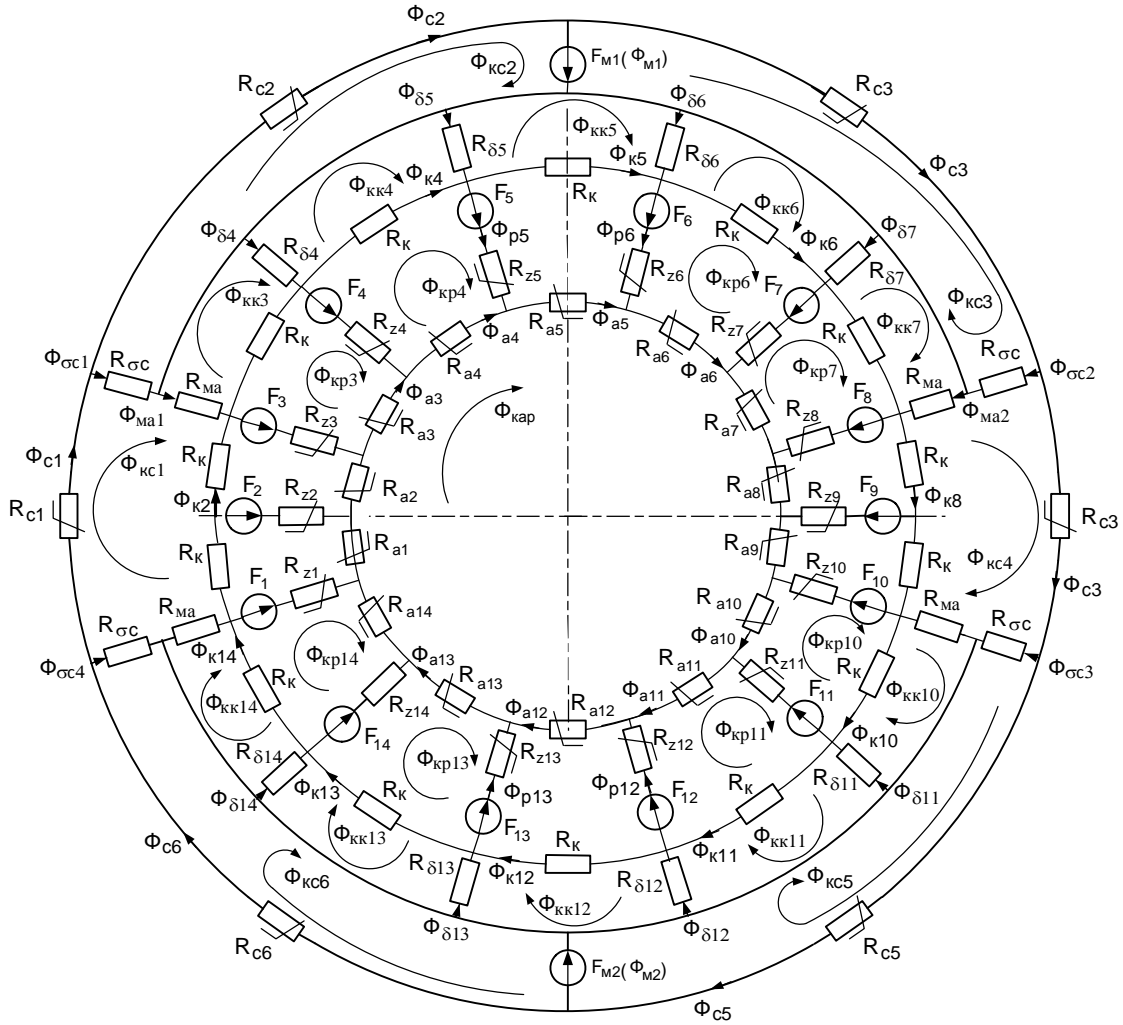
Аналіз останніх досліджень

В [2] розглянуто спрощену лінійну модель дискового магнітоелектричного двигуна. Отримані аналітичні вирази дають змогу розрахувати габаритні розміри двигуна. Результати розрахунків ДПС ПМ, виконаних на дво- та тривимірних моделях із поєднанням польових та колових методів, наведено в [1, 3]. Використання спрощених моделей [2] дає змогу отримати аналітичні вирази, які можна використовувати для наближених інженерних розрахунків. Методи, які ґрунтуються на розрахунку магнітного поля [1, 3], найточніші, однак доволі трудомісткі.

Розроблена в [4] математична модель асинхронного двигуна з екранованими полюсами ґрунтується на поданні магнітного кола машини заступною схемою і дає змогу достатньо адекватно розраховувати перехідні процеси та статичні характеристики. На наш погляд, аналіз процесів і розрахунок характеристик ДПС ПМ із достатньою для інженерної практики точністю можна виконувати методами електричних та магнітних кіл і в [5] викладено основи математичної моделі ДПС ПМ із застосуванням вищезгаданих методів. У цій статті розвинено математичну модель, наведену в [5], стосовно розрахунку магнітного стану ДПС ПМ.

Виклад основного матеріалу

Математичну модель ДПС ПМ розроблено на основі розгалуженої заступної схеми магнітного кола із зосередженими параметрами та з високим рівнем деталізації магнітопроводу (див. рисунок). В основу математичної ДПС ПМ покладемо допущення, викладені в [5]. Наведена на рисунку схема удосконалена порівняно зі схемою, поданою у [5], – введено магнітні опори R_k через коронки зубців. Магнітне коло ДПС ПМ умовно розділимо на окремі ділянки, в межах кожної із яких поле вважаємо однорідним. Ділянкам магнітопроводу з електротехнічної сталі та зубцевому шару якоря на заступній схемі відповідають нелінійні магнітні опори (МО), які задані характеристиками $F[\Phi]$ як залежностями спадів МРС від магнітних потоків. Ділянкам із повітряним проміжком відповідають постійні МО.



Заступна схема магнітного кола ДПС ПМ

Якір із повітряним проміжком радіальними площинами розділяємо на $s = t + n$ ділянок у межах полюсної поділки. Із них t рівномірних ділянок відповідають частині якоря, розташованій під магнітом, а n рівномірних ділянок – у просторі між магнітами.

Ділянки якоря під магнітом, які містять повітряний проміжок і зубцевий шар, на заступній схемі подаємо послідовно розташованими у радіальному напрямку елементами: постійним МО повітряного проміжку R_δ , МРС якоря F та нелінійним МО зубцевої зони R_z . Між цими елементами містяться поперечні вітки із постійним МО R_K , який відповідає магнітному потоку через коронки зубців, та з нелінійним МО ярма якоря R_a .

Нелінійний МО R_z задано характеристикою $F_z [\Phi_z]$, де F_z є спадом МРС у зубцевій зоні, а Φ_z – магнітним потоком у зубцевій зоні. Нелінійний МО R_a , задано характеристикою $F_a [\Phi_a]$, де F_a та Φ_a – спад МРС і магнітний потік ярма якоря.

Ділянки якоря між полюсами, суміжні з ділянками під магнітом, на заступній схемі подаємо послідовно розташованими у радіальному напрямку елементами: постійними МО $R_{\sigma c}$ та R_{ma} , МРС якоря F та нелінійним МО зубцевої зони R_z . Постійний МО $R_{\sigma c}$ відповідає потокам розсіяння між бічною поверхнею магніту і внутрішньою поверхнею ярма статора, а опір R_{ma} – потокам між бічною поверхнею магніту і якорем. Ділянки якоря між полюсами на заступній схемі подаються аналогічно до ділянок під магнітом за винятком постійного МО повітряного проміжку R_δ .

У схемі, наведеній на рис. 1, – $m = 4$; $n = 3$. Постійний магніт подаємо зосередженою МРС, заданою характеристикою розмагнічування F_M [Φ_M]. Ділянки ярма статора, які прилягають до поверхні магнітів, замінюємо нелінійними МО R_{c2} , R_{c3} , R_{c5} , R_{c6} , заданими характеристиками F_c [Φ_c], де F_c та Φ_c – спад МРС і магнітний потік ярма статора у цій ділянці. Ділянки ярма статора, які не дотикаються до поверхні магнітів, замінюємо нелінійними МО R_{c1} , R_{c4} , заданими характеристиками F_c [Φ_c], де F_c та Φ_c – спад МРС і магнітний потік ярма статора у цій ділянці.

Схема містить такі контурні потоки:

Φ_{kc1} , Φ_{kc4} – потоки у контурах: ярмо статора – потоки бічної поверхні магніту через постійні МО R_{sc} і R_{ma} – потоки через коронки зубців якоря – потоки бічної поверхні магніту через постійні МО R_{sc} і R_{ma} – ярмо статора;

Φ_{kc2} , Φ_{kc3} , Φ_{kc5} , Φ_{kc6} – потоки у контурах: ярмо статора – намагнічуюча сила магніту F_M – постійний МО R_{sc} – ярмо статора;

Φ_{kk1} , Φ_{kk2} , $\Phi_{kk(n+s)}$, Φ_{kk2s} – потоки у контурах: повітряний проміжок – коронки зубців якоря – постійний МО R_{ma} – повітряний проміжок;

$\Phi_{kk(n+1)}$, ... $\Phi_{kk(s-1)}$, $\Phi_{kk(n+1+s)}$, ... $\Phi_{kk(2s-1)}$ – потоки у контурах: повітряний проміжок – коронки зубців якоря – повітряний проміжок;

Φ_{kp1} , ... Φ_{kp2s} – потоки у контурах ротора; Φ_{kap} – контурний потік через ділянки ярма ротора.

У схемі є такі потоки у вітках:

Φ_{c1} , ... Φ_{c6} – потоки у вітках ярма статора;

$\Phi_{\delta(n+1)}$, ... $\Phi_{\delta s}$, $\Phi_{\delta(s+n+1)}$, ... $\Phi_{\delta 2s}$ – потоки у ділянках повітряного проміжку;

Φ_{p1} , ... Φ_{p2s} – потоки у радіальних вітках ротора;

Φ_{k1} , ... Φ_{k2s} – потоки через коронки зубців якоря; Φ_{a1} , ... Φ_{a2s} – потоки у вітках ярма ротора;

$\Phi_{\sigma s1}$, ... $\Phi_{\sigma s4}$ – потоки розсіяння між бічною поверхнею магніту і внутрішньою поверхнею ярма статора; Φ_{ma1} , ... Φ_{ma4} – потоки між бічною поверхнею магніту і якорем.

Віток у заступній схемі ДПС з ПМ – $2 [3s + m + 7]$. Кількість вузлів заступної схеми – $q = 2 [2s + 4]$. Кількість незалежних контурів – $2 [s + (m + 1) + 3] + 1$.

Кількість незалежних контурів менша від кількості вузлів для будь-яких значень m та s , оскільки $2 (m + 1) < 2s + 1$. Отже, для розрахунку заступної схеми доцільно застосувати метод контурних потоків.

Із заступної схеми видно, що достатньо використати $s + (m + 1) + 3$ контури, які відносяться до однієї полюсної поділки.

Умови симетрії контурних потоків:

$$\Phi_{kc4} = -\Phi_{kc1}; \quad \Phi_{kc5} = -\Phi_{kc2}; \quad \Phi_{kc6} = -\Phi_{kc3}; \quad \Phi_{kk(n+s)} = -\Phi_{kkn};$$

$$\Phi_{kk2s} = -\Phi_{kks}; \quad \Phi_{kk(n+i+s)} = \Phi_{kk(n+i)}; \quad i = 1, 2, \dots, (m-1); \quad \Phi_{kpi+s} = -\Phi_{kpi}; \quad i = 1, 2, \dots, s;$$

Умови симетрії потоків у вітках:

$$\Phi_{c4} = -\Phi_{c1}; \quad \Phi_{c5} = -\Phi_{c2}; \quad \Phi_{c6} = -\Phi_{c3}; \quad \Phi_{ma3} = -\Phi_{ma1}; \quad \Phi_{ma4} = -\Phi_{ma2};$$

$$\Phi_{\sigma c3} = -\Phi_{\sigma c1}; \quad \Phi_{\sigma c4} = -\Phi_{\sigma c2}; \quad \Phi_{\delta(n+i+s)} = -\Phi_{\delta(n+i)}; \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

$$\Phi_{p(i+s)} = -\Phi_{pi}; \quad i = 1, 2, \dots, s; \quad \Phi_{k(i+s)} = -\Phi_{ki}; \quad i = 1, 2, \dots, s;$$

$$\Phi_{a(i+s)} = -\Phi_{ai}; \quad i = 3, \dots, s-1.$$

Намагнічуюча сила i -ї ділянки обмотки якоря

$$T_i = T_M (2 \gamma_i / \tau); \quad T_M = (N / 4p) (i_a / 2a), \quad (1)$$

де γ_i – кут, що визначає положення i -ї ділянки обмотки якоря відносно осі d ; τ – полюсна поділка; i_a – струм у колі якоря; N , $2a$ – кількість провідників і паралельних гілок обмотки якоря; p – кількість пар полюсів.

Нелінійна система рівнянь, складена за методом контурних потоків для однієї полюсної поділки, міститиме s рівнянь для контурів ротора (коронки зубців – зубцева зона – ярмо якоря – зубцева зона – коронки зубців), n -не рівняння для контуру “повітряний проміжок – коронки зубців – постійний МО R_{ma} – повітряний проміжок”, $(m - 1)$ рівнянь для контурів “повітряний проміжок – коронки зубців – повітряний проміжок”, s -те рівняння для контуру “повітряний проміжок – коронки зубців – постійний МО R_{ma} – повітряний проміжок” та три рівняння для контурних потоків Φ_{kc1} , Φ_{kc2} , Φ_{kc3} . Запишемо систему рівнянь (2) з урахуванням умов симетрії:

$$\begin{aligned}
 F_{z1} [\Phi_{kp1} + \Phi_{kps}] + R_k (\Phi_{kp1} - \Phi_{kc1}) + F_{z2} [\Phi_{kp1} - \Phi_{kp2}] + F_{a1} [\Phi_{kp1}] + F_1 - F_2 &= 0; \\
 F_{z2} [\Phi_{kp2} - \Phi_{kp1}] + R_k (\Phi_{kp2} - \Phi_{kc1}) + F_{z3} [\Phi_{kp2} - \Phi_{kp3}] + F_{a2} [\Phi_{kp2}] + F_2 - F_3 &= 0; \\
 &\vdots \\
 F_{zn} [\Phi_{kpn} - \Phi_{kp(n-1)}] + R_k (\Phi_{kpn} - \Phi_{kcn}) + F_{z(n+1)} [\Phi_{kpn} - \Phi_{kp(n+1)}] + F_{an} [\Phi_{kpn}] + F_n - F_{(n-1)} &= 0; \\
 &\vdots \\
 F_{zs} [\Phi_{kps} - \Phi_{kp(s-1)}] + R_k (\Phi_{kps} - \Phi_{kcs}) + F_{z(s+1)} [\Phi_{kps} + \Phi_{kp1}] + F_{as} [\Phi_{kps}] + F_s + F_1 &= 0; \\
 R_{ma} (\Phi_{kcn} - \Phi_{kc1}) + R_{\delta(n+1)} (\Phi_{kcn} - \Phi_{kk(n+1)}) + R_k (\Phi_{kcn} - \Phi_{kpn}) &= 0; \\
 R_{\delta(n+1)} (\Phi_{kk(n+1)} - \Phi_{kcn}) + R_{\delta(n+2)} (\Phi_{kk(n+1)} - \Phi_{kk(n+2)}) + R_k (\Phi_{kk(n+1)} - \Phi_{kp(n+1)}) &= 0; \\
 &\vdots \\
 R_{\delta(s-1)} (\Phi_{kk(s-1)} - \Phi_{kk(s-2)}) + R_{\delta s} (\Phi_{kk(s-1)} - \Phi_{kcs}) + R_k (\Phi_{kk(s-1)} - \Phi_{kp(s-1)}) &= 0; \\
 R_{ma} (\Phi_{kcs} + \Phi_{kc1}) + R_{\delta s} (\Phi_{kcs} - \Phi_{kk(s+1)}) + R_k (\Phi_{kcs} - \Phi_{kps}) &= 0; \tag{2} \\
 R_{\sigma c} (\Phi_{kc1} - \Phi_{kc2}) + R_{ma} (\Phi_{kc1} - \Phi_{kcn}) + R_k (\Phi_{kc1} - \Phi_{kp2}) + R_k (\Phi_{kc1} - \Phi_{kp1}) + R_{ma} (\Phi_{kc1} + \Phi_{kcs}) + \\
 + R_{\sigma c} (\Phi_{kc1} + \Phi_{kc3}) + F_{c1} [\Phi_{kc1}] &= 0; \\
 R_{\sigma c} (\Phi_{kc2} - \Phi_{kc1}) + F_{c2} [\Phi_{kc2}] - F_{m1} [\Phi_{m1}] &= 0; \\
 R_{\sigma c} (\Phi_{kc3} + \Phi_{kc1}) + F_{c3} [\Phi_{kc3}] + F_{m1} [\Phi_{m1}] &= 0.
 \end{aligned}$$

Об’єднаймо магнітні потоки у вітках та контурах у вектори-стовпці.

Потоки у вітках:

$$\begin{aligned}
 \bar{\Phi}_{\delta} &= (\Phi_{\delta 3}, \dots, \Phi_{\delta s-1}); & \bar{\Phi}_{\delta} &= (\Phi_{k1}, \dots, \Phi_{ks}); & \bar{\Phi}_a &= (\Phi_{a1}, \dots, \Phi_{as}); \\
 \bar{\Phi}_p &= (\Phi_{p1}, \dots, \Phi_{ps}); & \bar{\Phi}_c &= (\Phi_{c1}, \Phi_{c2}); & \bar{\Phi}_{\sigma c} &= (\Phi_{\sigma c1}, \Phi_{\sigma c2}); & \bar{\Phi}_{ma} &= (\Phi_{ma1}, \Phi_{ma2}).
 \end{aligned}$$

Потоки у контурах:

$$\bar{\Phi}_p = (\Phi_{p1}, \dots, \Phi_{ps}); \quad \bar{\Phi}_{kc} = (\Phi_{kc1}, \dots, \Phi_{pk2}); \quad \bar{\Phi}_{kk} = (\Phi_{kk2}, \dots, \Phi_{kks-1}); \quad \bar{\Phi}_{k\sigma} = (\Phi_{k\sigma 1}, \Phi_{k\sigma 2})$$

Перетворимо систему рівнянь (2) до вигляду, зручного для знаходження матриці Якобі. Для цього на нелінійних ділянках врахуємо зв’язки між контурними потоками і потоками у вітках, а добутки постійних магнітних опорів на різницю контурних потоків залишимо без змін. Характеристику розмагнічування магніту запишемо як рівняння прямої, яка розташована у другому квадранті й перетинає вісь X у точці залишкового магнітного потоку Φ_r , а вісь Y у точці, що відповідає повній намагнічуючій силі магніту – F_c :

$$(F_M / -F_c) + (\Phi_M / \Phi_r) = 1, \tag{3}$$

де F_M та Φ_M – поточні координати робочої точки магніту.

Подамо (3) у вигляді

$$F_M = \Phi_M (F_c / \Phi_r) - F_c. \tag{4}$$

Позначивши $k_M = F_c / \Phi_r$ та врахувавши, що $\Phi_M = \Phi_{kc2} - \Phi_{kc3}$, отримаємо

$$F_M = k_M (\Phi_{kc2} - \Phi_{kc3}) - F_c. \quad (5)$$

З урахуванням (5) система рівнянь (2) набуде вигляду

$$\begin{aligned} -F_{z1} [\Phi_{p1}] + R_K (\Phi_{kp1} - \Phi_{kc1}) + F_{z2} [\Phi_{p2}] - F_{a1} [\Phi_{a1}] + F_1 - F_2 &= 0; \\ -F_{z2} [\Phi_{p2}] + R_K (\Phi_{kp2} - \Phi_{kc1}) + F_{z3} [\Phi_{p3}] - F_{a2} [\Phi_{a2}] + F_2 - F_3 &= 0; \\ &\vdots \\ -F_{zn} [\Phi_{pn}] + R_K (\Phi_{kpn} - \Phi_{kcn}) + F_{z(n+1)} [\Phi_{p(n+1)}] - F_{an} [\Phi_{pn}] + F_n - F_{(n-1)} &= 0; \\ &\vdots \\ -F_{zs} [\Phi_{ps}] + R_K (\Phi_{kps} - \Phi_{kcs}) + F_{z(s+1)} [\Phi_{p(s+1)}] - F_{as} [\Phi_{as}] + F_s + F_1 &= 0; \\ R_{Ma} (\Phi_{kcn} - \Phi_{kc1}) + R_{\delta(n+1)} (\Phi_{kcn} - \Phi_{kc(n+1)}) + R_K (\Phi_{kcn} - \Phi_{kpn}) &= 0; \\ R_{\delta(n+1)} (\Phi_{kc(n+1)} - \Phi_{kcn}) + R_{\delta(n+2)} (\Phi_{kc(n+1)} - \Phi_{kc(n+2)}) + R_K (\Phi_{kc(n+1)} - \Phi_{kpn(n+1)}) &= 0; \\ &\vdots \\ R_{\delta(s-1)} (\Phi_{kc(s-1)} - \Phi_{kc(s-2)}) + R_{\delta s} (\Phi_{kc(s-1)} - \Phi_{kcs}) + R_K (\Phi_{kc(s-1)} - \Phi_{kps(s-1)}) &= 0; \\ R_{Ma} (\Phi_{kcs} + \Phi_{kc1}) + R_{\delta s} (\Phi_{kcs} - \Phi_{kc(s+1)}) + R_K (\Phi_{kcs} - \Phi_{kps}) &= 0; \quad (6) \\ R_{\sigma c} (\Phi_{kc1} - \Phi_{kc2}) + R_{Ma} (\Phi_{kc1} - \Phi_{kcn}) + R_K (\Phi_{kc1} - \Phi_{kp2}) + R_K (\Phi_{kc1} - \Phi_{kp1}) + R_{Ma} (\Phi_{kc1} + \Phi_{kcs}) + \\ + R_{\sigma c} (\Phi_{kc1} + \Phi_{kc3}) + F_{c1} [\Phi_{c1}] &= 0; \\ R_{\sigma c} (\Phi_{kc2} - \Phi_{kc1}) + F_{c2} [\Phi_{c2}] - k_M (\Phi_{kc2} - \Phi_{kc3}) + F_c &= 0; \\ R_{\sigma c} (\Phi_{kc3} + \Phi_{kc1}) + F_{c3} [\Phi_{c3}] + k_M (\Phi_{kc2} - \Phi_{kc3}) - F_c &= 0. \end{aligned}$$

Нелінійну систему алгебричних рівнянь (6) доцільно розв'язувати ітераційним методом Ньютона.

Висновки

Розроблену математичну модель магнітного стану ДПС ПМ можна покласти в основу створення математичних моделей розрахунку перехідних процесів та статичних характеристик ДПС ПМ.

Перспективи подальших досліджень

Надалі необхідно на основі запропонованої математичної моделі розробити математичні моделі розрахунку перехідних процесів та статичних характеристик ДПС ПМ.

Список використаних джерел

1. Dudzikowski I. Silniki komutatorowe wzbudzone magnesami trwałymi // *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej*, No. 58, *Studia i Materiały*, No. 25, 2005.
2. Белый П. Н. Уравнения для проектирования встраиваемых магнитоэлектрических двигателей дискового типа // *Технічна електродинаміка*. 2005, № 6. С. 53–56.
3. Jacek F. Gieras. Permanent magnet motor technology / Jacek F. Gieras // *Design and applications*. CRC Press Taylor and Francis Group. London, New York, 2010.
4. Маляр В. С. Расчет магнитной цепи однофазного асинхронного двигателя с расщепленными полюсами / В. С. Маляр, Л. И. Глухивский, А. В. Маляр, Д. П. Гречин, И. Р. Гавдьо // *Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ*. Минск. 2003, № 3. С. 17–25.
5. Maliar V. Mathematical model of permanent magnets direct current motor / V. Maliar, I. Havdo // *Computational Problems of Electrical Engineering*, Львів, 2015, No. 1, Vol. 5, pp. 33–36.

References

1. Dudzikowski I. Silniki komutatorowe wzbudzone magnesami trwałymi // *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej*, No. 58, *Studia i Materiały*, No. 25, 2005.
2. Belyi P. N. Uravnenia dla proektirovaniia vstraivaemykh magnitoelektricheskikh dvigatelej diskovoho tipa// *Techniczna elektrodynamika*. 2005, No. 6, pp. 53–56.
3. Jacek F. Gieras. Permanent magnet motor technology / Jacek F. Gieras // *Design and applications*. CRC Press Taylor and Francis Group. London, New York, 2010.
4. Maliar V. Rasczet magnitnoj tsepi odnofaznoho asinchronnoho dvigatela s rasczplennymi poliusami / V. Maliar, L. Hluchivskij, A. Maliar, D. Hreczyn, I. Havdo // *Energetika. Izvestija vysshych uczebnykh zavedenij i energeticheskikh obedyneij SNH*. Minsk. 2003, No. 3, pp. 17–25.
5. Maliar V. Mathematical model of permanent magnets direct current motor / V. Maliar, I. Havdo // *Computational Problems of Electrical Engineering*, Львів, 2015, No. 1, Vol. 5, pp. 33–36.

I. R. Havdo

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechanics and Computerized Electromechanical Systems,
fireballua402@gmail.com

MATHEMATICAL MODEL OF MAGNETIC STATE OF PERMANENT MAGNET DIRECT CURRENT MOTOR

© Havdo I. R., 2019

There is a tendency of replacement of small direct current motors with electromagnetic excitation on permanent magnet direct current (PMDC) motors nowadays. PMDC motors are widely used and that is why a task of creation of mathematical models of this type of motor is actual. The aim of the article is creation of mathematical model of magnetic state of PMDC motors on the basis of theory of electric and magnetic circuit. This mathematical model gives an opportunity after these values of curve of demagnetization of the magnet and instantaneous values of currents of armature to find distribution of magnetic flux (inductions) in all parts of magnetic core of motor. The mathematical model of PMDC motor is created on the basis of the ramified equivalent circuit of magnetic core with the concentrated parameters and with the high level of working out in detail of magnetic core. The magnetic core of PMDC motor is conditionally divided in to separate areas. In every area consider the magnetic field homogeneous. To the areas of magnetic core from electrical engineering steel and tooth layer of armature on a equivalent circuit is corresponded by nonlinear magnetic resistance. These resistance is set by descriptions of $F[\Phi]$ as by dependences of magnetomotive forces on magnetic flux. Areas with an air gap are corresponded by permanent magnetic resistance. A permanent magnet appears the concentrated magnetomotive force that is set by description of demagnetization curve of $F_m[\Phi_m]$. The armature with an air gap divide radial planes into $s = m + n$ areas within the limits of pole pitch. From them m of even areas corresponded part of armature, that is under a magnet and n of even areas – in space between magnets. The initial system of equations is written for one pole pitch after the method of contour flux that are primary unknown. The initial system of equations transforms – the magnetomotive forces on nonlinear resistance are presented by dependences on the flux of branches. Description of demagnetization of the magnet is presented equations of line that is located in the second quadrant and crosses the axis of X in the point of remaining magnetic flux of Φ_r , and axis of Y in a point that corresponded complete magnetomotive force of the magnet – F_c . The nonlinear system of equations of algebra it is expedient to decide an iteration Newton method. Mathematical model of magnetic state of PMDC motors can be fixed in basis of creation of mathematical models of calculation of transients and steady state of this type of motor.

Key words: direct current motor; permanent magnet; magnetic core; equivalent circuit; system of equations; mathematical model.

Т. 1, Вип. 1, 2019

УДК 621.316.925

В. Г. Гапанович

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроенергетики та систем управління,
gapanovich@ukr.net

З. М. Бахор

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроенергетики та систем управління,
zbakhor@gmail.com

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ СТАТИЧНОГО ТИРИСТОРНОГО КОМПЕНСАТОРА ДЛЯ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ ШАХТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.017>

© Гапанович В. Г., Бахор З. М., 2019

З метою покращення показників якості електроенергії в мережі живлення 35 кВ шахтного навантаження, що живиться від шин районної підстанції 330/220/110/35 кВ “Нововолинська” Західної енергосистеми, впроваджено статичний тиристорний компенсатор реактивної потужності (СТК). Сумісна робота СТК і пристрою регулювання напруги під навантаженням (РПН) трансформаторів підстанції дають змогу вирішити завдання комплексного керування режимом роботи системи електропостачання (СЕС) шахтного навантаження. Автори розробили структурну схему регулятора СТК пропорційної дії та виготовили дослідний зразок регулятора СТК, який дозволяє з високою точністю стабілізувати напругу в місці під’єднання СТК. Для оцінювання якості перехідного процесу, спричиненого збуреннями параметрів режиму СЕС шахтного навантаження, одержано передавальну функцію регулятора СТК з урахуванням передавальних функцій його ланок. За прийнятих значень сталої часу активного фільтра дослідного зразка регулятора показано, що перехідний процес у його схемі відбувається асимптотично із прийнятними сталими часу. Експериментальні дослідження динамічних характеристик СТК, керованого розробленим регулятором, підтвердили, що стійка робота СТК забезпечується для всього діапазону сталих часу згасання регулятора.

Ключові слова: система електропостачання шахтного навантаження; статичний тиристорний компенсатор; динамічні характеристики.

Постановка проблеми та її зв’язок із важливими науковими завданнями

Для покращення показників якості електроенергії в мережі 35 кВ, основним навантаженням якої є шахти Львівсько-Волинського басейну, на підстанції “Нововолинська” 330/220/110/35 кВ Західної енергосистеми, від шин 35 кВ якої живиться шахтна мережа, впроваджено статичний тиристорний компенсатор реактивної потужності (СТК). Сумісна робота СТК і пристроїв регулювання напруги під навантаженням (РПН) трансформаторів підстанції дають змогу вирішити завдання комплексного

керування режимом роботи системи електропостачання (СЕП) шахтного навантаження. Автори розробили структурну схему регулятора СТК пропорційної дії та виготовили дослідний зразок регулятора СТК, який дає можливість із високою точністю стабілізувати напругу в місці під'єднання СТК [1].

Актуальність та доцільність роботи

Компенсація відхилень і коливань напруги в шахтних мережах підвищує продуктивність і надійність роботи їх електроприймачів. Покращити вказані показники якості електроенергії можна, застосовуючи СТК із регулятором пропорційної дії. Тому розроблення структурної та принципової схеми регулятора пропорційної дії, виготовлення дослідного зразка і перевірка його працездатності в різних режимах є актуальним завданням. Моделювання систем електропостачання різкозмінного навантаження із СТК, з регуляторами різного типу, здійснено у багатьох працях: у [4] розглянуто питання моделювання гнучких систем пересилання змінного струму (FACTS) на базі тиристорного компенсатора реактивної потужності (SVC TCR) паралельного типу; алгоритми роботи систем FACTS із комбінованими фільтрами розроблено в [5]; у [6] запропоновано нову архітектуру модуля оброблення і комутації сигналів (DMS), яка дає змогу ефективніше регулювати напругу та реактивну потужність у системах із СТК; моделювання режимів роботи компенсатора СТК із регулятором пропорційної дії виконано у [7]; в [8] подано модель компенсатора СТК на основі змінного імпедансу як функції кута керування тиристорів ТРГ; застосування системи регулювання СТК із пропорційно-інтегрально-диференціюючим (PID) регулятором і додатковим контролером нечіткої логіки (FLC) дає змогу збільшити запас стійкості електроенергетичної системи [9]. Автори не виявили в періодичній літературі експериментальних досліджень динамічних характеристик СТК із регулятором пропорційної дії, який є підсистемою комплексної системи керування режимом роботи СЕП шахтного навантаження.

Мета і завдання роботи

Мета роботи – покращення показників якості електроенергії в системі електропостачання шахтного навантаження за допомогою СТК із регулятором пропорційної дії.

Завдання роботи: дослідження режимів СТК із запропонованим регулятором на діючій підстанції “Нововолинська”, від шин якої живиться мережа із шахтним навантаженням; перевірка стійкості роботи СТК і працездатності його регулятора в динамічних режимах.

Виклад основного матеріалу

На підстанції 330/220/110/35 кВ “Нововолинська” Західної енергосистеми для стабілізації напруги на шинах 35 кВ, від яких живиться шахтне навантаження, встановлено СТК на базі наявної на підстанції БСК 35 кВ потужністю 31 МВ·А і ТКРМ-20/6 (20 МВ·А, 6 кВ). Схему під'єднання СТК наведено на рис. 1.

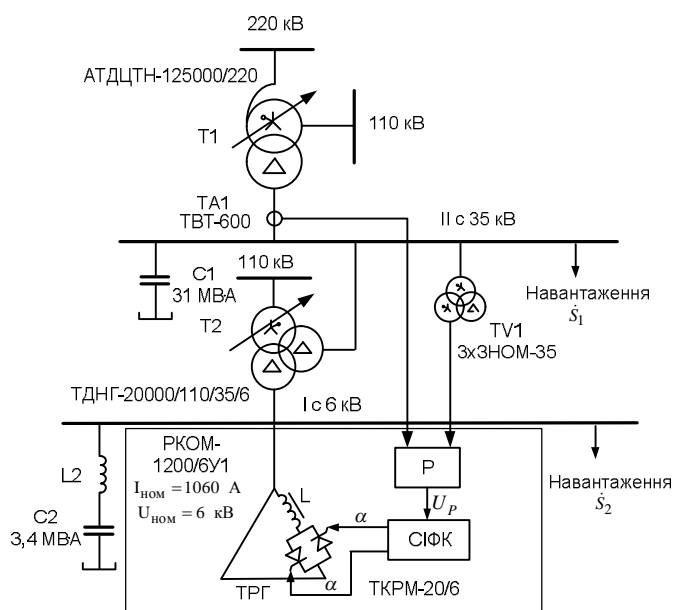


Рис. 1. Принципова схема підстанції із СТК

На підставі принципу пропорційного регулювання за відхиленням напруги ΔU_1 і струму ΔI_1 [1] розроблено структурну схему регулятора СТК (рис. 2) [1–3].

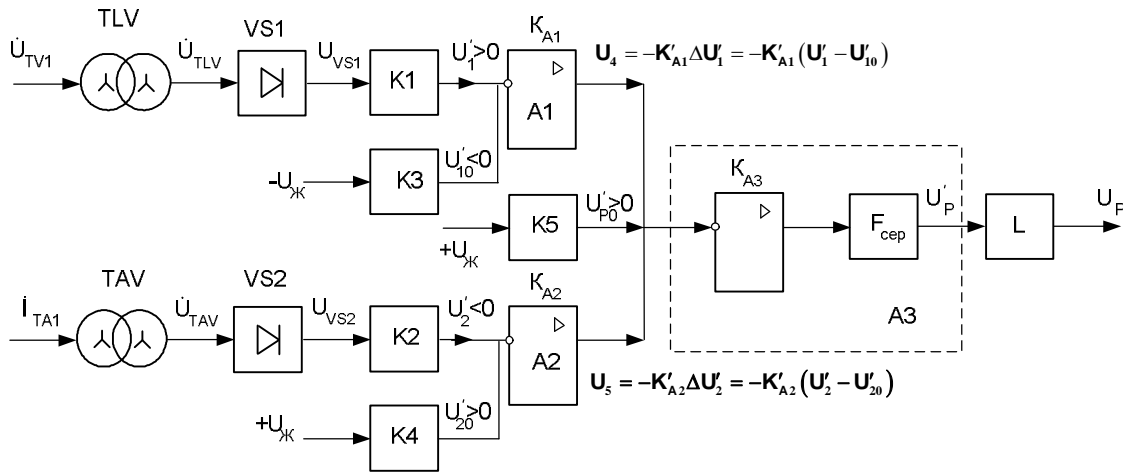


Рис. 2. Структурна схема регулятора СТК

На вхід регулятора (рис. 2) від трансформатора напруги TV1 (рис. 1), який під'єднаний до II секції шин 35 кВ, подаються три лінійні напруги \dot{U}_{TV1} , а від трансформаторів струму ТА1 (ввід 35 кВ) – три фазні струми \dot{I}_{TA1} . Як видно з рис. 2, канали перетворення параметрів регулювання (напруги і струму) на відповідні уніполярні напруги U'_1 і U'_2 однакові.

Вхідні напруги (струми) надходять на трифазні групи проміжних трансформаторів TLV (TAV), які узгоджують параметри вхідних величин регулятора із допустимими вхідними параметрами підсилювачів A1 і A2. Напруги на виході трансформаторних груп \dot{U}_{TLV} (\dot{U}_{TAV}) випрямляються трифазними випрямлячами VS1 (VS2) і через потенціометри-подільники K1 (K2) подаються на інверсні входи підсилювачів A1 (A2). До цих самих входів підсилювачів через потенціометри-подільники K3 (K4) підводять початкові (опорні) напруги U'_{10} (U'_{20}), що відповідають початковим параметрам режиму системи електропостачання шахтного навантаження – U_{10} (I_{10}) [3, 4]. На виходах підсилювачів A1 (A2) формуються напруги U_4 (U_5), пропорційні до неузгодженостей параметрів регулювання ΔU_1 (ΔI_1). Напруги із виходів A1 (A2) надходять на інверсний вхід підсилювача A3, на нього ж подається опорна напруга U'_{P0} , яка відповідає початковій напрузі U_{P0} на виході регулятора, якщо $U_4 = U_5 = 0$. Напруга із виходу підсилювача A3 надходить на вхід активного R–C фільтра F_{cep} , що виділяє середнє значення напруги U'_P . З виходу фільтра напруга подається на пристрій обмеження L, на виході якого формується напруга регулятора U_P .

Відповідно до структурної схеми регулятора СТК, яка наведена на рис. 2, запишемо співвідношення для параметрів режиму (середні значення параметрів) регулятора:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{TLV} &= K_{TLV} \dot{U}_{TV1}; & \dot{U}_{TAV} &= \sqrt{3} K_{TAV} \dot{I}_{TA1}; \\ U_{VS1} &= \sqrt{3} K_{cep} U_{TLV}; & U_{VS2} &= \sqrt{2} K_{cep} U_{TAV}; & U'_P &= K_{A3} (U_4 - U_5 - U'_{P0}); \\ U'_1 &= K_1 U_{VS1}; & U'_2 &= K_2 U_{VS2}; & |U_{P \min}| &\leq |U_P| \leq |U_{P \max}|. \\ U_4 &= K_{A1} (U'_1 - U'_{10}) = K_{A1} \Delta U'_1; & U_5 &= K_{A2} (U'_2 - U'_{20}) = K_{A2} \Delta U'_2; \end{aligned} \quad (1)$$

Відповідно до закону регулювання $\Delta U_P = K_U \Delta U_1 - K_I \Delta I_1$ [2, 3] напругу на виході регулятора визначимо за виразом

$$U_P = U_{P0} + K_{UP} \Delta U_{TV1} - K_{IP} \Delta I_{TA1}; \quad (2)$$

де

$$\Delta U_P = U_P - U_{PO}; \quad (3)$$

$$\Delta U_{TV1} = U_{TV1} - U_{TV10}; \quad (4)$$

$$\Delta I_{TA1} = I_{TA1} - I_{TA10}; \quad (5)$$

K_{UP}, K_{IP} – коефіцієнти підсилення приростів параметрів регулювання за напругою і струмом, ΔU_P – приріст напруги на виході регулятора.

З огляду на те, що

$$U'_{10} = U'_1, \text{ якщо } U_{TV1} = U_{TV10}; \quad U'_{20} = U'_2, \text{ якщо } I_{TA1} = I_{TA10}; \quad U_P = U_{PO}, \text{ якщо } U_4 = U_5 = 0. \quad (6)$$

З (1) з урахуванням (6) одержимо вираз для визначення ΔU_P

$$U'_{10} = \sqrt{2}K_{TLV}K_1K_{cep}U_{TV10}; \quad (7)$$

$$U'_{20} = \sqrt{6}K_{TAV}K_2K_{cep}I_{TA10}; \quad (8)$$

$$U'_{P0} = \frac{-U_{P0}}{K_{A3}}; \quad (9)$$

$$\Delta U_P = \sqrt{2}K_{TLV}K_1K_{A1}K_{A3}K_{cep}\Delta U_{TV1} - \sqrt{6}K_{TAV}K_2K_{A2}K_{A3}K_{cep}\Delta I_{TA1}, \quad (10)$$

де K_{A1}, K_{A2}, K_{A3} – коефіцієнти передачі підсилювачів А1, А2, А3.

Зі співвідношень (2), (3) і (10) отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів підсилення приростів параметрів регулювання за напругою і струмом

$$K_{UP} = \sqrt{2}K_{TLV}K_1K_{A1}K_{A3}; \quad K_{IP} = \sqrt{6}K_{TAV}K_2K_{A2}K_{A3}. \quad (11)$$

У наведених виразах коефіцієнти K_1, K_2 не перевищують одиниці.

Для аналізу якості перехідного процесу в СЕП шахтного навантаження із СТК необхідно одержати передавальну функцію регулятора СТК з урахуванням передавальних функцій його ланок.

За збурень параметрів режиму із порівняно невеликою частотою $\Delta \vec{I}(p) = (\Delta U_1(p), \Delta I_1(p))$ можна вважати, що всі передавальні функції ланок регулятора (рис. 2), за винятком фільтра F_{cep} , дійсні й дорівнюють відповідним коефіцієнтам передачі цих ланок. Для приростів параметрів регулювання згідно із (10) запишемо рівняння регулятора в операторній формі за поштовхів уніполярних приростів напруги ΔU_{TV} і струму ΔI_{TA}

$$\Delta U_P(p) = \sqrt{2}K_1K_{TLV}K_{A1}K_{A3}K_F(p)K_{cep}\Delta U_{TV1}(p) - \sqrt{6}K_2K_{TAV}K_{A2}K_{A3}K_F(p)K_{cep}\Delta I_{TA1}(p), \quad (12)$$

де $K_F(p)$ – передавальна функція фільтра F_{cep} .

Оскільки трансформатор ТAV є джерелом напруги, яка випрямляється випрямлячем VS2, то його враховують дійсним коефіцієнтом передачі K_{TAV} .

Фільтр F_{cep} виконано у вигляді паралельної R-C ланки в колі від'ємного зворотного зв'язку підсилювача А3 (інерційна ланка першого порядку)

$$K_F(p) = \frac{1}{(T_F p + 1)}, \quad (13)$$

де $T_F = R_F C_F$ – стала часу фільтра.

Остаточно, в операторній формі, рівняння регулятора має вигляд

$$\Delta U_P(p) = K_{UP}(p)\Delta U_{TV1}(p) - K_{IP}(p)\Delta I_{TA1}(p), \quad (14)$$

а вирази коефіцієнтів підсилення приростів параметрів регулювання за напругою і струмом відповідно:

$$K_{UP}(p) = \frac{\sqrt{2}K_1K_{TLV}K_{A1}K_{A3}}{(T_F p + 1)}; \quad K_{IP}(p) = \frac{\sqrt{6}K_2K_{TAV}K_{A2}K_{A3}}{(T_F p + 1)}. \quad (15)$$

З огляду на співвідношення (1) та (15) одержуємо

$$\Delta U_P(p) = \frac{K_{UP}}{(T_F p + 1)} \Delta U_{TV1}(p) - \frac{K_{IP}}{(T_F p + 1)} \Delta I_{TA1}(p). \quad (16)$$

Для оцінки якості перехідного процесу, тобто визначення $\Delta U_P(t)$, задаємо дійсні розрахункові значення збурень вхідних параметрів [10].

Тоді прирости цих збурень та їх числові значення запишемо як

$$\Delta U_{TV1} = \frac{\Delta U_1^{(M)}}{K_{cep} K_{TV1}} = \Delta U_{TV1M.cep} = 0,807 \text{ В}; \quad \Delta I_{TA1} = \frac{\Delta I_1^{(M)}}{K_{cep} K_{TA1}} = \Delta I_{TA1M.cep} = 0,189 \text{ В}.$$

У результаті одержимо операторне зображення збурення

$$\Delta U_P(p) = K_{UP} \Delta U_{TV1M.cep} \frac{1}{(T_F p + 1)} - K_{IP} \Delta I_{TA1M.cep} \frac{1}{(T_F p + 1)}. \quad (17)$$

Оригінал функції визначаємо за виразом

$$\Delta U_P(t) = (K_{UP} \Delta U_{TV1M.CP} - K_{IP} \Delta I_{TA1M.CP}) (1 - e^{-t/T_F}) \quad (18)$$

Як видно із (18), збурення $\Delta U_P(t)$ змінюється за експонентним законом і напруга на виході регулятора стабілізується за час $t_y \approx 3T_F$.

У схемі регулятора передбачено активний фільтр F_{cep} із регульованою сталою часу, яка змінюється у діапазоні $0,07 \div 0,21$ с. Отже, процес регулювання регулятора буде встановлюватися за час (t_y) , який лежить у межах $(0,2 \div 0,6)$ с, що цілком прийнятно для шахтних навантажень.

Із викладеного видно, що перехідний процес у схемі регулятора СТК відбувається асимптотично зі сталою часу, необхідною для ефективної роботи СТК.

Для підтвердження вищевказаних положень проведено експериментальні дослідження динамічних характеристик СТК із регулятором пропорційної дії, під час яких знімали осцилограми: лінійних струмів ТРГ СТК ($i_{ТРГ(A)}$, $i_{ТРГ(C)}$); лінійних струмів фільтра 5-ї гармоніки; міжфазних напруг I секції шин 6 кВ ($u_{AB(6)}$, $u_{BC(6)}$, $u_{CA(6)}$); напруги нульової послідовності ($3u_{0(6)}$); напруги на виході регулятора СТК (U_P). Запис зазначених параметрів режиму здійснювався під час стрибкоподібної зміни напруги на вході системи імпульсно-фазового керування (СІФК) СТК, що моделювалося “відмиканням” ТРГ і подаванням у момент “відмикання” на вхід СІФК напруги регулятора, який працював. Напруга на вході СІФК (U_{Pmin}) змінювалася у межах від -8В до U_P , що зумовлено режимом розглянутої системи електропостачання.

Під час експериментів отримано велику кількість осцилограм, аналіз яких показав, що стійка робота СТК забезпечується для всього діапазону ($0,07 \div 0,21$ с) сталих часу згасання регулятора.

На рис. 3 наведено одні із найхарактерніших осцилограм, які отримано за найбільшої сталої часу регулятора – $0,21$ с.

На осцилограмі А (рис. 3) показано струми ТРГ СТК і струми фільтра 5-ї гармоніки, а на осцилограмі В (рис. 3) – напругу на шинах 6 кВ, напругу нульової послідовності мережі 6 кВ і напругу на виході регулятора. На обох осцилограмах позначено характерні моменти часу. До моменту часу t_1 проходження сигналу регулятора на вхід СІФК СТК було заблоковано командою “замкнений”, а напруга на шинах 6 кВ становила $6,79$ кВ (осц. В, рис. 3), що за уставки регулятора $U_{60} = 6,1$ кВ спричиняло доволі велике відхилення напруги регулятора ΔU_P . Це призводило до збільшення напруги на виході фільтра регулятора до величини $U'_P \approx 0$, що у разі відсутності пристрою обмеження L (рис. 2) могло б призвести до перевантаження реактора СТК за струмом. Застосування зазначеного пристрою обмежувало напругу на виході регулятора (U_{Pmax}) до значення $-2,5$ В, що відповідає куту керування тиристорів

120 ел. град. і струму реактора 1000 А. У момент часу t_1 на СІФК СТК подавалася команда “відімкнений”, яка знімала заборону на проходження сигналу з виходу регулятора і на вхід СІФК подавалася напруга $-2,5$ В, яка формувалася пристроєм обмеження за більших значень ΔU_P (осц. В, рис. 3). На рис. 3 (осц. А) видно характер зміни струмів ТРГ після проходження команди “відімкнений”. Максимальна амплітуда струму ТРГ становить 2212 А, що відповідає діючому значенню струму реактора

$$I_L = \frac{I_{TRG(C)max}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2212}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} = 903 \text{ А} < 1000 \text{ А} \text{ і свідчить про правильну роботу пристрою обмеження.}$$

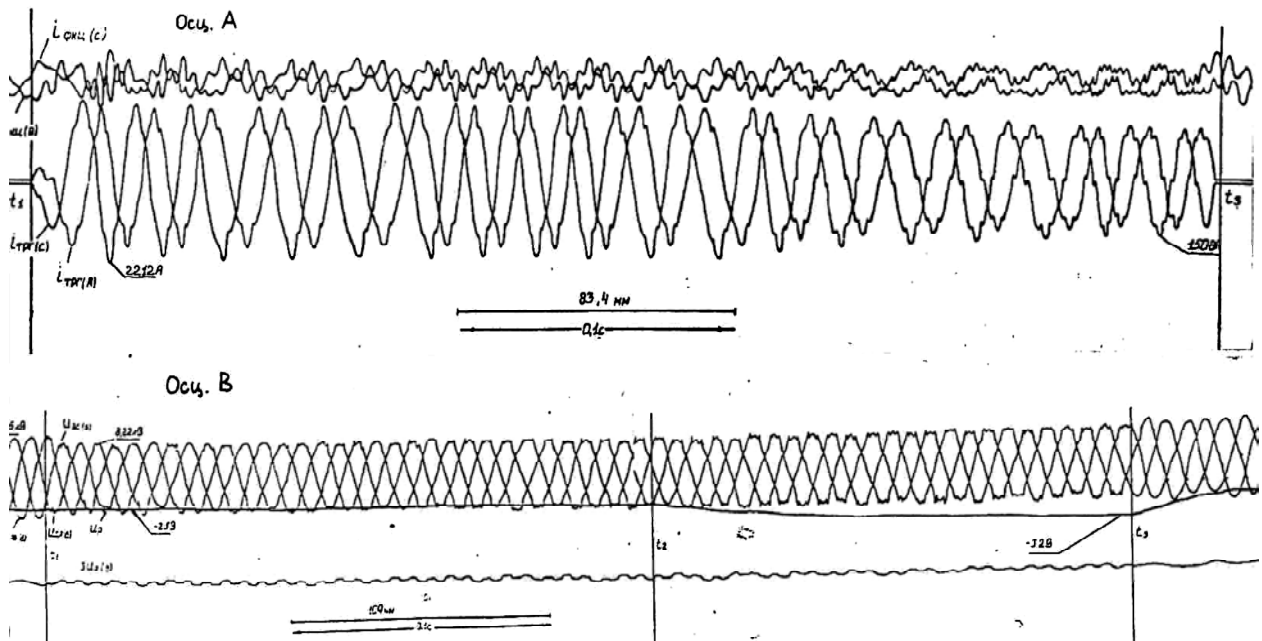


Рис. 3. Експериментальні осцилограми дослідження динамічних характеристик СТК

У розімкненому трикутнику трансформатора напруги 6 кВ у момент “відмикання” ТРГ з’являється напруга 3-ї гармоніки, що видно на осцилограмі $3u_{0(6)}$ (осц. В, рис. 3). У момент часу t_1 напруга на виході регулятора $U_P = -2,5$ В і не змінюється до моменту часу t_2 , тому що виконується умова $|U'_P| < |U_{Pmax}|$. У момент часу t_2 спостерігається зміна напруги на виході регулятора, що свідчить про початок процесу регулювання СТК (осц. В, рис. 3), оскільки виконується умова $|U'_P| > |U_{Pmax}|$. До моменту часу t_3 регулювання закінчується, а напруга на виході регулятора стабілізується. У момент часу t_3 на СІФК подається команда “замкнений” і напруга на виході регулятора змінюється зі сталою часу самого регулятора, тоді як до моменту часу t_3 напруга на виході регулятора змінювалася зі сталою часу, зумовленою не тільки самим регулятором, але і системою електропостачання загалом. За осцилограмою (осц. В, рис. 3) можна визначити еквівалентну сталу часу розглянутої системи електропостачання шахтного навантаження із регульованим СТК τ_{Σ} і сталу часу регулятора τ_P відповідно за формулами:

$$\tau_{\Sigma} = \frac{t_3 - t_2}{\ln \frac{U_P(t_3)}{U_P(t_2)}} = \frac{0,188}{\ln \frac{3,2}{2,5}} = 0,762 \text{ с}; \quad \tau_P = \frac{t_4 - t_3}{\ln \frac{U_P(t_4)}{U_P(t_3)}} = \frac{0,05}{\ln \frac{2,5}{3,2}} = 0,202 \text{ с},$$

де $U_P(t)$ – виміряна за осцилограмою (осц. В, рис. 3) напруга на виході регулятора в момент часу t .

Як видно з наведених осцилограм, процес регулювання СТК є асимптотичним і стійким.

Висновки

Експериментальні дослідження динамічних режимів СТК із запропонованим регулятором, проведені на підстанції “Нововолинська”, дали змогу підтвердити результати попередніх теоретичних досліджень й отримати числові значення параметрів процесу регулювання СТК. Вибрані параметри елементів регулятора СТК забезпечують його стійку роботу й асимптотичний характер перехідних процесів у всьому діапазоні збурень параметрів режиму системи електропостачання.

Список використаних джерел

1. Разработка и исследование регулятора статического тиристорного компенсатора для подстанции общего назначения / Ю. Е. Варецкий, В. Г. Гапанович, А. В. Жураховский, Ю. А. Кенс // Тезисы Научно-технической конференции “Создание и применение тиристорных преобразователей соизмеримой мощности”. Харьков, 1990.
2. Гапанович В. Г. Розробка регулятора статичного тиристорного компенсатора для системи електропостачання шахтного навантаження / В. Г. Гапанович, З. М. Бахор // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. 2016. № 840: Електроенергетичні та електромеханічні системи. С. 24–30.
3. Гапанович В. Г. Методика розрахунку коефіцієнтів підсилення регулятора статичного тиристорного компенсатора / В. Г. Гапанович, З. М. Бахор // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. 2017. № 870: Електроенергетичні та електромеханічні системи. С. 22–26.
4. Xiao-Ping Z., Rehtanz C., Bikash P. (2006): *Flexible AC Transmission Systems: Modelling and Control*. 395 p. Chap.2, Springer Berlin Heidelberg New York. – Режим доступу: <http://www.springer.com/gp/book/9783642282409>.
5. Hirofumi Akagi. *Instantaneous power theory and applications to power conditioning* / A. Hirofumi, E. Hirokazu Watanabe, A. Mauricio. New York (USA): IEEE Press book, 2007. 389 p. Режим доступу: <http://www.gbv.de/dms/ilmenau/toc/522443818.PDF>.
6. Miranda Vladimiro. *An improved Fuzzy Inference System for Voltage/VAR control* // IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, No. 4, November 2007. Режим доступу: <https://docslide.us/documents/an-improved-fuzzy-inference-system-for-voltagevar-control.html>.
7. *Modelling and Simulation of Static VAR Compensator (SVC) in Power System Studies by MATLAB* / Houari Boudjella, Fatima Zohra Gherbi and Fatima Lakdja // ACTA ELECTROTEHNICA, vol. 49, Number 4, 2008. P. 450–457. Режим доступу: http://www.academia.edu/3411369/Modeling_and_simulation_of_static_var_compensator_with_Matlab.
8. Mark Ndubuka. NWOHU Department of Electrical/Computer Engineering, Federal University of Technology, Minna, Niger State, Nigeria. *Voltage Stability Improvement using Static Var Compensator in Power Systems* // Leonardo Journal of Sciences, Issue 14, January–June 2009. P. 167–172. Режим доступу: <http://ljs.academicdirect.org>.
9. Karpagam N., Devaraj D. *Fuzzy Logic Control of Static Var Compensator for Power System Damping* // International Journal of Electrical and Electronics Engineering, 3:10 2009. P. 625–631. Режим доступу: <http://www.iust.ac.ir/find.php?item=35.8890.13122.en>
10. Гапанович В. Г. Експериментальні дослідження процесу регулювання статичного тиристорного компенсатора для системи електропостачання шахтного навантаження / В. Г. Гапанович, З. М. Бахор // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Серія: Електроенергетичні та електромеханічні системи. 2018. № 900. С. 15–20.

References

1. *Razработка i issledovanie regulyatora staticheskogo tiristorного kompensatora dlya podstantsii obshchego naznacheniya* / Vareskiy Yu. Ye., Gapanovich V. G., Zhurakhovskiy A. V., Kens Yu. A. // Tezisy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii “Sozdanie i primeneniye tiristornykh preobrazovateley soizmerimoy moshchnosti”. Kharkov, 1990.
2. Gapanovich V. G. *Rozrobka regulyatora statichного tiristorного kompensatora dlya sistemi elektro-postachannya shakhtного navantazhennya* / V. G. Gapanovich, Z. M. Bakhor // Visnik Natsionalnogo universitetu “Lvivska politekhnika”. 2016. No. 840: Yeлектроenergetichni ta elektromekhanichni sistemi. С. 24–30.
3. Gapanovich V. G. *Metodika rozrakhunku koefitsientiv pidsilennya regulyatora statichного tiristorного kompensatora* / V. G. Gapanovich, Z. M. Bakhor // Visnik Natsionalnogo universitetu “Lvivska politekhnika”. 2017. No. 870: Yeлектроenergetichni ta elektromekhanichni sistemi. С. 22–26.
4. Xiao-Ping Z., Rehtanz C., Bikash P. (2006): *Flexible AC Transmission Systems: Modelling and Control*. 395 p. Chap. 2, Springer Berlin Heidelberg New York. – Режим доступу: <http://www.springer.com/gp/book/9783642282409>.
5. Hirofumi Akagi. *Instantaneous power theory and applications to power conditioning* / A. Hirofumi, E. Hirokazu Watanabe, A. Mauricio. New York (USA): IEEE Press book, 2007. 389 p. Режим доступу: <http://www.gbv.de/dms/ilmenau/toc/522443818.PDF>.

6. Miranda Vladimiro. *An improved Fuzzy Inference System for Voltage/VAR control* // *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, No. 4, November 2007. Режим доцмуну: <https://docslide.us/documents/an-improved-fuzzy-inference-system-for-voltagevar-control.html>.

7. *Modelling and Simulation of Static VAR Compensator (SVC) in Power System Studies by MATLAB* / Houari Boudjella, Fatima Zohra Gherbi and Fatiha Lakdja // *ACTA ELECTROTEHNICA*, vol. 49, Number 4, 2008. P. 450–457. Режим доцмуну: http://www.academia.edu/3411369/Modeling_and_simulation_of_static_var_compensator_with_Matlab.

8. Mark Ndubuka. *NWOHU Department of Electrical/Computer Engineering, Federal University of Technology, Minna, Niger State, Nigeria. Voltage Stability Improvement using Static Var Compensator in Power Systems* // *Leonardo Journal of Sciences*, Issue 14, January–June 2009. P. 167–172. Режим доцмуну: <http://ljs.academicdirect.org>.

9. Karpagam N., Devaraj D. *Fuzzy Logic Control of Static Var Compensator for Power System Damping* // *International Journal of Electrical and Electronics Engineering*, 3:10 2009. P. 625–631. Режим доцмуну: <http://www.iust.ac.ir/find.php?item=35.8890.13122.en>

10. Ghapanovych V. Gh. *Eksperymentaljni doslidzhennja procesu rehuljuvannja statychnogho tyrstornogho kompensatora dlja systemy elektropostachannja shakhtnogho navantazhennja* / V. Gh. Ghapanovych, Z. M. Bakhor // *Visnyk Nacionaljnogho universytetu "Ljvivs'ka politehnika"*. Serija: *Elektroenerghetychni ta elektromekhanichni systemy*. 2018. No. 900. C. 15–20.

V. G. Gapanovych

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electric Power Engineering and Control Systems,
gapanovich@ukr.net

Z. M. Bakhor

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electric Power Engineering and Control Systems,
zbakhor@gmail.com

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE DYNAMIC PROCESSES OF A STATIC THYRISTOR COMPENSATOR FOR A MINE LOAD POWER SUPPLY SYSTEM

© Gapanovych V. G., Bakhor Z. M., 2019

In order to improve quality of electrical energy in a 35 kV power supply network of a mining load, which feeds from busbars of district substation 330/220/110/35 kV “Novovolynska” of the Western regional electrical system, the static thyristor compensator of reactive power (STC) has been implemented. Conjoint operation of the STC and on-load voltage regulation device of a transformer of the substation allows resolving a task of comprehensive control of the whole power supply system (PSS) of the mining load. The authors have developed the structure diagram of the proportional regulator of the STC, which allows stabilizing voltage at the connection point with high level of precision, have been developed. To evaluate quality of the transitive process caused by perturbations of the operational mode parameters of the PSS of the mining load, the transfer function of the regulator of the STC has been brought out. The transfer function counts particular transfer function of all elements of it. For the taken values of a time constant of an active filter of the experimental model of the regulator, it is shown that transient process in its circuits goes asymptotically to the time constants. The experimental investigation of dynamic characteristics of the STC controlled by the designed regulator has proved that stable operation of STC is ensured for the whole range of attenuation time constant of the regulator.

Key words: *electrical power supply system of a mining load; static thyristor compensator; dynamic characteristics.*

А. С. Куцик

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроприводу і комп’ютеризованих електромеханічних систем,
andrii.s.kutsyk@lpnu.ua,

О. Г. Плахтина

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроприводу і комп’ютеризованих електромеханічних систем,
omelian.g.plakhtyna@lpnu.ua

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В РЕАЛЬНОМУ ЧАСІ АСИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА З ІНВЕРТОРОМ НАПРУГИ В КОЛІ РОТОРА

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.025>

© Куцик А. С., Плахтина О. Г., 2019

Описано математичну модель електромеханічної системи із асинхронним генератором із регулюванням струму ротора перетворювачем частоти з автономним інвертором напруги, керованим регуляторами струму.

Асинхронні генератори завдяки їх простоті доволі широко використовують у вітроенергетичних установках. Регулювання струмів ротора за допомогою перетворювача частоти дає змогу регулювати швидкість та коефіцієнт потужності в колі статора. Потужність перетворювача частоти визначається діапазоном зміни ковзання і може становити 25–30 % сумарної потужності генератора.

Синтез відповідної системи керування вимагає розроблення математичної моделі, яка повинна враховувати нелінійність магнітних зв’язків у асинхронній машині та взаємні впливи між компонентами системи. Посадження реальної системи керування з математичною моделлю силової схеми системи генерування електроенергії за технологією “hardware-in-the-loop”, яка працює у реальному часі, дає змогу провести випробування та налаштування системи керування.

Для створення математичної моделі застосовано оригінальний авторський метод середніх напруг на кроці числового інтегрування для математичного моделювання електричних кіл. Застосування цього методу забезпечує високу швидкодію та числову стійкість і створює умови для неперервної роботи моделі в режимі реального часу в поєднанні із фізичними об’єктами (наприклад, із фізичним контролером). Це дає змогу використати її для синтезу та тестування систем керування асинхронним генератором.

Реалізована в моделі система векторного керування забезпечує регулювання швидкості обертання генератора та реактивної потужності в колі статора і створює умови для використання зазначеної системи, наприклад, для вітроенергетичних установок.

Ключові слова: асинхронний генератор; real-time модель; математичне моделювання; векторне керування.

Постановка проблеми

Асинхронні генератори (АГ) широко застосовують у вітроенергетиці, що зумовлено відомими перевагами асинхронних машин, зокрема простотою, дешевизною і невибагливістю в обслуговуванні. У вітроенергетичних установках більшої потужності часто використовують асинхронні машини із фазним ротором у схемах із подвійним живленням, які дають змогу регулювати реактивну потужність та швидкість обертання. Синтез систем керування такими агрегатами потребує застосування відповідних математичних моделей. Перспективною є технологія синтезу та діагностування систем керування із використанням *real-time* моделей силових частини, які функціонують із реальною системою керування. До таких моделей ставлять підвищені вимоги щодо швидкодії та стійкості обчислень, що повинно гарантувати їх тривалу безперервну роботу в реальному масштабі часу. В статті розроблено таку модель асинхронного генератора з регулюванням струму ротора за допомогою інвертора напруги.

Аналіз останніх досліджень

Асинхронні машини із фазним ротором часто використовують у вітроенергетичних установках середньої та великої потужності, що зумовлено відомими конструктивними перевагами асинхронних машин [1–5]. Використання асинхронних машин із подвійним живленням з регулюванням струмів ротора за допомогою перетворювача частоти в колі ротора дає змогу також регулювати швидкість обертання генератора в широкому діапазоні, що необхідно для забезпечення максимального відбору енергії вітру. Потужність перетворювача частоти визначається діапазоном зміни ковзання s , за даними [1], для забезпечення завдань регулювання може становити 25–30 % сумарної потужності генератора. Істотними перевагами асинхронних генераторів у схемах із подвійним живленням є можливість регулювання реактивної потужності в статорі. Для керування асинхронним генератором у таких системах використовують переважно алгоритми векторного керування [1–3]. Синтез таких систем керування потребує інформації про поведінку об'єкта в різних режимах роботи. Отримати таку інформацію можливо за допомогою відповідних математичних моделей, що повинні враховувати нелінійність та взаємні впливи між компонентами системи.

Перспективним способом синтезу та діагностування розроблених систем керування є використання технологій *hardware-in-the-loop*, які дають змогу поєднати реальну систему керування з цифровою моделлю об'єкта керування, яка функціонує у реальному часі [6–8]. В роботах [6, 8] описано, зокрема, спосіб тестування та налагодження систем регулювання збудження генераторів за допомогою цифрових *real-time* моделей системи генерування електроенергії. В роботі [2] подібні технології пропонують для синтезу систем керування асинхронним генератором у схемі подвійного живлення.

Для створення *real-time* цифрових моделей, придатних до тривалої неперервної роботи у взаємодії з фізичними об'єктами, необхідно використовувати методи математичного моделювання та числового інтегрування, що гарантують високу швидкодію розрахунку, числову стійкість та дають змогу врахувати нелінійність електромеханічної системи.

Формування цілей статті

Мета статті – розроблення та дослідження можливостей математичної та комп'ютерної *real-time* моделі асинхронного генератора у схемі подвійного живлення із контурами регулювання швидкості та реактивної потужності. Для створення такої моделі використано оригінальний авторський метод середніх напруг на кроці числового інтегрування, який, як показує досвід його використання, забезпечує високу точність розрахунку завдяки збільшеному кроку числового інтегрування, високу швидкодію розрахунку та числову стійкість.

Виклад основного матеріалу

Основні положення використаного методу середніх напруг на кроці числового інтегрування викладено в [9], де отримано таке алгебраїзоване рівняння, що описує електричну вітку в складі джерела ЕРС, опору, індуктивності та ємності

$$\begin{aligned}
 & U + E - u_{R0} - u_{C0} + \left(\frac{R}{m+1} + \frac{\Delta t}{C} \cdot \frac{2 - (m+1)(m+2)}{2(m+1)(m+2)} + \frac{L_0}{\Delta t} \right) i_0 - \\
 & - \sum_{k=1}^{m-1} \left(\frac{R \Delta t^k}{(k+1)!} \cdot \frac{m-k}{m+1} + \frac{\Delta t^{k+1}}{C(k+2)!} \cdot \frac{(m+1)(m+2) - (k+1)(k+2)}{(m+1)(m+2)} \right) \frac{d^{(k)} i_0}{dt^{(k)}} - \\
 & - \left(\frac{R}{m+1} + \frac{\Delta t}{C(m+1)(m+2)} + \frac{L_1}{\Delta t} \right) i_1 = 0,
 \end{aligned} \quad (1)$$

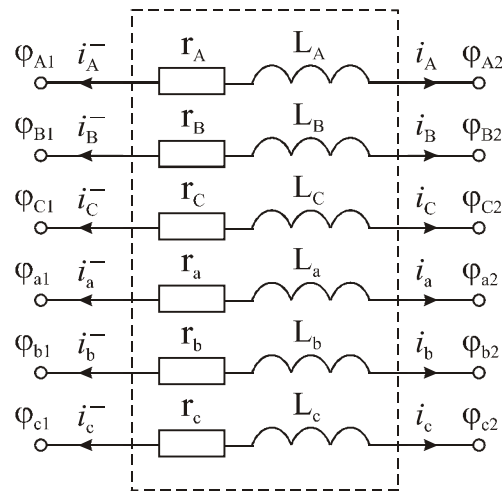
де m – порядок полінома, яким описано криву струму вітки на кроці числового інтегрування; i_0, i_1 – значення струму вітки на початку та в кінці кроку; L_0, L_1 – значення індуктивності вітки на початку та в кінці кроку; u_{R0}, u_{C0} – значення напруги на опорі та конденсаторі на початку кроку;

$U = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} u dt$, $E = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} e dt$ – середні на кроці числового інтегрування значення ЕРС вітки та прикладеної напруги.

Рівняння (1) є базовим для створення математичної моделі елементів електромеханічних систем. Модель системи загалом формують поєднанням моделей окремих елементів, поданих у формі багатополісників. У цьому випадку модель системи генерування електроенергії з асинхронним генератором з інвертором в колі ротора формуватимемо із моделей асинхронної машини, трансформатора та керованих джерел живлення різного типу.

Розрахункову схему асинхронної машини з фазним ротором як 12-полісника показано на рис. 1, де позначено: $(\varphi_{A1}, \varphi_{B1}, \varphi_{C1}, \varphi_{a1}, \varphi_{b1}, \varphi_{c1}) = \vec{\varphi}_{am}^I$, $(\varphi_{A2}, \varphi_{B2}, \varphi_{C2}, \varphi_{a2}, \varphi_{b2}, \varphi_{c2}) = \vec{\varphi}_{am}^{II}$ – вектори потенціалів полюсів, $(i_A, i_B, i_C, i_a, i_b, i_c) = \vec{i}_{am}$ – вектор струмів віток.

Рис. 1. Розрахункова схема асинхронної машини з фазним ротором



Застосувавши рівняння (1) для другого порядку ($m = 2$) до схеми асинхронної машини, отримуємо матричне рівняння:

$$\vec{U} - \vec{u}_{R0} + \frac{\vec{R}_{am}}{3} \vec{i}_{am0} - \frac{\vec{R}_{am} \Delta t}{6} \frac{d \vec{i}_{am0}}{dt} - \frac{\vec{R}_{am}}{3} \vec{i}_{am1} - \frac{1}{\Delta t} (\vec{\Psi}_{am1} - \vec{\Psi}_{am0}) = 0, \quad (2)$$

де U – вектор середніх на кроці числового інтегрування значень прикладених напруг:

$$\vec{U} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{\varphi}_{am}^I dt - \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{\varphi}_{am}^{II} dt; \quad (3)$$

\vec{u}_{R0} – вектор спадів напруг на активних опорах фаз обмоток статора і ротора на початку кроку інтегрування; $\vec{R}_{am} = \text{diag}(R_A, R_B, R_C, R_a, R_b, R_c)$ – матриця активних опорів фаз обмоток статора і

ротора; \vec{i}_{am0} , \vec{i}_{am1} – вектори струмів обмоток статора і ротора на початку та в кінці кроку інтегрування; $\vec{\Psi}_{am1}$, $\vec{\Psi}_{am0}$ – вектори потокозчеплень обмоток статора і ротора на початку та в кінці кроку інтегрування (відношення різниці яких до кроку інтегрування визначає ЕРС, що індукуються в обмотках), які дорівнюють:

$$\vec{\Psi}_{am0} = \check{L}_{am0} \vec{i}_{am0} \text{ та } \vec{\Psi}_{am1} = \check{L}_{am1} \vec{i}_{am1} \quad (4)$$

де \check{L}_{am0} , \check{L}_{am1} – матриці власних та взаємних індуктивностей обмоток статора і ротора на початку та в кінці кроку інтегрування:

$$\check{L}_{am} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BA} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}.$$

Елементами матриці \check{L}_{am} є власні та взаємні індуктивності обмоток статора і ротора, які залежать від індуктивності намагнічування (залежить від струму намагнічування), індуктивностей розсіювання та кута повороту ротора γ_{am} , який визначаємо з рівнянь

$$\frac{d\gamma_{am}}{dt} = z_p \omega_r, \quad \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{M_M - M_t}{J},$$

де ω_r – кутова швидкість обертання ротора; z_p – кількість пар полюсів; M_M – електромагнітний момент асинхронної машини; M_t – зовнішній момент на валу (момент турбіни), який визначається як відношення заданої активної потужності генератора до заданої швидкості обертання $M_t = P_s/\omega_s$, J – момент інерції.

Підставивши (4) і (3) в (2), з урахуванням $\vec{u}_{R0} = \check{R}_{am} \vec{i}_{am0}$ отримаємо

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{v}_{am}^I dt - \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{v}_{am}^{II} dt - \left(\frac{\check{R}_{am}}{3} + \frac{\check{L}_{am1}}{\Delta t} \right) \vec{i}_{am1} - \left(\frac{2\check{R}_{am}}{3} - \frac{\check{L}_{am0}}{\Delta t} \right) \vec{i}_{am0} - \frac{\check{R}_{am}\Delta t}{6} \frac{d\vec{i}_{am0}}{dt} = 0. \quad (5)$$

На основі рівняння (5) запишемо рівняння для асинхронної машини як багатополіусника:

$$\vec{i}_M + G_M \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{\varphi}_M dt + \vec{C}_M = 0, \quad (6)$$

де $\vec{i}_M = \begin{bmatrix} -\vec{i}_{am1} \\ \vec{i}_{am1} \end{bmatrix}$ – вектор струмів зовнішніх віток, $\vec{\varphi}_M = \begin{bmatrix} \vec{\varphi}_{am}^I \\ \vec{\varphi}_{am}^{II} \end{bmatrix}$ – вектор потенціалів зовнішніх

полюсів: $\check{G}_M = \begin{bmatrix} \check{R}_M^{-1} & -\check{R}_M^{-1} \\ -\check{R}_M^{-1} & \check{R}_M^{-1} \end{bmatrix}$,

$$\vec{C}_M = \begin{bmatrix} -\check{R}_M^{-1} \left(\left(\frac{2\check{R}_{am}}{3} - \frac{\check{L}_{am0}}{\Delta t} \right) \vec{i}_{am0} + \frac{\check{R}_{am}\Delta t}{6} \frac{d\vec{i}_{am0}}{dt} \right) \\ \check{R}_M^{-1} \left(\left(\frac{2\check{R}_{am}}{3} - \frac{\check{L}_{am0}}{\Delta t} \right) \vec{i}_{am0} + \frac{\check{R}_{am}\Delta t}{6} \frac{d\vec{i}_{am0}}{dt} \right) \end{bmatrix}, \quad \check{R}_M = \frac{\check{R}_{am}}{3} + \frac{\check{L}_{am1}}{\Delta t}$$

Рівняння (6) є алгебраїзованим рівнянням для знаходження струмів обмоток статора і ротора в кінці кроку числового інтегрування \vec{i}_M . Щоб знайти їх, необхідно знати вектор середніх на кроці

числового інтегрування значень потенціалів полюсів $\frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{\varphi}_M dt$, який згідно з [10] визначаємо як

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{\varphi}_e dt = \tilde{\Pi}^T \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{\varphi}_c dt \quad (7)$$

де $\tilde{\Pi}$ – матриця інциденції, яка задає спосіб під'єднання полюсів елемента-багатополюсника до незалежних вузлів системи; $\frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{\varphi}_c dt$ – вектор середніх на кроці числового інтегрування значень потенціалів незалежних вузлів системи (точок з'єднання між собою зовнішніх віток елементів-багатополюсників), який визначаємо з рівняння:

$$\tilde{G}_{sc} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{\varphi}_c dt + \vec{C}_{sc} = 0. \quad (8)$$

Рівняння (8) отримано застосуванням першого закону Кірхгофа до розрахункової схеми системи, а його коефіцієнти визначають на основі коефіцієнтів рівняння виду (6) всіх елементів, що входять до складу системи, та їх матриць інциденцій за формулами:

$$\tilde{G}_{sc} = \sum_{j=1}^L \tilde{\Pi}_j \tilde{G}_j \tilde{\Pi}_j^T, \quad \vec{C}_{sc} = \sum_{j=1}^L \tilde{\Pi}_j \vec{C}_j,$$

де L – кількість елементів у системі.

Як видно з рівнянь (5) і (6), для знаходження струмів обмоток необхідне значення похідних струмів на початку кроку інтегрування $\frac{d\vec{i}_{am0}}{dt}$. Їх знаходимо за принципами, описаними в [10].

За аналогічними принципами створено математичні моделі трансформатора як 12-полюсника (розрахункова схема аналогічна до розрахункової схеми асинхронної машини) та трифазних джерел живлення з ЕРС, активним опором та індуктивністю.

Розрахункову схему електромеханічної системи із асинхронним генератором у схемі з живленням кола ротора показано на рис. 2. До складу цієї системи входять такі елементи: багатополюсники: асинхронна машина (АМ), двообмотковий трансформатор (Тр), мережа та джерела живлення ДС1, ДС2.

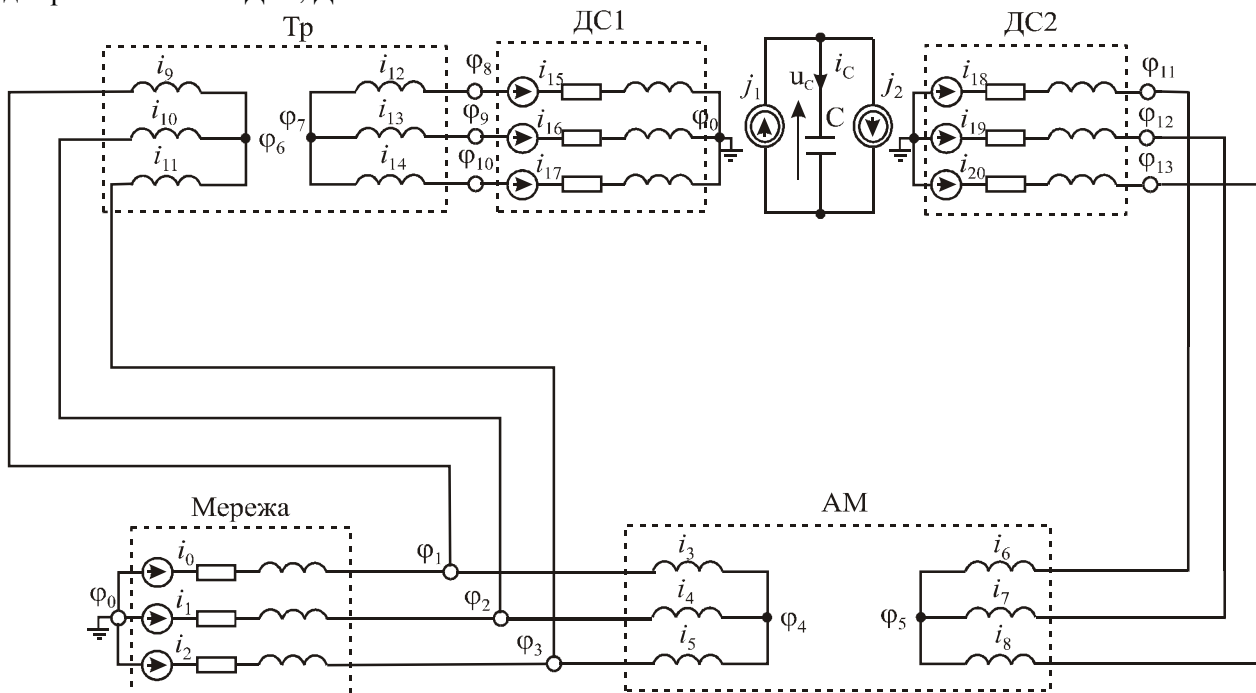


Рис. 2. Розрахункова схема електромеханічної системи з асинхронним генератором у схемі з живленням кола ротора

Математичну модель перетворювача частоти реалізовано за допомогою двох джерел живлення: ДС1 – вхідне коло, ДС2 – вихідне коло за принципами, описаними в [5]. ЕРС джерела живлення ДС2 визначається гістерезисними регуляторами струму ротора асинхронного генератора за сигналами системи керування і дорівнює $\pm U_c$, що відповідає реальним напругам, які формуються на виході інвертора напруги, керованого гістерезисними регуляторами струму. ЕРС джерела живлення ДС1, що моделює вхідне коло перетворювача частоти, визначається регуляторами струму з умови формування такого значення вхідного струму перетворювача частоти, яке відповідає розрахованій потужності в колі ротора асинхронного генератора P_r (якщо припустити, що немає втрат у ланці постійного струму) $I_g = \frac{2P_r}{3U_r}$, де U_r – амплітудне значення фазної напруги на вході перетворювача частоти.

Напругу конденсатора визначимо з рівняння

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{I_r - I_g}{C},$$

де $I_r = J_2$, $I_g = J_1$ – амплітуди струму ротора та вхідного струму перетворювача частоти.

За такого способу моделювання перетворювача частоти, порівняно з моделюванням на рівні окремих вентилів з урахуванням їх комутації, немає необхідності знаходити моменти відкриття та закриття вентилів, що суттєво сповільнює розрахунок та ускладнює роботу моделі в реальному масштабі часу.

Структурну схему системи векторного керування асинхронним генератором з орієнтацією за потокозчепленням ротора показано на рис. 3. Система керування містить регулятор швидкості, вихідний сигнал якого задає струм ротора по осі q . Сигнал завдання струму ротора по осі d визначається з умови забезпечення заданого значення реактивної потужності в статорі Q^*_3 (задається у відносних одиницях відносно номінального значення, що відповідає номінальному значенню струму намагнічення I_{mn}). Приймаємо допущення про лінійність кривої намагнічення. Неточності регулювання реактивної потужності, спричинені таким допущенням, можна усунути відповідним корегуванням сигналу завдання Q^*_3 . На основі сигналів завдання струмів ротора в координатах dq визначають сигнали завдання фазних струмів ротора, які відпрацьовуються відповідними гістерезисними регуляторами струму, вихідні сигнали яких визначають ЕРС джерела живлення ДС2.

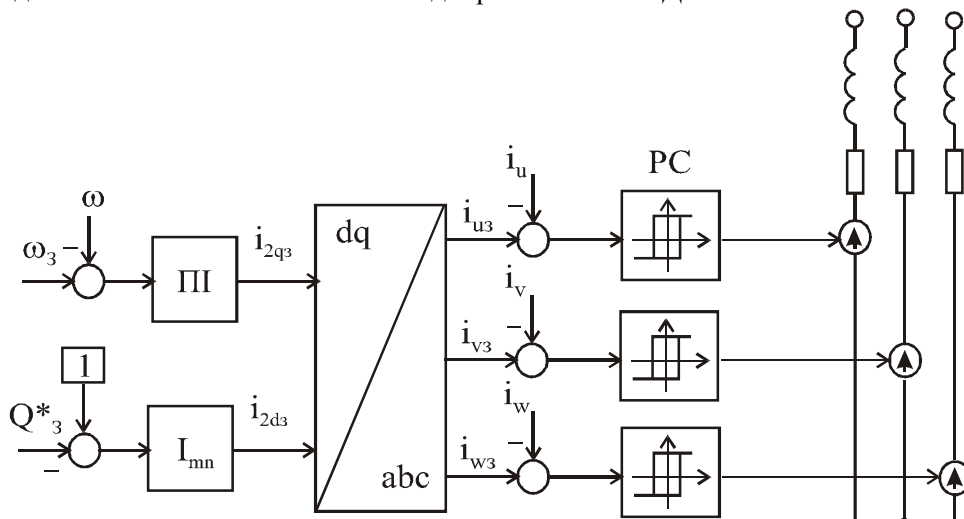


Рис. 3. Структурна схема системи керування

Для забезпечення роботи моделі в реальному масштабі необхідне виконання умови рівності розрахункового часу моделі та реального часу впродовж усього періоду функціонування моделі. Для

цього використано процедуру автоматичної синхронізації розрахункового часу моделі з реальним часом відповідною зміною кроку числового інтегрування, описану в [11]. Для її реалізації необхідне точне вимірювання реального часу, що забезпечено в комп'ютерній моделі за допомогою функції QueryPerformanceCounter. Зазначимо, що отриманий крок числового інтегрування не повинен бути більшим за половину періоду комутації вентилів, тобто половину мінімального періоду перемикання вихідного сигналу гістерезисного регулятора струму. Якщо остання вимога не задовольняється, то необхідно вибирати для реалізації моделі комп'ютер із вищою швидкістю обчислень або зменшувати частоту перемикання гістерезисних регуляторів, збільшуючи ширину гістерезису.

Результати досліджень

Дослідження проводили для асинхронної машини із такими номінальними даними: напруга $U_n = 690$ В, потужність $P_n = 1800$ кВт, струм статора $I_n = 1722$ А, струм ротора $I_{2n} = 587$ А, $\cos\varphi = 0,87$.

Для оцінювання ефективності розробленої моделі та системи керування асинхронним генератором та їх придатності до практичного використання досліджено режими роботи асинхронного генератора із постійною потужністю на валу (потужністю турбіни) і з регулюванням швидкості обертання та забезпеченням одиничного коефіцієнта потужності в колі статора. Дослідження виконано для таких режимів:

Діапазон часу від 0 до 2 с – намагнічення асинхронної машини під'єднанням обмотки статора до мережі, обмотка ротора розімкнута (в цьому випадку статор споживає лише реактивну потужність (рис. 9).

Діапазон часу від 2 до 8 с – вмикання ротора з системою керування, яка забезпечує одиничний коефіцієнт потужності в колі статора (у такому разі струм намагнічення є складовою струму ротора), розгін асинхронної машини в режимі двигуна до синхронної швидкості обертання (157 c^{-1} , рис. 8) за дії рушійного моменту з боку турбіни, що сприяє розганянню (рис. 5, додатний знак моменту турбіни на рис. 5 відповідає гальмівному характеру).

Діапазон часу від 8 до 16 с – гальмування до швидкості, нижчої від синхронної (127 c^{-1} , рис. 8); у такому разі електромагнітний момент асинхронного генератора зростає у від'ємну сторону (гальмівний характер), а його максимальне значення обмежується регулятором з умови обмеження максимального значення струму (2500 А); рушійний момент турбіни зі зменшенням швидкості зростає з огляду на допущення про сталу активну потужність на валу генератора.

Діапазон часу від 16 до 20 с – розгін генератора до швидкості, вищої від синхронної (187 c^{-1} , рис. 8); в перехідному процесі асинхронна машина переходить в режим двигуна і споживає активну потужність з мережі, а момент турбіни допомагає розганянню (рис. 5).

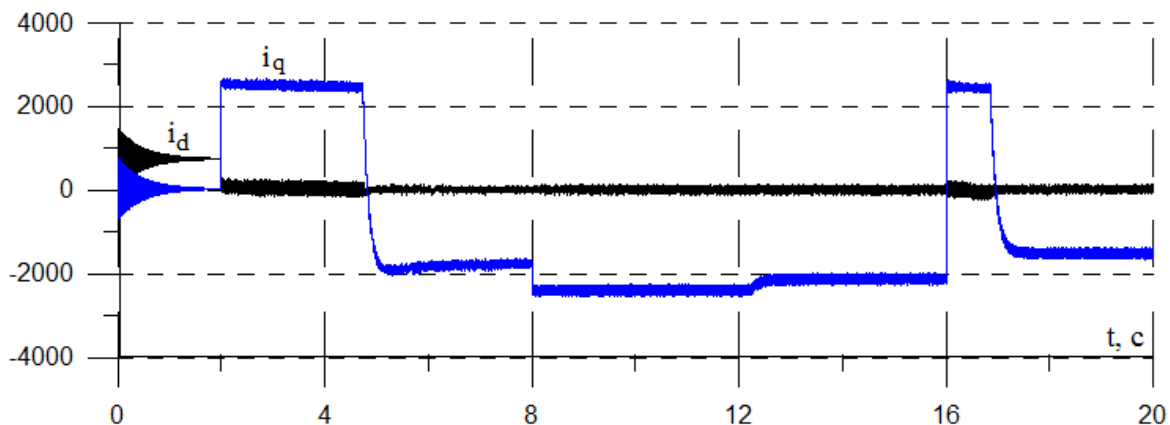


Рис. 4. Струм статора в осях dq (А)

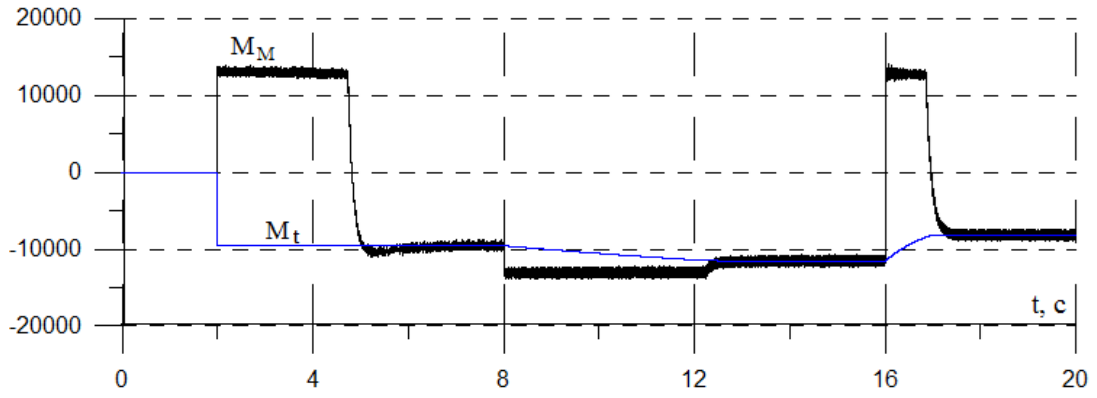


Рис. 5. Електромагнітний момент АГ (Нм), момент турбіни

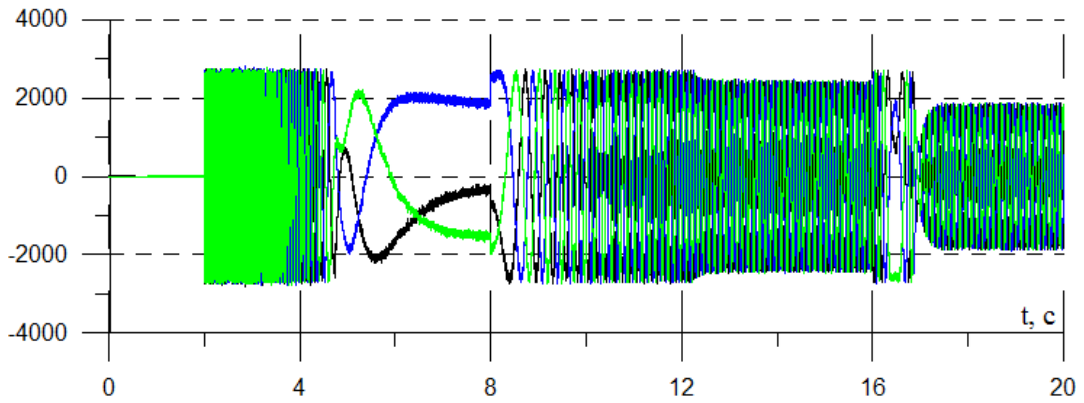


Рис. 6. Фазні струми ротора АГ (миттєві значення, А)

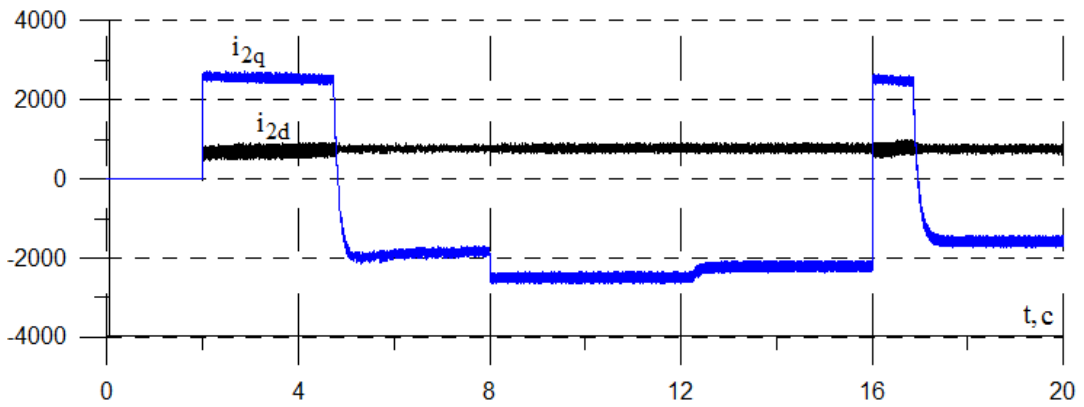


Рис. 7. Струм ротора в осях dq (значення приведені до статора, А)

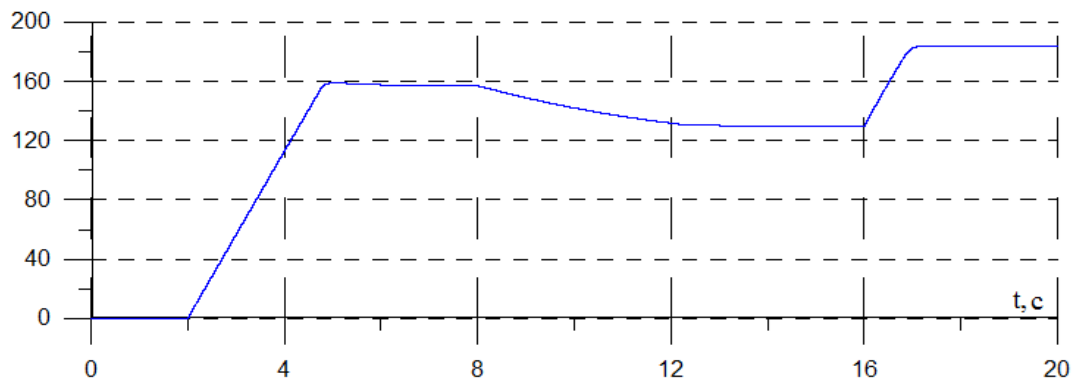


Рис. 8. Кутова швидкість обертання, s^{-1}

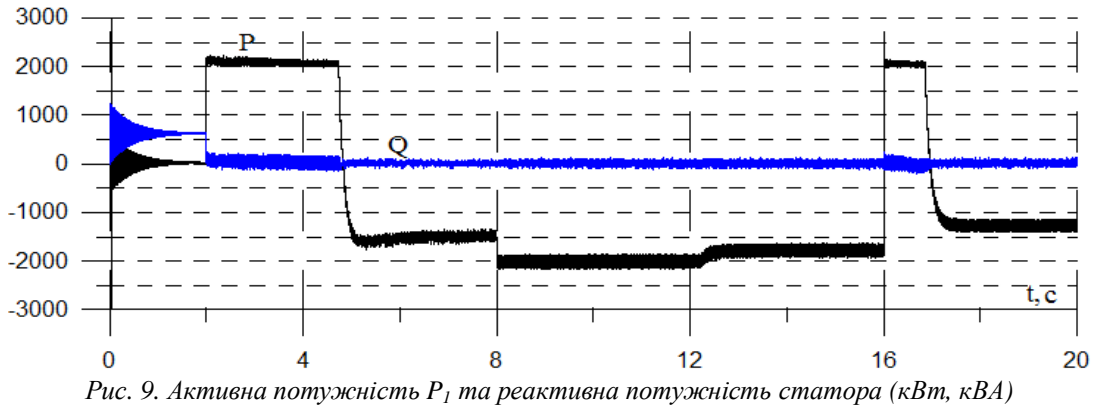


Рис. 9. Активна потужність P_1 та реактивна потужність статора (кВт, кВА)

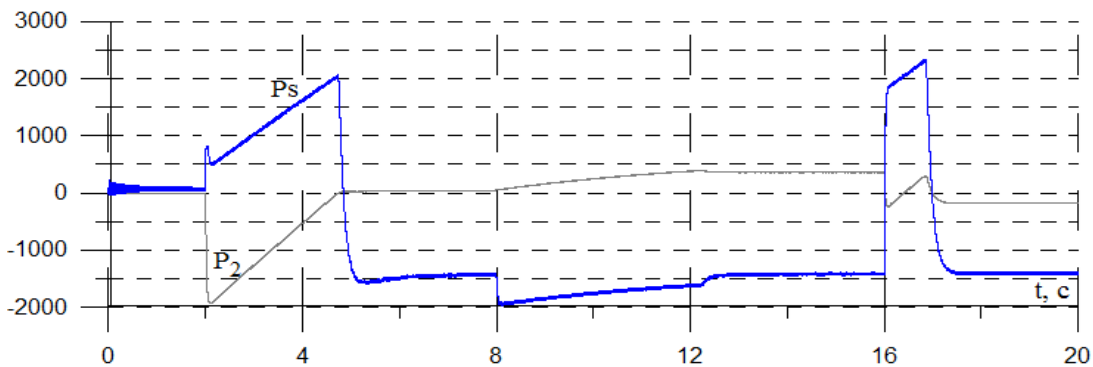


Рис. 10. Активна потужність на виході АГ P_s , активна потужність, яку споживає коло ротора P_2 . Потужність на валу 1500 кВт

Як видно з отриманих осцилограм, струм статора асинхронного генератора по осі d в усталеному режимі дорівнює 0 (рис. 4), тобто система векторного керування забезпечує роботу генератора із одиничним коефіцієнтом потужності (рис. 9). Складова струму статора по осі q прямо пропорційна до електромагнітного моменту (рис. 5). Струм ротора АГ по осі d є струмом намагнічування, а складова струму ротора по осі q компенсує відповідну складову струму статора (рис. 7).

З отриманих осцилограм можна простежити баланс потужності. В нормальному режимі роботи генератор віддає активну потужність у мережу, що відповідає її від'ємному знаку (рис. 9). Її значення менше від потужності на валу генератора на величину втрат ΔP . Значення активної потужності в роторі P_2 прямо пропорційне до ковзання. У випадку роботи зі швидкістю обертання, меншою за синхронну, ротор споживає активну потужність ($P_2 > 0$), а у випадку роботи зі швидкістю обертання, вищою за синхронну, – віддає потужність ($P_2 < 0$, рис. 10). В загальному випадку потужність на виході асинхронного генератора $P_s = P_1 + P_2 = P_e - \Delta P$, де P_1 – потужність у колі статора, P_e – потужність на валу.

Висновки

Використання методу середніх напруг на кроці числового інтегрування дає змогу забезпечити високу швидкодію розробленої моделі та її тривалу (десятьки годин) неперервну роботу в режимі реального часу в поєднанні із фізичними об'єктами (наприклад, із фізичним контролером), що дає змогу використовувати її для синтезу та тестування систем керування асинхронним генератором. Отримані результати коректно відображають закономірності перетворення енергії в асинхронному генераторі та баланс потужності, що свідчить про адекватність розробленої моделі. Реалізована в моделі система векторного керування забезпечує регулювання швидкості обертання генератора та

реактивної потужності в колі статора і створює умови для використання зазначеної системи, наприклад, для вітроенергетичних установок.

Список використаних джерел

1. Qiao W., "Dynamic modeling and control of doubly fed induction generators driven by wind turbines", 2009 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition, Seattle, WA, 2009, pp. 1–8.
2. Pak L-F., Dinavahi V., Real-time simulation of wind energy system based on the doubly-fed induction generator, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 24, no. 3 (2009), 1301–1309.
3. Wang C., Fang X., Yongjie F., Comparative simulation of dynamic characteristic of wind turbine doubly-fed induction generator based on RTDS and Matlab, IEEE International Conference on Power System Technology, (2010), 1–8.
4. Wu F., Zhang X. P., Godfrey K., Ju P., Small signal stability analysis and optimal control of a wind turbine with doubly fed induction generator, IET- Generation, Transmission and Distribution, vol. 1, no. 5 (2007), 751–760.
5. Lei T., Barnes M. and Ozakturk M., "Doubly-fed induction generator wind turbine modelling for detailed electromagnetic system studies", in IET Renewable Power Generation, March 2013, vol. 7, no. 2, pp. 180–189.
6. Ufa R. A., Vasilev A. S. and Suvorov A. A., "Development of hybrid model of B2B HVDC", 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), St. Petersburg, 2017, pp. 1–5.
7. Ou K. et al., "MMC-HVDC Simulation and Testing Based on Real-Time Digital Simulator and Physical Control System", in IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, Dec. 2014, vol. 2, no. 4, pp. 1109–1116.
8. Plachtyna O. A hybrid model of the electrical power generation system / O. Plachtyna, A. Kutsyk // Proceeding of 10th International Conference on Compatibility, Power Electronics and Power Engineering (CPE-POWERENG), IEEE Conference Publications, 2016, pp. 16–20.
9. Плахтина О. Г. Числовий однокроковий метод аналізу електричних кіл і його застосування в задачах електромеханіки, Вісник НТУ "Харківський політехнічний інститут", 2008, № 30, с. 223–225.
10. Плахтына Е. Г. Математическое моделирование электромашиноventильных систем. Львов: Вища школа, 1986. 161 с.
11. Плахтина О. Г., Куцик А. С., Тутка В. В. Синхронізація розрахункового часу функціонування математичних моделей електромашиноventильних систем з реальним часом // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Електроенергетичні та електромеханічні системи". 2009, № 637. С. 67–70.

References

1. Qiao W., "Dynamic modeling and control of doubly fed induction generators driven by wind turbines", 2009 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition, Seattle, WA, 2009, pp. 1–8.
2. Pak L-F., Dinavahi V., Real-time simulation of wind energy system based on the doubly-fed induction generator, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 24, no. 3 (2009), 1301–1309.
3. Wang C., Fang X., Yongjie F., Comparative simulation of dynamic characteristic of wind turbine doubly-fed induction generator based on RTDS and Matlab, IEEE International Conference on Power System Technology, (2010), 1–8.
4. Wu F., Zhang X. P., Godfrey K., Ju P., Small signal stability analysis and optimal control of a wind turbine with doubly fed induction generator, IET- Generation, Transmission and Distribution, vol. 1, no. 5 (2007), 751–760.
5. Lei T., Barnes M. and Ozakturk M., "Doubly-fed induction generator wind turbine modelling for detailed electromagnetic system studies", in IET Renewable Power Generation, vol. 7, no. 2, pp. 180–189, March 2013.
6. Ufa R. A., Vasilev A. S. and Suvorov A. A., "Development of hybrid model of B2B HVDC", 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), St. Petersburg, 2017, pp. 1–5.
7. Ou K. et al., "MMC-HVDC Simulation and Testing Based on Real-Time Digital Simulator and Physical Control System", in IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, vol. 2, no. 4, pp. 1109–1116, Dec. 2014.
8. Plachtyna O. A hybrid model of the electrical power generation system / Plachtyna O., Kutsyk A. // Proceeding of 10th International Conference on Compatibility, Power Electronics and Power Engineering (CPE-POWERENG), IEEE Conference Publications. 2016. pp. 16–20.
9. Plachtyna O. G. Chyslowyj odnokrokovyj metod anлізу elektrychnych kil i joho zastosuvannia v zadachah elektromekhaniky. [Numerical one-step method for the analysis of electric circuits and its application in the problems of electromechanics] // Visnyk NTU "Harkivskij politehničnyj instytut". 2008. No. 30. pp. 223–225. (ukr.)

10. Plachtyna E. G. Matematicheskoye modelirovanie elektromashyno-ventilnyh sistem. [Mathematical modeling of electromechanical systems with semiconductor converters]. Lviv: Vyscha shkola, 1986. 161 p. (rus.)

11. Plachtyna O. G., Kutsyk A. S., Tutka V. V. Synhronizacija rozrahunkovogo chasu funkcionuvannia matematychnykh modelej elektromashynoventylnykh system z realnym chasom. [Synchronization of the calculated time of electromechanical systems mathematical models with a real-time] // Visnyk Lviv Politechnic National University "Electric power and electromechanical systems". 2009. No. 637. pp. 67–70.

A. S. Kutsyk

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
e-mail: andrii.s.kutsyk@lpnu.ua

O. G. Plakhtyna

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
omelian.g.plakhtyna@lpnu.ua

REAL-TIME MATHEMATICAL MODELLING OF ASYNCHRONOUS GENERATOR WITH VOLTAGE INVERTER IN ROTOR CIRCUIT

© Kutsyk A. S., Plakhtyna O. G., 2019

The mathematical model of an electromechanical system with an asynchronous generator with rotor's current regulation by frequency converter with an autonomous voltage inverter controlled by current controllers has been described in the article.

Asynchronous generators due to their simplicity are widely used in wind power plants. The rotor currents regulation by frequency converter allows to control the speed and power factor in the stator's circle. In this case, the power of the frequency converter is determined by the range of slip variation and can be 25–30 % of total power of the generator.

The synthesis of the corresponding control system requires the development of a mathematical model that should take into consideration the nonlinearity of magnetic link in the asynchronous machine and the mutual interactions between components of the system. The combination of a real control system with a real-time mathematical model of the power scheme using the "hardware-in-the-loop" technology allows to test and configure the control system.

The feature of the model is the use of author's method of an average voltage on integration step for mathematical modeling of electrical circuits. The using of this method allows the high calculation performance and stability, and, also, ensured the continuous operation of the computer model in a real time mode in combination with physical objects (as example with a physical controller). This allows it to be used to synthesize and test control systems of asynchronous generator.

The vector control system implemented in the model provides the regulation of the rotational speed of the generator and the reactive power in the stator's circle and creates conditions for the use of the specified system, for example, for wind power plants.

Key words: *asynchronous generator; real-time model; mathematical modeling; vector control.*

УДК 621.316.925

В. Г. Лисяк

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроенергетики та систем управління,
Vladyslav.H.Lysiak@lpnu.ua

М. Й. Олійник

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроенергетики та систем управління,
Myhajlo.Ol@gmail.com

М. Б. Сабат

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроенергетики та систем управління,
Myroslav.B.Sabat@lpnu.ua

Ю. Л. Шелех

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроенергетики та систем управління,
Yurii.L.Shelekh@lpnu.ua

МОДЕЛЮВАННЯ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОМЕРЕЖІ ІЗ СИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ГІДРАВЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.036>

© Лисяк В. Г., Олійник М. Й., Сабат М. Б., Шелех Ю. Л., 2019

Помпові станції, які забезпечують переміщення рідини трубопровідним транспортом, є істотними споживачами електричної енергії. Перевитрати електроенергії внаслідок неоптимальних режимів роботи окремих потужних агрегатів чи неоптимальної кількості менш потужних агрегатів, які одночасно працюють, доволі значні й можуть суттєво впливати на загальне енергоспоживання. Перевитрати електроенергії на помпових станціях призводять також до відчутних її перевитрат в елементах електричних мереж.

Режими роботи потужних помпових станцій характеризуються повільною зміною координат у часі. У багатьох випадках це дає змогу обґрунтовано розглядати такі режими як сукупність квазістаціонарних станів, що змінюють один одного, без урахування впливу перехідних процесів. Проведений аналіз характеру типових режимів помпувальних агрегатів потужних помпових станцій та їхніх систем електропостачання обґрунтовує доцільність виокремлення досліджень усталених режимів. Переважна кількість наукових праць із моделювання й аналізу режимів роботи потужних помпових станцій стосується асинхронних електроприводних помпових агрегатів. Упровадження перспективного регульованого синхронного електроприводу на помпових станціях потребує створення відповідних засобів досліджень.

Проводити натурні експерименти на діючих помпових станціях дорого, а доволі часто й недопустимо, оскільки під час експериментів необхідно порушувати їх безперервне функціонування. Тому моделювання процесів, які відбуваються на таких об'єктах, – здебільшого єдиною можливий засіб їх безпечного дослідження, а також прогнозування безаварійних енергоощадних режимів і заходів. Показано, що синтез енергоефективних систем керування усталеними режимами таких об'єктів з метою підвищення їхньої енергоефективності зазвичай неможливий без комп'ютерного моделювання силової частини. Запропоновано математичну модель усталених режимів електромережі з частотно керованим синхронним електроприводом відцентрової помпи. Із використанням створеної моделі виконано низку тестових розрахунків усталених режимів. Наведено отримані графічні залежності основних координат від відносної витрати робочої рідини на вході трубопроводу.

Ключові слова: електромережа; синхронний двигун; реактивна потужність; частота; помпа; продуктивність; напір; математична модель.

Постановка проблеми

Бурові помпи, призначені для створення циркуляції промивної рідини і передавання гідравлічної енергії забійному двигуну, завдяки наявності розгалужених електричних мереж зазвичай урухомлюються потужними частотно керованими електродвигунами. Процес буріння свердловин, особливо в твердих породах, тривалий, внаслідок чого зростання напору помпи від нуля до максимального значення (залежно від глибини свердловини та потужності забійного двигуна) відбувається плавно упродовж багатьох діб [1–3]. Занурювальні відцентрові помпи з асинхронним чи синхронним електроприводом артезіанських водяних [4] свердловин також зазвичай працюють із практично сталими значеннями напору та продуктивності. На гідроакumuлювальних станціях, де режим агрегатів циклічно змінюється із помпового (під час створення запасу води у водосховищах) на турбінний (під час витрачання запасеної води), потужність синхронних двигунів-генераторів становить сотні мегават [5]. Зміна режиму також відбувається плавно протягом тривалого часу. Координати режимів помпових станцій нафтогонів та водогонів із синхронним та асинхронним електроприводом pomp, аналіз реєстрограм яких виконано у [6–9], теж доволі повільно змінюються у часі. Зокрема, поточне значення споживання води у міському водогоні водопостачання, за даними [8], змінюється не швидше, ніж 0,1 % за секунду.

Виокремлення квазіусталених нормальних експлуатаційних режимів потужних помпувальних агрегатів та їхніх систем електропостачання дає змогу обґрунтовано застосовувати для аналізу засоби математичного моделювання усталених режимів.

Актуальність дослідження

Проводити фізичні експерименти на діючих потужних помпових станціях зазвичай дорого чи навіть неможливо [10] внаслідок необхідності порушувати їх безперервне функціонування. Тому цифрова модель силової частини як віртуальна складова повної гібридної моделі [11] такого об'єкта найчастіше залишається єдиним можливим засобом безпечного дослідження режимів та їхнього симулювання з метою синтезу енергоефективних систем керування.

Формулювання мети та завдань статті

Мета цієї роботи – обґрунтування та розроблення математичної моделі усталених режимів системи електропостачання з частотно керованим синхронним електроприводом відцентрової помпи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Робіт щодо математичного моделювання, аналізу режимів та розроблення систем керування електроприводом помпових та компресорних станцій достатньо багато. Однак у переважній більшості з них увагу зосереджено на асинхронному електроприводі помпового навантаження (зокрема, у [12] подано математичну

модель усталених режимів електропостачальної системи помпової станції з асинхронним електроприводом, а в [13] – систему керування усталеними режимами такого об’єкта). Менше праць, які стосуються синхронного електроприводу компресорних станцій, і лише деякі окремі – помпових. Моделювання й оптимізацію режимів синхронних двигунів потужних помпових станцій описано в роботі [14]. Механічна характеристика відцентрової помпи апроксимована квадратичною параболою (до складу виразу входять пусковий і номінальний моменти, сталий “коефіцієнт помпи” та квадрат частоти обертання). Розроблення схем електропостачання, математичний опис синхронного електродвигуна бурової помпи, опис експериментальних досліджень наведено в [3], однак гідравлічну підсистему в цій праці також подано гранично спрощено. У [15] розглянуто систему електропостачання помпової станції водопроводу із однофазним синхронним електроприводом помп, який живиться від сонячної електростанції; увагу зосереджено на питаннях безперервності електропостачання. Усталені режими помпових агрегатів із синхронним електроприводом досліджено у роботі [16]; у ній зі збалансованим ступенем деталізації подано як відцентрову помпу, так і електродвигун, однак не розглянуто питання моделювання системи електропостачання.

Виклад основного матеріалу

Узагальнену структурну схему електропостачання синхронного двигуна, який приводить у дію відцентрову помпу, зображено на рис. 1.

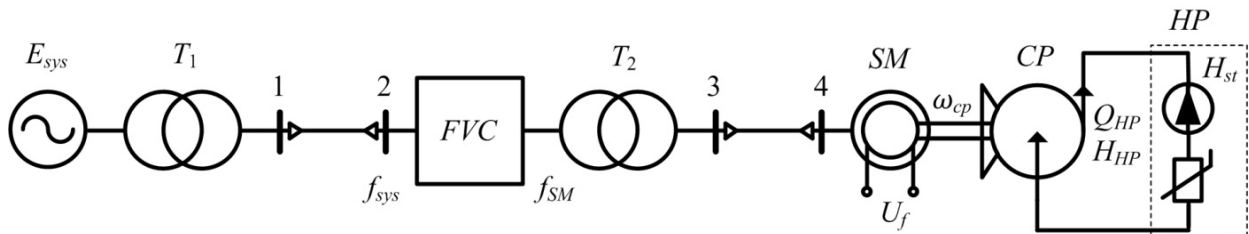


Рис. 1. Структурна схема електроживлення синхронного двигуна із відцентровою помпою

В усталеному режимі відцентрова помпа CP створює напір H_{HP} робочої рідини на вході в гідравлічний трубопровід HP зі статичним протинапором H_{st} , підтримуючи споживання рідини на рівні Q_{HP} . Обертання робочого колеса помпи з кутовою швидкістю ω_{cp} здійснює синхронний двигун SM , вал якого жорстко з’єднаний із валом робочого колеса. Необхідна для забезпечення заданого гідравлічного режиму агрегатом двигун-помпа напруга U_s живлення статора синхронного двигуна із частотою f_s формується за допомогою перетворювача частоти й напруги FVC . У загальному випадку живлення двигуна може здійснюватись по кабельній лінії 3–4 через додатковий трансформатор T_2 , на первинну обвитку якого подається напруга U_{2FVC} з виходу FVC . На вхід перетворювача частоти й напруги подається напруга U_{1FVC} промислової частоти f по лінії 1–2 від живильного трансформатора T_1 системи електропостачання від електроенергетичної системи живлення, яка має ЕРС E_{sys} .

Згідно з цією схемою формується математична модель, яка складається із рівнянь гідравлічного трубопроводу, помпи, двигуна, трансформаторів, частотного перетворювача, ліній електропередачі, електроенергетичної системи живлення з урахуванням гідравлічних і електричних сполучень, а також – механічних та енергетичних зв’язків. Перетворену модель помпи отримано з її уточненої моделі [17], розробленої на основі електрогідродинамічної аналогії. Усі рівняння моделі записано у відносних одиницях у системі обертових жорстко зв’язаних із робочим колесом помпи ортогональних $d-q$ координат (у цьому випадку, щоб запис не був дуже громіздкий, символ * у позначенні відносних одиниць пропущено):

– гідравлічний трубопровід:

$$\sqrt{H_{HPd}^2 + H_{HPq}^2} - H_{st} - (1 - H_{st})(Q_{HPd}^2 + Q_{HPq}^2) = 0; \quad (1)$$

- відцентрова помпа (з урахуванням залежності параметрів від кутової швидкості):

$$(R_0 + R_1)Q_{\Sigma d} - (X_0 + X_1)Q_{\Sigma q} - R_0Q_{HPd} + X_0Q_{HPq} = H_{0d}, \quad (2)$$

$$(X_0 + X_1)Q_{\Sigma d} + (R_0 + R_1)Q_{\Sigma q} - X_0Q_{HPd} - R_0Q_{HPq} = H_{0q}, \quad (3)$$

$$R_0Q_{\Sigma d} - X_0Q_{\Sigma q} - (R_0 + R_2)Q_{HPd} + (X_{0ei} + X_{2ei})Q_{HPq} = H_{HPd}, \quad (4)$$

$$X_0Q_{\Sigma d} + R_0Q_{\Sigma q} - (X_0 + X_2)Q_{HPd} - (R_0 + R_2)Q_{HPq} = H_{HPq}, \quad (5)$$

$$\sqrt{H_{0d}^2 + H_{0q}^2} - H_{0nom}\omega_{cp}^2 = 0, \quad (6)$$

$$Q_{HPd}H_{HPq} - Q_{HPq}H_{HPd} = 0, \quad (7)$$

$$Q_{HPd} - \sqrt{Q_{HPd}^2 + Q_{HPq}^2} \cos \Psi_{0QH} = 0; \quad (8)$$

- синхронний двигун (з урахуванням залежності параметрів від частоти):

$$R_s I_{sd} - \omega_{cp} (X_s I_{sq} + \Psi_{\delta q}) = U_{sd}, \quad (9)$$

$$R_s I_{sq} + \omega_{cp} (X_s I_{sd} + \Psi_{\delta d}) = U_{sq}, \quad (10)$$

$$R_{mSM} (\Psi_{\delta d}, \Psi_{\delta q}) \Psi_{\delta d} - \omega_{cp} \Psi_{\delta q} / R_a - I_{sd} = I_f, \quad (11)$$

$$R_{mSM} (\Psi_{\delta d}, \Psi_{\delta q}) \Psi_{\delta q} + \omega_{cp} \Psi_{\delta d} / R_a - I_{sq} = 0, \quad (12)$$

$$U_{sq} I_{sd} - U_{sd} I_{sq} = (U_{sd} I_{sd} + U_{sq} I_{sq}) \operatorname{tg} \varphi_{SM}; \quad (13)$$

- енергетичний зв'язок між помпою та двигуном:

$$H_{0d}Q_{\Sigma d} + H_{0q}Q_{\Sigma q} = \omega_{cp} (\Psi_{\delta d} I_{sq} - \Psi_{\delta q} I_{sd}); \quad (14)$$

- кабельна лінія 3–4 електропередачі (з урахуванням залежності зарядної потужності від частоти):

$$r_{34}^2 I_{2dT_2} - r_{34} (U_{2dT_2} - U_{sd}) - 0,5 \cdot \omega_{cp} b_{34} r_{34}^2 U_{2qT_2} = 0, \quad (15)$$

$$r_{34}^2 I_{2qT_2} - r_{34} (U_{2qT_2} - U_{sq}) + 0,5 \cdot \omega_{cp} b_{34} r_{34}^2 U_{2dT_2} = 0, \quad (16)$$

$$r_{34}^2 I_{sd} - r_{34} (U_{2dT_2} - U_{sd}) + 0,5 \cdot \omega_{cp} b_{34} r_{34}^2 U_{sq} = 0, \quad (17)$$

$$r_{34}^2 I_{sq} - r_{34} (U_{2qT_2} - U_{sq}) - 0,5 \cdot \omega_{cp} b_{34} r_{34}^2 U_{sd} = 0; \quad (18)$$

- трансформатор T_2 (з урахуванням залежності параметрів від частоти):

$$-R_{2T_2} I_{2dT_2} + \omega_{cp} (X_{2T_2} I_{2qT_2} + \Psi_{1qT_2}) = k_{T_2} U_{2dT_2}, \quad (19)$$

$$-R_{2T_2} I_{2qT_2} - \omega_{cp} (X_{2T_2} I_{2dT_2} - \Psi_{1dT_2}) = k_{T_2} U_{2qT_2}, \quad (20)$$

$$R_{1T_2} I_{1dT_2} - \omega_{cp} (X_{1T_2} I_{1qT_2} + \Psi_{1qT_2}) = U_{1dT_2}, \quad (21)$$

$$R_{1T_2} I_{1qT_2} + \omega_{cp} (X_{1T_2} I_{1dT_2} + \Psi_{1dT_2}) = U_{1qT_2}, \quad (22)$$

$$R_{mT_2} (\Psi_{1dT_2}, \Psi_{1qT_2}) \Psi_{1dT_2} - \omega_{cp} G_{T_2} \Psi_{1qT_2} + I_{2dT_2} = I_{1dT_2}, \quad (23)$$

$$R_{mT_2} (\Psi_{1dT_2}, \Psi_{1qT_2}) \Psi_{1qT_2} + \omega_{cp} G_{T_2} \Psi_{1dT_2} + I_{2qT_2} = I_{1qT_2}; \quad (24)$$

- перетворювач частоти й напруги:

$$(U_{1FVCd} I_{1FVCd} + U_{1FVCq} I_{1FVCq}) - \Delta P_{FVC} = U_{1dT_2} I_{1dT_2} + U_{1qT_2} I_{1qT_2}, \quad (25)$$

$$(U_{1FVCq} I_{1FVCd} - U_{1FVCd} I_{1FVCq}) - \Delta Q_{FVC} = U_{1qT_2} I_{1dT_2} - U_{1dT_2} I_{1qT_2}; \quad (26)$$

- кабельна лінія 1–2 електропередачі:

$$r_{12}^2 I_{1d} - r_{12} (U_{1d} - U_{1FVCd}) - 0,5 \cdot b_{12} r_{12}^2 U_{1q} = 0, \quad (27)$$

$$r_{12}^2 I_{1q} - r_{12} (U_{1q} - U_{1FVCq}) + 0,5 \cdot b_{12} r_{12}^2 U_{1d} = 0, \quad (28)$$

$$r_{12}^2 I_{1FVCd} - r_{12} (U_{1d} - U_{1FVCd}) + 0,5 \cdot b_{12} r_{12}^2 U_{1FVCq} = 0, \quad (29)$$

$$r_{12}^2 I_{1FVCq} - r_{12} (U_{1q} - U_{1FVCq}) - 0,5 \cdot b_{12} r_{12}^2 U_{1FVCd} = 0; \quad (30)$$

– трансформатор T_1 :

$$-R_{2T_1} I_{1d} + X_{2T_1} I_{1q} + \Psi_{1qT_1} = k_{T_1} U_{1d}, \quad (31)$$

$$-R_{2T_1} I_{1q} - X_{2T_1} I_{1d} + \Psi_{1dT_1} = k_{T_1} U_{1q}, \quad (32)$$

$$R_{1T_1} I_{1dT_1} - X_{1T_1} I_{1qT_1} - \Psi_{1qT_1} = U_{1dT_1}, \quad (33)$$

$$R_{1T_1} I_{1qT_1} + X_{1T_1} I_{1dT_1} + \Psi_{1dT_1} = U_{1qT_1}, \quad (34)$$

$$R_{mT_1} (\Psi_{1dT_1}, \Psi_{1qT_1}) \Psi_{1dT_1} - G_{T_1} \Psi_{1qT_1} + I_{1d} = I_{1dT_1}, \quad (35)$$

$$R_{mT_1} (\Psi_{1dT_1}, \Psi_{1qT_1}) \Psi_{1qT_1} + G_{T_1} \Psi_{1dT_1} + I_{1q} = I_{1qT_1}; \quad (36)$$

– електроенергетична система живлення:

$$E_{sysd} - R_{sys} I_{1dT_1} + X_{sys} I_{1qT_1} = U_{1dT_1}, \quad (37)$$

$$E_{sysq} - R_{sys} I_{1qT_1} - X_{sys} I_{1dT_1} = U_{1qT_1}, \quad (38)$$

де ω_{CP} – колова частота обертання спільного вала двигуна й помпи; $H_0, Q_\Sigma, H_{HP}, Q_{HP}$ – поточні фіктивні та дійсні значення напору й продуктивності в ортогональних координатах помпи; $H_{ном}$ – номінальний фіктивний напір помпи; Ψ_{0QH} – початкова фаза зображального вектора напруги продуктивності помпи (довільна); $R_0, R_1, R_2, X_0, X_1, X_2$ – дисипативні та індуктивні гідравлічні опори перетвореної моделі помпи [19]; $R_s, X_s, X_\sigma, X_{sa}$ – активний та індуктивний опори якоря, а також індуктивні опори розсіяння та намагнічування двигуна; φ_{SM} – кут між векторами струму та напруги обвитки якоря двигуна; R_a – резистанс, який враховує втрати активної енергії у сталевому осерді двигуна; $R_{mSM} (\Psi_{\delta d}, \Psi_{\delta q}) = \left(0,82 + 0,148 \cdot (\Psi_{\delta d}^2 + \Psi_{\delta q}^2) + 0,044 \cdot (\Psi_{\delta d}^2 + \Psi_{\delta q}^2)^4 \right) / (X_\sigma + X_a)$ – нелінійний

статичний магнітний опір головного магнітного кола двигуна; $R_{1T}, R_{2T}, X_{1T}, X_{2T}$ – активні опори та індуктивні опори розсіяння обвиток трансформаторів; G_T – поперечна провідність, яка враховує втрати активної потужності в магнітопроводі трансформатора; b_T – поперечна магнітна провідність трансформатора; $R_{mT} (\Psi_{\delta 1dT}, \Psi_{\delta 1qT}) = b_T \left(0,527176 \cdot (\Psi_{\delta 1dT}^2 + \Psi_{\delta 1qT}^2) + 0,231535 \cdot (\Psi_{\delta 1dT}^2 + \Psi_{\delta 1qT}^2)^3 + 0,241290 \cdot (\Psi_{\delta 1dT}^2 + \Psi_{\delta 1qT}^2)^5 \right)$ – нелінійний статичний магнітний опір намагнічування трансфор-

матора; $\Delta P_{FVC}, \Delta Q_{FVC}$ – втрати активної та реактивної потужностей у перетворювачі напруги й частоти; $r_{12}, r_{34}, b_{12}, b_{34}$ – параметри П-подібних заступних схем кабельних ліній електропередачі; R_{SYS}, X_{SYS} – еквівалентні активний та індуктивний опори, а також ЕРС електроенергетичної системи живлення; U, I, Ψ – напруги, струми, ЕРС та потекозчеплення в ортогональних координатах режиму елементів структурної схеми, що на рис. 1.

Для однозначного розв'язання системи рівнянь (1)–(38) її необхідно доповнити двома рівняннями керування електромагнітними режимами синхронного двигуна. В цьому випадку (для прикладу) керування здійснюється підтриманням сталого заданого значення $\Psi_g = \text{const}$ потекозчеплення, а також ортогональності зображальних векторів потекозчеплення та струму якоря. У цьому режимі електромагнітний момент двигуна набуває максимально можливих значень:

$$\Psi_{\delta d_i}^2 + \Psi_{\delta q_i}^2 = \Psi_g, \quad (39)$$

$$\Psi_{\delta d_i} I_{sd_i} + \Psi_{\delta q_i} I_{sq_i} = 0. \quad (40)$$

Пошук нульових наближень для розв'язання нелінійної системи рівнянь (1)–(40) математичної моделі здійснюється диференціальним методом у формі h -характеристик аналогічно, як у [12].

Для тестових розрахунків вибрано: трансформатори ТМ-1600/10 ($k_{T2}=1$); двигун СДТП-1600-2УХЛ4; відцентрову помпу НМ-1250-260; робочу рідину – воду. Розрахунок режимів виконано для розділеного на 50 однакових інтервалів діапазону витрати робочої рідини на вході гідравлічного трубопроводу в межах 0,0–1,2 номінального значення для вибраної помпи. Рівняння (1) із нульовим статичним протинапором для випадку частотно керованого двигуна з метою підтримання сталого (незалежного від продуктивності) напору на вході трубопроводу перетворюється на таке:

$$H_{HPd}^2 + H_{HPd}^2 = 1. \quad (41)$$

На рис. 2–11 наведено отримані залежності основних координат усталених режимів від відносної витрати робочої рідини на вході трубопроводу (напруги і струми зведено до напруги $U_{ном}$).

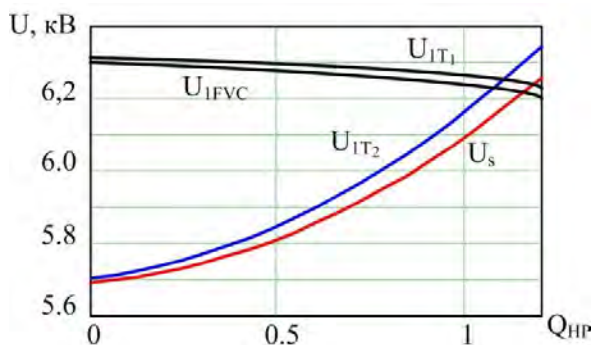


Рис. 2. Напруги вузлів схеми

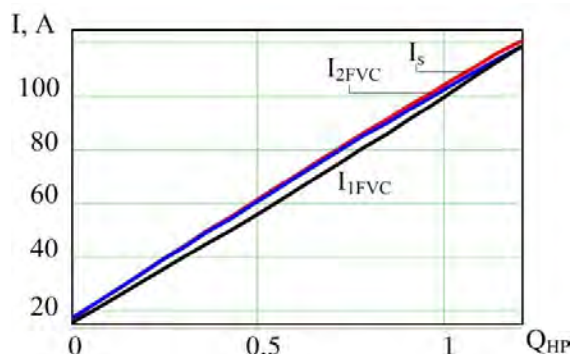


Рис. 3. Струми віток схеми

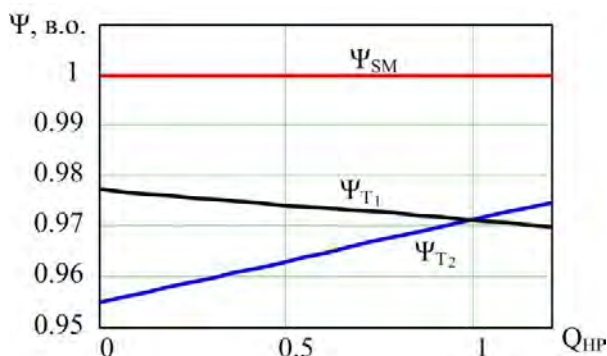


Рис. 4. Відносні потокозчеплення

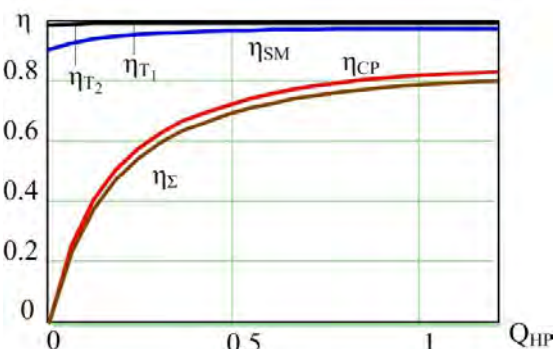


Рис. 5. Коефіцієнти корисної дії

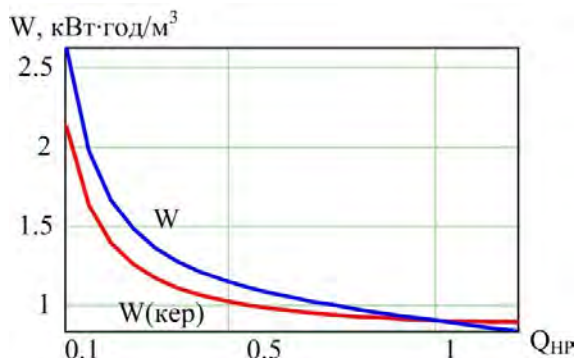


Рис. 6. Питоми витрати активної електроенергії

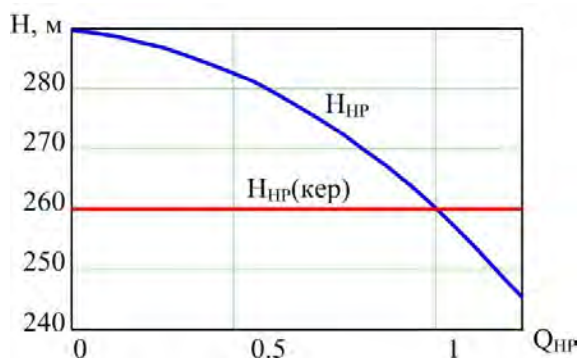


Рис. 7. Напір на вході трубопроводу

З метою порівняння керованого режиму синхронного двигуна з некерованим на рис. 6 і 7 наведено залежності одночасно для двох режимів: керованого та некерованого (за номінальної

частоти обертання), коли гідравлічний трубопровід описується рівнянням (1) із нульовим статичним протинапором. Зазначимо, що, оскільки витратою агрегату керувати неможливо (напір агрегату залежить лише від його витрати), відцентрова помпа працює за паспортною напірно-витратною характеристикою (рис. 7).

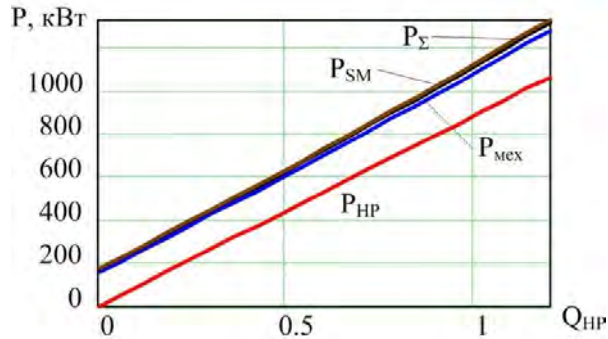


Рис. 8. Механічні та активні електричні потужності

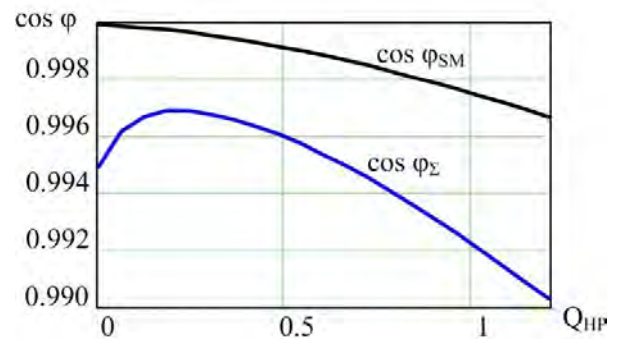


Рис. 9. Коефіцієнти потужності

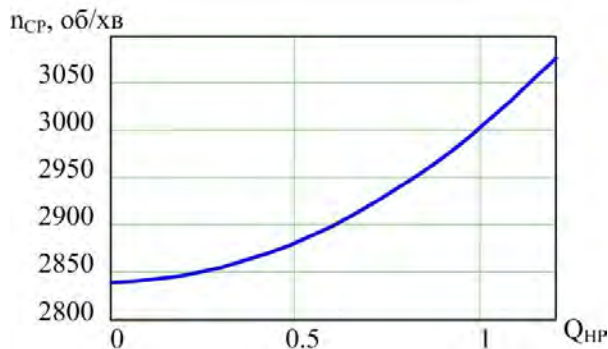


Рис. 10. Частота обертання спільного вала

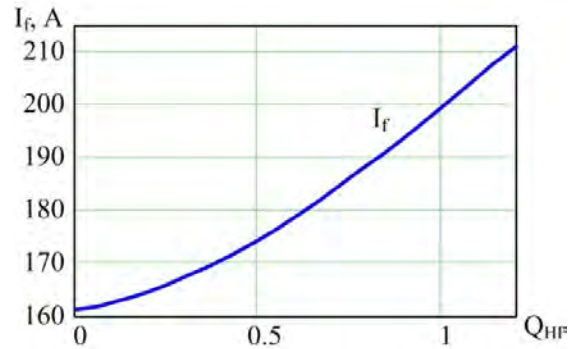


Рис. 11. Струм збудження СД

Висновки

Запропонована математична модель дає змогу здійснювати комплексний розрахунок усталених режимів потужних помпувальних агрегатів із синхронним електроприводом та їхніх систем електропостачання з урахуванням внутрішніх параметрів та взаємного впливу підсистем різної фізичної природи. Здійснено тестові розрахунки усталених режимів як з некерованим, так і з частотно керованим агрегатом. Приклад отриманих графічних залежностей низки основних координат режиму від витрати робочої рідини свідчить про широкі можливості застосування створеної моделі для аналізу усталених режимів роботи систем електропостачання синхронного електроприводного гідравлічного навантаження.

Перспективи подальших досліджень

На наступному етапі заплановано розроблення динамічної моделі усталених режимів електромережі із синхронним електроприводом гідравлічного навантаження.

Список використаних джерел

1. Шабанов В. А., Никулин О. В. Векторное регулирование момента синхронного электродвигателя бурового насоса // Известия ВУЗов. Проблемы энергетики. 2011. № 9–10. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vektornoe-regulirovanie-momenta-sinhronnogo-elektrodvigatelya-burovogo-nasosa> (дата обращения: 27.05.2019).
2. Шабанов В. А., Никулин О. В. Модель синхронного двигателя бурового насоса в среде Симулинк // Электротехнические комплексы и системы: меж вуз. научн. сб. Уфа: УГАТУ, 2009. С. 70–75.
3. Никулин О. В. Разработка и исследование частотно-регулируемого синхронного электропривода бурового насоса: монография. Москва: Русайнс, 2017. 152 с.

4. Машнев А. Е. Экономия электроэнергии при водоснабжении большого города / А. Е. Машнев, И. В. Бовдуй // Вестник Нац. техн. ун-та “Харьковский политехнический институт”. 2008. Вып. 30. С. 507–508.
5. Хакимуллин Б. Р., Багаутдинов И. З. Гидроаккумулирующие электростанции // Инновационная наука. 2016. № 4–3 (16). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/gidroakkumuliruyuschie-elektrostantsii-1> (дата обращения: 17.05.2019).
6. Реалізація енергозберігаючої системи електроприводу для багатопомпувальної станції ДПВЗ / В. П. Борисенко, С. В. Григор’єв, В. П. Овсянніков О. В. Головін // XIII Международная науч.-техн. конф. “Машиностроение и техносфера XXI века”: сб. тр. в 2 т. Севастополь, 2006. Т. 1. С. 138–140.
7. Браславский И. Я. Энергосберегающий асинхронный электропривод / И. Я. Браславский, З. Ш. Ишматов, В. Н. Поляков. М.: Академия, 2004. 256 с.
8. Куцик А. С. Математична модель системи “частотно-керований електропривод – насос – водопровідна мережа” / А. С. Куцик, А. О. Лозинський, О. Ф. Кінчур // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Електроенергетичні та електромеханічні системи. 2015. № 834. С. 48–55.
9. Николаев В. Г. Энергосберегающие способы управления лопастными насосными агрегатами в системах водоснабжения при нестационарной нагрузке [Электронный ресурс] // Сантехника. Рубрика “Водоснабжение” : журнал. 2006. № 4. С. 22–28.
10. Федоров А. В. Применение источников бесперебойного питания в энергетических установках промышленных объектов в нефтегазовой отрасли / А. В. Федоров, С. В. Бабуринов, А. Н. Махалин // Наука и техника в газовой промышленности, 2014. № 2. С. 70–74.
11. K. Ou *et al.*, “MMC-HVDC Simulation and Testing Based on Real-Time Digital Simulator and Physical Control System”, in *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 2, no. 4, pp. 1109–1116, Dec. 2014.
12. Лисяк В. Г. Узагальнена математична модель усталених режимів електропостачальної системи помпової станції / В. Г. Лисяк, П. Ф. Гоголюк // Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. – 2015. – Вип. 42. – С. 22–26.
13. Paranchuk Y. S., Lysiak V. H. Energy efficient power supply system and automatic control of the complex “power supply – pumping station” modes. *Naukovyi Visnyk NHU*, 2018, № 3, pp. 115–124.
14. Абдулла Ибрагим, Мослем Аль-Удейнат. Моделирование и оптимизация режимов работы синхронных электродвигателей крупных насосных станций: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук: спец. 05.09.03 “Электротехнические комплексы и системы” / Ташкентский гос. техн. ун-т им. Абуракхмана Беруни. Ташкент, 1998. 22 с.
15. B. Singh and S. Murshid, “A Grid-Interactive Permanent-Magnet Synchronous Motor-Driven Solar Water-Pumping System”, in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 54, no. 5, pp. 5549–5561, Sept.–Oct. 2018.
16. Gogolyuk P., Lysiak V., Grinberg I. Mathematical Modeling Of A Synchronous Motor And Centrifugal Pump Combination In Steady State [Electronic resource], in: *IEEE PES Power Systems Conference & Exposition*, 10–13 October 2004, New York City, NY : Conference Publications, 2004, Vol. 3, pp. 1444–1448.
17. Kostyshyn, V. S. Simulation of performance characteristics of centrifugal pumps by the electrohydrodynamic analogy method / V. S. Kostyshyn, P. O. Kurylyak, in : *Journal of Hydrocarbon Power Engineering*, 2015, vol. 2, № 1, pp. 24–31.
18. Лисяк В. Г. Математичне моделювання усталених режимів електропостачальної системи помпової станції // Технічна електродинаміка. К., 2008. № 2. С. 43–50.
19. Lysiak V., Oliinyk M. Modeling of Hydraulic Load of Electric Drive in Electrical Complex of Pumping Station. *Energy Eng. Control Syst.*, 2018, Vol. 4, No. 1, pp. 31–36.

References

1. Shabanov V. A., Nykulyn O. V. Vektornoe rehelyrovanye momenta synkhronnoho elektrodvyhatelia burovoho nasosa // *Yzvestiya VUZov. Problemy enerhetyky*. 2011. No. 9–10. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vektornoe-regulirovanie-momenta-sinhronnogo-elektrodvigatelya-burovogo-nasosa> (data obrashcheniya: 27.05.2019). [in Russian].
2. Shabanov V. A., Nykulyn O. V. Model synkhronnoho dvyhatelia burovoho nasosa v srede Symulyunk // *Электротехнические комплексы и системы. Mezhhuzovskiy nauchnyy sbornik*. Ufa: UHATU, 2009. S. 70–75. [in Russian].
3. Razrabotka y yssledovanye chastotno-rehelyruemogo synkhronnoho elektropyvoda burovoho nasosa: monohrafya / O.V. Nykulyn. Moskva: Rusains, 2017. 152 s. [in Russian].

4. Mashnev A. E. Экономия электроэнергии при водоснабжении большого города / A. E. Mashnev, Y. V. Bovdii // *Vestnyk Nats. tekhn. un-ta "Kharkovskiy polytekhnicheskyy univ-tet"*. 2008. Выр. 30. S. 507–508 [in Russian].
5. Khakymullyn B. R., Bahautdinov Y. Z. Hydroakkumuliruyushchye elektrostantsyy // *Ynnovatsyonnaia nauka*. 2016. No. 4–3 (16). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/gidroakkumuliruyushchie-elektrostantsii-1> (data obrashcheniya: 17.05.2019) [in Russian].
6. Borysenko V. P. Realizatsiia enerhozberihaiuchoi systemy elektroprivodu dlia bahatopompuvalnoi stantsii DPVZ / V. P. Borysenko, S. V. Hryhoriev, V. P. Ovsiannikov, O. V. Holovin // XIII mezhdunarodnaia nauch.-tekhn. konf. "Mashynostroeniye y tekhnosfera XXI veka": sb. tr. v 2 t. Sevastopol, 2006. T. 1. S. 138–140. [in Russian].
7. Braslavskiy Y. Ya. Enerhosberehaiushchyi asynkhronnyy elektroprivod / Y. Ya. Braslavskiy, Z. Sh. Yshmatov, V. N. Poliakov. M.: Akademiya, 2004. – 256 s. [in Russian].
8. Kutsyk A. S. Matematychna model systemy "chastotno-kerovanyi elektroprivod – nasos – vodoprovodnaia meretzha" / A. S. Kutsyk, A. O. Lozynskiy, O. F. Kinchur // *Visnyk Natsionalnoho universytetu "Lvivska politekhnika"*. Elektroenerhetychni ta elektromekhanichni systemy. 2015. No. 834. S. 48–55 [in Ukrainian].
9. Nykolaev V. H. Enerhosberehaiushchye sposoby upravleniya lopastnyu nasosnyu ahrehatamy v systemakh vodosnabzheniya pry nestatsyonarnoi nahruzke [Elektronnyi resurs] // *Santekhnika. Rubryka "Vodosnabzheniye"*: zhurnal. 2006. No. 4. S. 22–28. [in Russian].
10. Fedorov A. V. Prymeneniye ystochnykov bespereboinogo pytaniya v enerhetycheskykh ustanovkakh promyshlennykh ob'ektov v neftezhazovoi otrasly / A. V. Fedorov, S. V. Baburn, A. N. Makhalyn // *Nauka y tekhnika v hazovoi promyshlennosti*, 2014. No2. S. 70–74. [in Russian].
11. K. Ou *et al.*, "MMC-HVDC Simulation and Testing Based on Real-Time Digital Simulator and Physical Control System", in *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 2, no. 4, pp. 1109–1116, Dec. 2014.
12. Lysiak V. H. Uzahalnena matematychna model ustalenykh rezhymiv elektropostachalnoi systemy pompovoi stantsii / V. H. Lysiak, P. F. Hoholiuk // *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy*. 2015. Vyp. 42. S. 22–26. [in Ukrainian].
13. Paranchuk Y. S., Lysiak V. H. Energy efficient power supply system and automatic control of the complex "power supply – pumping station" modes. *Naukovyi Visnyk NHU*, 2018, No. 3, pp. 115–124.
14. Abdulla Ybrahim, Moslem Al-Udeinat. Modelirovaniye y opytyzatsiia rezhymov raboty synkhronnykh elektrodyhatelei krupnykh nasosnykh stantsiy: avtoref. dys. na soyskanye nauch. stepeny kand. tekhn. nauk : spets. 05.09.03 "Elektrotekhnicheskyye kompleksy y systemy" / Tashkentskiy Hosudarstvennyy tekhnicheskyy univ-tet im. Aburakhmana Beruniy. Tashkent, 1998. 22 s. [in Russian].
15. B. Singh and S. Murshid, "A Grid-Interactive Permanent-Magnet Synchronous Motor-Driven Solar Water-Pumping System", in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 54, no. 5, pp. 5549–5561, Sept.–Oct. 2018.
16. Gogolyuk P. Mathematical Modeling Of A Synchronous Motor And Centrifugal Pump Combination In Steady State [Electronic resource] / P. Gogolyuk, V. Lysiak, I. Grinberg // *IEEE PES Power Systems Conference & Exposition*, 10–13 October 2004, New York City, NY : Conference Publications. 2004. Vol. 3. P. 1444–1448.
17. Kostyshyn, V. S. Simulation of performance characteristics of centrifugal pumps by the electrohydrodynamic analogy method / V. S. Kostyshyn, P. O. Kurlyak // *Journal of Hydrocarbon Power Engineering*. – 2015. Vol. 2, No. 1. P. 24–31.
18. Lysiak V. H. Matematychna modeliuvannya ustalenykh rezhymiv elektropostachalnoi systemy pompovoi stantsii // *Tekhnichna elektrodynamika*. K., 2008. No. 2. S. 43–50.
19. V. Lysiak, M. Oliinyk. Modeling of Hydraulic Load of Electric Drive in Electrical Complex of Pumping Station. *Energy Eng. Control Syst.*, 2018, Vol. 4, No. 1, pp. 31–36. [in Ukrainian].

V. H. Lysiak

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electric Power Engineering and Control Systems,
Vladyslav.H.Lysiak@lpnu.ua

M. Yo. Oliinyk

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electric Power Engineering and Control Systems,
Myhajlo.Ol@gmail.com

M. B. Sabat

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electric Power Engineering and Control Systems,
Myroslav.B.Sabat@lpnu.ua

Y. L. Shelekh

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electric Power Engineering and Control Systems,
Yurii.L.Shelekh@lpnu.ua

MODELING OF STEADY-STATE MODES OF THE ELECTRICAL NETWORK FROM THE SYNCHRONOUS ELECTRIC DRIVE OF HYDRAULIC LOADING

© *Lysiak V. H., Oliinyk M. Yo., Saba M. B., Shelekh Y. L., 2019*

Pumping stations that provide fluid transportation by pipeline are significant consumers of electricity. Energy overruns due to sub-optimal modes of operation of individual high-power units or sub-optimal number of simultaneously operating less powerful units are quite significant and can have a significant impact on overall energy consumption. Energy overruns at pumping stations also lead to significant overruns in electricity grid elements.

The modes of operation of powerful pumping stations are characterized by a slow change of coordinates over time. In many cases, this makes it possible to reasonably consider such modes as the set of quasi-stationary states that change each other without taking into account the influence of transients. The analysis of the nature of typical modes of pumping units of high-power pumping stations and their power supply systems substantiates the feasibility of isolating the studies of the steady state modes. The overwhelming amount of scientific work devoted to the modeling and analysis of modes of operation of high-power pumping stations concerns asynchronous electric drive pump units. The implementation of prospective controlled synchronous electric drive at pumping stations requires the creation of appropriate research tools.

Conducting full-scale experiments at operating pumping stations is costly, and quite often unacceptable, due to the need to disrupt their continuous functioning during experiments. Therefore, modeling the processes occurring in such objects is in most cases the only possible means of safely investigating them, as well as predicting energy-saving modes and measures. It is shown that the synthesis of energy-efficient steady-state control systems for such objects to improve their energy efficiency is usually not possible without computer simulation of the power unit. A mathematical model of steady state modes of power supply with frequency controlled synchronous electric drive of a centrifugal pump is offered. Using the created model, a number of test calculations of the established modes were performed. The graphical dependences of the basic coordinates on the relative flow rate of the working fluid at the inlet of the pipeline are presented.

Key words: electric network, synchronous motor, reactive power, frequency, pump, performance, pressure, mathematical model.

Т. 1, Вип. 1, 2019

УДК 621.316.925

В. О. Місюренко

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,
vmissur@eta.lviv.ua,

М. Б. Семенюк

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки і комп’ютеризованих електромеханічних систем,
mykola.semenyuk@gmail.com

ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ ПЕРЕТВОРЮВАЧА ЧАСТОТИ ATV340 ДЛЯ ЗАДАЧ СИНХРОНІЗАЦІЇ ШВИДКОСТЕЙ МЕХАНІЧНО НЕ ЗВ’ЯЗАНИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ МЕХАНІЗМІВ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.046>

© Місюренко В. О., Семенюк М. Б., 2019

Здійснено порівняльний аналіз характеристик слідкуючого електроприводу, який подано асинхронним і синхронним механічно не зв’язаними електроприводами. В такій системі один електропривід працює у режимі ведучого приводу, а інший – у режимі веденого.

Для виконання порівняльного аналізу характеристик слідкуючого асинхронного електроприводу розроблено експериментальну установку, яка складається із асинхронного електроприводу на базі перетворювача частоти серії ATV340 та механічно не зв’язаного синхронного електроприводу на базі Lexium 32C. Для передавання даних між електроприводами використано входи/виходи РТО-РТІ перетворювачів частоти.

Описано технологію реалізації задачі синхронізації швидкостей електроприводів на базі перетворювачів частоти ATV340 та Lexium 32C, наведено дослідження впливу параметрів регулятора швидкості (частоти) перетворювача частоти ATV340 на точність та якість процесу синхронізації швидкостей. Зокрема, збільшення до певних значень коефіцієнта підсилення контуру швидкості зменшує динамічну похибку швидкості, а зростання параметра STA усуває перерегулювання та коливність перехідного процесу.

Проведені експериментальні дослідження показали, що у разі використання бездавачевого векторного керування перетворювач частоти ATV 340 може працювати в слідкуючому режимі, однак у перехідних режимах розгону та гальмування спостерігається часове запізнення реакції приводу, яке неможливо ліквідувати наявними засобами програмного забезпечення. Використання електроприводу Lexium 32C у режимі стеження забезпечує синхронізацію швидкості з високою точністю як у перехідних режимах, так і в усталеному режимі роботи.

Вважаємо, що доцільно здійснити дослідження слідкуючого електроприводу на базі перетворювача частоти ATV 340 у випадку реалізації замкненої системи регулювання за швидкістю.

Ключові слова: *перетворювач частоти; ATV 340; Lexium 32C; слідкуючий електропривід; асинхронний електропривід; сервопривід.*

Вступ

Перетворювач частоти серії Altivar 340 виробництва компанії Schneider Electric запущено на ринок Україні навесні 2018 р. Компанія-виробник позиціонує його як перетворювач частоти для високодинамічних електроприводів промислових механізмів [1, 2]. Попередній аналіз технічних характеристик та функціональних можливостей перетворювача частоти ATV340 дає підстави зробити висновок, що використання ATV340 в асинхронних електроприводах дає змогу отримати характеристики, які наближаються до характеристик сервоприводів типу Lexium 32 [3]. Проте треба зазначити, що ATV340 істотно дешевший від Lexium 32. Тому з економічного погляду доцільно використовувати перетворювач частоти ATV340 у таких випадках, коли функціональні можливості сервоприводу Lexium 32 значно перевищують вимоги (потреби) механізму.

Одна із типових задач сервоприводів – синхронізація швидкостей багатодвигунних механізмів, які механічно не зв'язані. Задача синхронізації швидкостей двох і більше електроприводів потребує забезпечення однакових (або в певному співвідношенні) швидкостей як у перехідних, так і в усталених режимах роботи. Ця задача передбачає використання одного із електроприводів як ведучого (Master), інших – як ведених (Slave). Ведучий привід відпрацьовує у часі відповідний закон регулювання швидкості та передає миттєве значення цієї швидкості на ведений привід, котрий повинен відстежувати швидкість ведучого приводу із певною наперед заданою точністю (похибкою). Це характерне завдання слідкуючого електроприводу.

У перетворювачі частоти ATV 340 передбачено можливість використання векторного частотного керування як у розімкненій, так і в замкненій за швидкістю системі за використання енкадера. В програмному середовищі перетворювача частоти передбачено окреме меню для оптимізації регулятора швидкості, котре надає доступ та можливість налагодження численних параметрів, котрі впливають на статичні та динамічні характеристики електроприводу. На жаль, в інструкції з програмування [3] відсутні чіткі рекомендації стосовно методології налаштування системи для розімкненого та/або замкненого контуру швидкості. Тому для перевірки можливостей та особливостей використання ПЧ типу ATV340 і як ведучого, і як веденого, автори створили експериментальну установку на базі двох приводів: Lexium 32C та ATV340. На цій установці виконано низку експериментів, основні результати яких наведено в статті.

Аналіз останніх досліджень

Однією із основних вимог, котрі ставлять до слідкуючого приводу, є мінімізація похибки відстеження швидкості, котра виникає через запізнення реакції контуру швидкості, зумовлене наявністю механічної інерції системи. Для подолання запізнення у слідкуючих електроприводах використовується комбінований принцип керування [4]. У сучасній літературі такий принцип застосовують до так званого предиктивного, або випереджуючого, керування [5]. Цей принцип успішно застосовують для керування високоінерційними процесами [6]. У сучасних перетворювачах частоти із мікропроцесорним керуванням його також застосовують. Перетворювач частоти ATV 340 не є винятком. У ньому передбачено можливість уведення від задавальної дії контуру швидкості додаткового сигналу для безпосереднього коригування динамічного моменту двигуна [1].

Формування цілей статті

Мета викладеного в статті дослідження така:

- перевірити можливість та особливість використання перетворювача частоти ATV 340 для задач синхронізації механічно не зв'язаних електроприводів;
- дослідити вплив параметрів регулятора швидкості (частоти) перетворювача частоти ATV340 на точність та якість процесу синхронізації швидкостей.

Виклад основного матеріалу

Організація роботи та налаштування двох приводів у режимі “ведучий-ведений”

Для передавання даних про миттєву швидкість з одного електроприводу на інший під час сумісної роботи в режимі “Ведучий – ведений” використано входи/виходи РТО-РТІ, котрі конструктивно виконано в обох перетворювачах у вигляді роз’ємів RJ45 (рис. 1). Застосування цього інтерфейсу, на відміну від аналогового зв’язку, забезпечує більшу завадостійкість та вищу роздільну здатність сигналу.

Синхронна робота двох приводів передбачає певну організацію команд та задання частоти. Ведучий електропривід повинен формувати команди “Пуск/стоп” та задавати параметри тахограми руху, а ведений електропривід, перебуваючи у режимі “Run”, повинен відстежувати тахограму руху ведучого електроприводу. Додамо, що у веденого електроприводу повинна бути відімкнена функція давача інтенсивності (для випадку ATV340 це забезпечується налаштуванням ACC та DEC на значення “нуль”, а у приводі Lexium 32C функції “ramp v enable” присвоюється значення OFF).

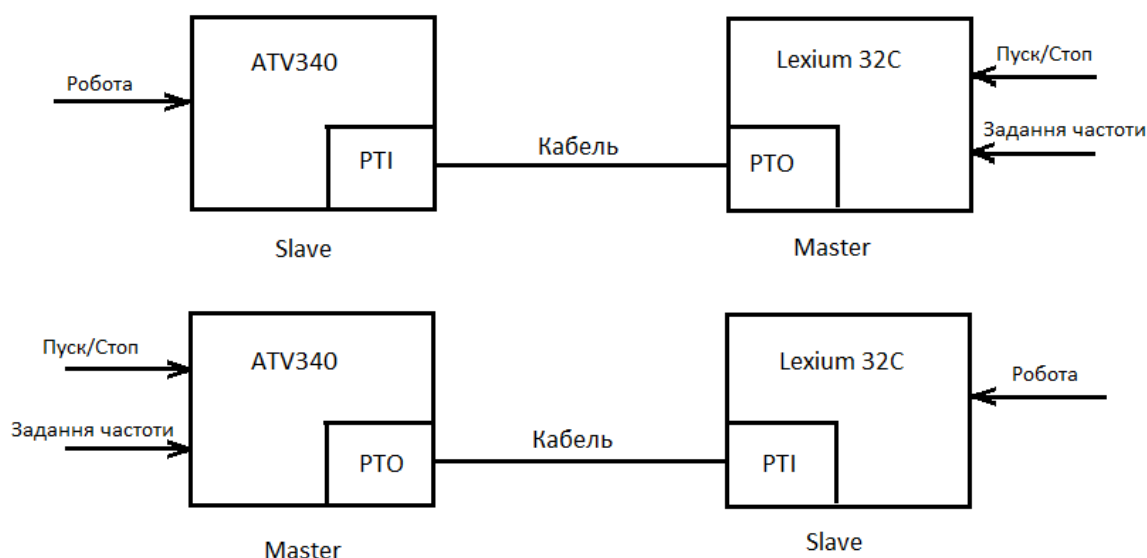


Рис. 1. Організація роботи двох приводів у режимі “ведучий – ведений”

Нижче в табл. 1, 2 наведено основні параметри налаштування приводів, необхідні для конфігурування режимів роботи “Master (ведучий)” та “Slave (ведений)”.

Таблиця 1

Перетворювач частоти ATV340U07N4E

Код	Параметр	Режим Master	Режим Slave
ACC	Прискорення, с	0,5–1,5	0
DEC	Сповільнення, с	0,5–1,5	0
LSP	Мін. частота, Гц	0	0
HSP	Макс. частота, Гц	50	50
Fr1	Джерело задання частоти	НМІ	РТІА
PTIM	Призначення РТІ	–	Сигнал А/В
PTIH	Макс. частота сигналу, Гц	–	100 000
PTIL	Мін. частота сигналу, Гц	–	0
PTOM	Призначення РТО	Присвоєння параметра двигуна	–
PTOE	Параметр двигуна	Частота двигуна	–
PTOU	Макс. частота імпульсів, Гц	204800	–
PTOV	Мін. частота імпульсів, Гц	0	–

Перетворювач частоти ATV 340 живить асинхронний двигун виробництва Lenze: $P_n = 0,55$ кВт, $U_n = 380$ В, $n_n = 1400$ об./хв. Асинхронний двигун не має давача швидкості (енкодера), тому в перетворювачі частоти ATV 340 активовано так званий бездавачевий закон векторного керування.

Асинхронний двигун механічно з'єднаний із двигуном постійного струму, котрий використовувався винятково як додаткова обертова маса, момент інерції якої в сім разів перевищує момент інерції привідного асинхронного двигуна. Цей факт є несприятливим чинником для роботи приводу в режимі Slave, тобто для випадку відстеження швидкості приводу Master. У цих умовах досліджено можливість мінімізації динамічної похибки регулятора швидкості перетворювача частоти ATV 340.

Таблиця 2

Сервоперетворювач LEXIUM 32С, референс LXN32CD18M2(версія v.01.26.03)

Код	Параметр	Режим Master	Режим Slave
IO_default Mode	Профіль роботи	Velocity	Electronic Gear
IO_Gear_Mode	Режим роботи профілю Gear	–	Velocity Synchronization
AI1_v_scale	Масштабування анал. входу	3000 (1usr_v)	–
Gearnum	Чисельник коеф. редукції	–	32
PTI_signal_type	Тип сигналу на вході РТІ	–	A/B Signals
PTO_mode	Призначення РТО	Esim pAct Enc 1	–
Ramp_v_enable	Активування задавача інтенсивності прискорення	Profile ON	Profile OFF
Ramp_v_acc	Темп прискорення швидкості	1800 (1usr_a)	–
Ramp_v_dec	Темп сповільнення швидкості	1800 (1usr_a)	–

Установка із сервоприводом Lexium 32С виконана як переносний демонстраційний стенд. До його складу входить власне перетворювач, котрий живить вентильний високомоментний двигун типу BSH055Mx1Axx із давачем SinCosWith HiFa: $P_n = 0,314$ кВт, $U_n = 220$ В, $n_n = 4000$ об./хв, $n_{max} = 9000$ об./хв. Механічне навантаження на двигун відсутнє.

Сервопривід Lexium 32С – це високоточний та високодинамічний електропривід для реалізації задач синхронізації швидкостей чи переміщень двох чи більше механізмів або точного позиціонування робочого органа механізму. Детальний опис функціональних можливостей та особливостей програмування та налагодження цього сервоприводу наведено в [3].

Для проведення експерименту використано лабораторну установку, реалізовану відповідно до рис. 1. Налаштування електроприводів ATV340 та Lexium 32С, а також осцилографування процесів синхронізації швидкостей здійснено із використанням програмного продукту SoMove. Ця програма, встановлена на комп'ютері, уможлиблює налаштування, діагностику та тестування електроприводів виробництва компанії Schneider Electric. У програмі реалізовано функцію осцилографа, що дає змогу виконувати у реальному масштабі часу осцилографування перехідних процесів, а також оброблення та аналіз отриманих кривих перехідного процесу.

Результати експериментальних досліджень

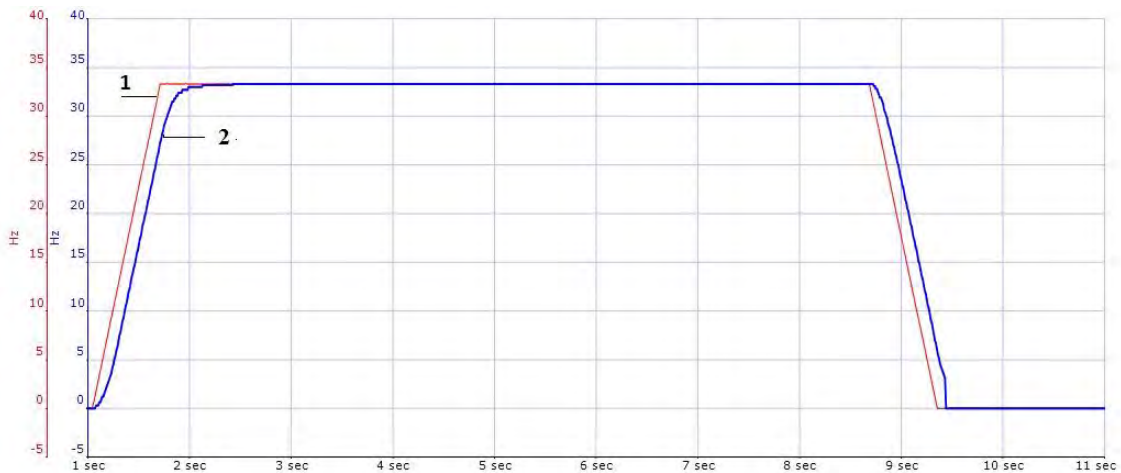
1. Дослідження приводу ATV340 у режимі роботи “Slave”.

Програмне забезпечення перетворювача ATV340 дає змогу оптимізувати роботу регулятора швидкості. Для випадку векторного бездавачевого керування необхідно вибрати так званий стандартний тип контуру швидкості (меню “Motor control”, підменю “Spd Loop Optimization”) та встановити параметр “Speed loop type” як Standart (стандартний режим роботи контуру швидкості).

У цьому режимі є доступ до параметрів контуру частоти, які визначають коефіцієнт підсилення контуру – параметр FLG та його стабільність – параметр stA. На рис. 2 наведено осцилограми відпрацювання заданої тахограми руху для різних значень цих коефіцієнтів.



а



б

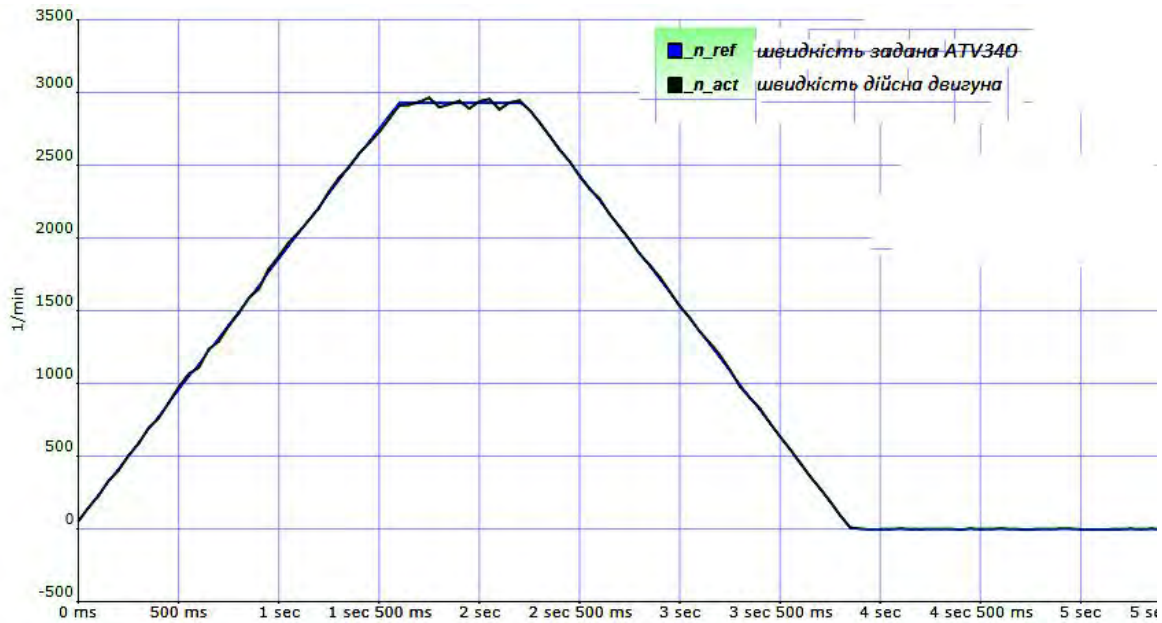
Рис. 2. Осцилограми відпрацювання електроприводом ATV 340 тахограми руху:
1 – задана тахограма руху; 2 – тахограма, відтворена веденим приводом ATV 340;
а – параметри налаштування $STA=10$, $FLG=15$; б – параметри налаштування $STA=20$, $FLG=20$

Проведені дослідження підтвердили, що збільшення до певних меж коефіцієнта підсилення контуру (параметр FLG) зменшує динамічну похибку швидкості (часову затримку на етапах розгону та гальмування), а зростання параметра STA зменшує та навіть усуває перерегулювання та коливність перехідного процесу. Подальше зростання коефіцієнта підсилення FLG призводить до появи автоколивань, тому усунути цілком динамічну похибку за допомогою цього параметра неможливо.

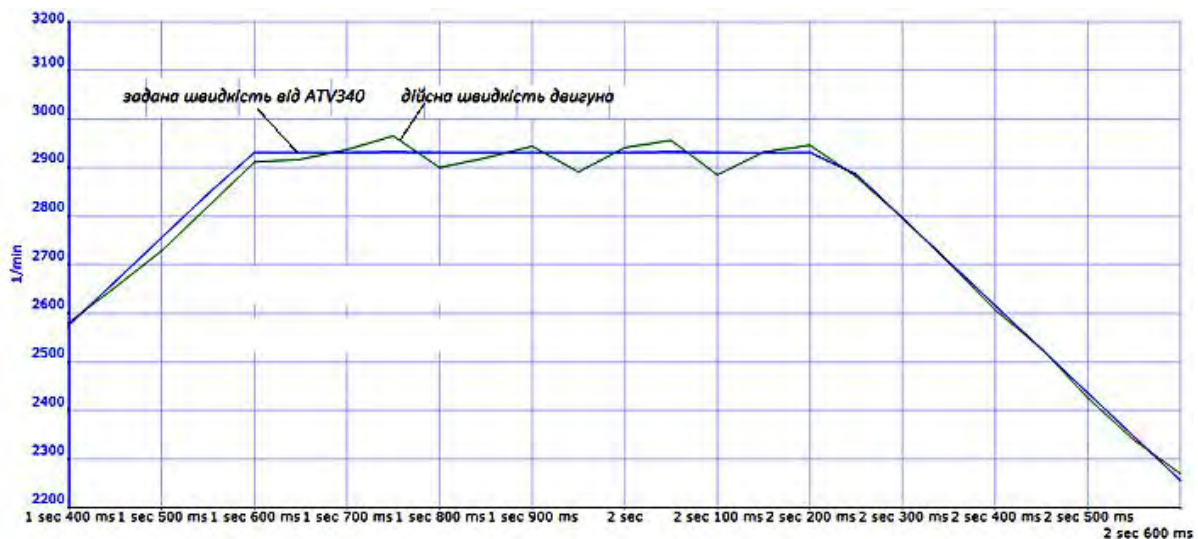
Отже, можна стверджувати, що у разі використання бездавачевого векторного керування асинхронним двигуном перетворювач частоти ATV340 неспроможний усунути так звану похибку слідкування. Можна очікувати, що використання зовнішнього зворотного зв'язку за швидкістю та вибір режиму High Performance Speed Loop дадуть змогу мінімізувати динамічну похибку. Однак в межах цієї роботи такого завдання ми не досліджували через відсутність асинхронного двигуна з вбудованим давачем швидкості (положення).

2. Дослідження приводу Lexium 32C у режимі роботи "Slave".

Для ілюстрації ефективності дії зовнішнього зворотного зв'язку за швидкістю проведено дослідження роботи сервоприводу Lexium 32C у слідкуючому режимі, а роль головного приводу виконував ATV 340. Осцилограми відпрацювання тахограми руху наведено на рис. 3.



а



б

Рис. 3. Тахограма руху приводу Lexium 32C, веденого приводом ATV340:
а – тахограми руху двох приводів; б – збільшений фрагмент тахограми руху

Короткий аналіз осцилограм, наведених на рис. 3, показує, що електропривід Lexium 32C забезпечує синхронізацію швидкості із високою точністю як у перехідних режимах, так і в усталеному режимі роботи. На збільшеному фрагменті тахограми руху (рис. 3, б) видно, що в усталеному режимі роботи спостерігаються низькочастотні коливання з частотою близько 6–7 Гц та розмахом близько 54 об./хв. Ці коливання виникли за умови вибору коефіцієнта підсилення регулятора швидкості на рівні $KP_n = 0,005$ А/(1/хв). Якщо цей коефіцієнт зменшити до значення $KP_n = 0,001$ – $0,002$, коливання повністю зникають.

Висновки

1. Наявність у досліджуваних перетворювачів частоти інтерфейсу РТІ/РТО дає змогу легко об'єднати їх у каскад “Master” – “Slave” та реалізувати режим синхронізації швидкості із можливістю налаштування певного співвідношення між швидкостями.

2. Проведені експериментальні дослідження підтвердили можливість реалізації режиму синхронізації швидкостей у разі використання перетворювача частоти ATV340. В усталеному режимі роботи ATV340, працюючи в режимі “Slave”, забезпечує достатньо високу точність синхронізації, однак у перехідних режимах роботи спостерігається часове запізнення його реакції на зміну швидкості. Численні експерименти зі зміною параметрів контуру частоти та швидкості дали змогу зменшити цю похибку, проте ліквідувати її в режимі бездавачевого векторного керування неможливо.

3. У програмному забезпеченні ПЧ передбачено функцію оптимізації контуру швидкості. Запропоновано два варіанти використання цього контуру (т. зв. нормальний та високоточний) із численними змінними параметрами, котрі можна використати для покращення динаміки роботи системи. Однак відсутні будь-які пояснення щодо вибору структури цього контуру швидкості. На нашу думку, нормальний режим потрібно використовувати за відсутності зовнішнього зворотного зв'язку за швидкістю, а у разі високоточного режиму роботи контуру швидкості можливий ефект виникнення зовнішнього зворотного зв'язку за швидкістю (двигун із енкодером). Підтвердженням цього висновку є досліди, котрі показали, що перемикання режиму роботи контуру швидкості не привели до суттєвих змін у реакції приводу, налаштованого на векторне керування у розімкненій системі (закон VVC).

4. Для детальнішого аналізу можливостей електроприводу ATV340 для реалізації задач синхронізації та позиціонування експериментальні дослідження необхідно продовжити. Перспективними вважаємо дослідження для варіанта використання замкненої системи регулювання за швидкістю. Треба також зауважити, що нещодавно з'явилася практична можливість оновлення програмного забезпечення перетворювача частоти. Доцільно здійснити це оновлення та оцінити його ефективність з погляду реалізації задач синхронізації швидкостей та позиціонування.

References

1. *Altivar machine ATV340. Variable speed drives for asynchronous and synchronous motors. Programming Manual. Altivar Machine ATV340 Manual. 2016. 142 p.*
2. *Altivar Machine ATV340. Variable Speed Drives Installation Manual. 2019. 152 p.*
3. *Lexium 32C. Servo Drive. User Guide. – 2019. – 452 p.*
4. *Domanov, V. Y. Analiz y sintez invariantnoi systemy upravleniya elektroprivodom / V. Y. Domanov, A. V. Domanov, D. H. Murzakov [Analysis and synthesis electric drive invariant control system]. Samar Issuu. 2015, vol. 17, No. 2–4, pp. 761–764 [in Rus.].*
5. *Régulation et commande des systèmes asservisé (réf, Internet 42394). www.techniques-ingenieur.fr*
6. *Pitina G. F. Realizatsiya printsipa upravleniya po prognozu v avtomaticheskikh sistemah regulirovaniya // G. F. Pitina [Implementation of the principle of forecasting control in automatic control systems] XII Vserossiyskoe soveshanie po problemam upravleniya 2014, pp. 200–211 [in Rus.].*

V. O. Misurenko

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
vmissur@eta.lviv.ua,

M. B. Semeniuk

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
mykola.semenyuk@gmail.com

RESEARCH OF THE POSSIBILITIES OF USING THE ATV340 FREQUENCY CONVERTER FOR SPEED SYNCHRONIZATION MECHANICALLY UNCONNECTED ELECTRICAL DRIVES

© *Misurenko V. O., Semeniuk M. B., 2019*

A comparative analysis of the characteristics of a position tracking system, which is represented by asynchronous and synchronous mechanically unconnected electric drives, has been described in the article. The one electric drive operates in the Master mode and the other works in the Slave mode in such systems.

An experimental stand of position tracking system, which consists of asynchronous drive and servodrive, is designed to perform a comparative analysis of the characteristics of this system. The asynchronous drive is based on the ATV340 frequency convertor and servodrive is represented by Lexium 32 C. The data transfer between the drivers is carried out by PTO/PTI inputs/outputs of the frequency converters.

A solution of the speed synchronization between induction drive (ATV340) and servodrive (Lexium 32C) has been described in the article. The research of the influence of the ATV340 speed (frequency) controller on the accuracy and quality of the speed synchronization process has been given. Increasing to a certain value of the gain coefficient of the speed loop reduces the dynamic error of the speed, and the increasing of the STA parameter eliminates over-regulation and transient oscillation.

Experimental researches have been shown that the ATV 340 frequency converter can operate in the position tracking mode in the case of sensorless vector control, however, there is a temporary delay of the drive response in transient acceleration and deceleration modes, which cannot be eliminated by using of the available software. The Lexium 32C in the position tracking mode can synchronize speed with high precision in both transient and steady state modes.

It should be noted that it is advisable to conduct a research of the position tracking system, which is based on the ATV 340 frequency converter, in the case of using a closed speed control system.

Key words: frequency converter; ATV 340; Lexium 32C; position tracking system; induction drive; servodrive.

В. І. Ткачук

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,
tkachuk@polynet.lviv.ua,

І. Є. Біляковський

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,
ibilyakovsky@gmail.com,

Л. В. Каша

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,
lidiia.v.kasha@lpnu.ua

ВЕНТИЛЬНИЙ РЕАКТИВНИЙ ДВИГУН ІЗ БУФЕРОМ ЕНЕРГІЇ У СИСТЕМАХ ІЗ АВТОНОМНИМ ЖИВЛЕННЯМ ОБМЕЖЕНОЇ ПОТУЖНОСТІ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.054>

© Ткачук В. І., Біляковський І. Є., Каша Л. В., 2019

Обґрунтовано доцільність використання ємнісного нагромаджувача в колі електронного комутатора для покращення техніко-економічних показників вентильних реактивних двигунів. Такий електромеханічний перетворювач максимально простий конструктивно, дешевий у виготовленні та має хороші технологічні характеристики порівняно із найпростішими електричними машинами – асинхронними, а привід на базі вентильного двигуна з пасивним ротором за регульовальними властивостями не поступається приводам з колекторними двигунами постійного струму, які набули необмеженого поширення.

Запропоновано нові електричні схемні рішення, орієнтовані на живлення від джерел низької напруги й обмеженої потужності з використанням буферів енергії, які здійснюють захист силових ключів комутатора від перенапруги під час вимкнення секції та виконують функцію акумулювання запасеної в магнітному полі енергії, яку потім використано для форсування струму секції. Організувати керування у таких схемах електронного комутатора можна логічним перемноженням певних сигналів давача положення ротора для формування сигналів керування.

Наведену в матеріалах математичну модель, використану для дослідження, реалізовано для миттєвих значень вентильного реактивного двигуна з ємнісними буферами енергії, вона слугує основою для розрахунку його характеристик. Для того щоб вирішити проблему відшукування моментів комутації у задачах такого типу, використано метод інвертування нелінійної системи диференціальних рівнянь. Метод

полягає у виборі незалежною змінною кута комутації за перемикання якогось із силових ключів електронного комутатора. Дослідження механічних та робочих характеристик вентильного двигуна із пасивним ротором та буфером енергії здійснено в середовищі комп'ютерної програми дослідження вентильних реактивних двигунів із буферами енергії.

Наведено приклади розрахунку динамічних та статичних характеристик двигунів. Результати комп'ютерного симулювання електромеханічних процесів підтверджені експериментальними дослідженнями та свідчать про адекватність наведеної у матеріалах математичної моделі та доцільність відповідного використання такого типу двигуна.

Ключові слова: вентильний реактивний двигун; пасивний ротор; транзисторні ключі; джерело низької напруги; ємнісний буфер енергії; математична модель.

Постановка проблеми

Вентильні двигуни постійного струму є електричними машинами, у яких щітково-колекторний вузол замінено транзисторним комутатором – інвертором, який керується сигналами $f(\theta)$ від давача положення ротора (ДПР)).

Одним із найпростіших за конструкцією, технологічним та з високими показниками надійності є електромеханічний перетворювач (ЕМП) з явнополюсним статором, зосередженими котушками його обмотки та зубчастим пасивним ротором [1]. Такий ЕМП конструктивно максимально простий, дешевий у виготовленні та має хороші технологічні характеристики порівняно із найпростішими електричними машинами – асинхронними, а привід на основі вентильного двигуна (ВД) із пасивним ротором за регульовальними властивостями не поступається приводам із колекторними двигунами постійного струму, які набули необмеженого поширення. Велика низка публікацій у зарубіжній технічній періодиці висвітлює власне дослідження двигунів такого типу [2–4]. Окрім цього, вітчизняні підприємства електротехнічної галузі звертають підвищену увагу на ВД з пасивним ротором, а це свідчить про швидке зростання популярності вентильних реактивних двигунів (ВРД) [6]. Технологічність і простота конструкції, дешевизна та стійкість у роботі, задовільні регульовальні характеристики зумовили розширене використання цих електричних машин в електроприводі, де необхідні високі споживчі показники. Найпростіше описати ВД можна визначенням, що це електромеханічний перетворювач (ЕМП) + давач положення ротора (ДПР) + електронний перетворювач (ЕП).

Однак широке використання реактивних вентильних двигунів стримується їх невисокими енергетичними показниками [1, 4, 7], оскільки енергія, яка запасена в електромагнітному полі під час комутації в секціях транзисторними ключами з метою захисту їх від перенапруг, розсіюється під час комутації секцій.

Актуальність дослідження

Типові методи підвищення ефективності використання двигунів, які ґрунтуються на збільшенні електромагнітних навантажень [3, 7], у випадку з ВРД призводять до зростання пульсацій споживаного струму, а це обмежує їх використання за живлення від малопотужних джерел у регульованих електроприводах обмеженої потужності [5]. Тому актуальним видається розроблення нових схем комутаторів та удосконалення наявних і розроблення нових математичних моделей ВД.

Мета та завдання статті

Мета статті – розроблення схемних рішень електронних комутаторів, які б забезпечували підвищення надійності та покращення енергетичних показників, зменшували пульсації струму джерела живлення ВД із пасивним ротором за допомогою модернізації схем транзисторних комутаторів, а також удосконалення розроблених математичної та комп'ютерної моделей вентильного реактивного двигуна з паралельним ємнісним накопичувачем.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

З усього різноманіття конструкцій ЕМП [2, 3, 5] найбільший інтерес для застосування їх у ВД становлять ЕМП із пасивними роторами [1]. Вони прості у виготовленні, не потребують налаштувань, надійні в експлуатації [5].

Схемні рішення транзисторних інверторів ВРД [2, 4], які дають змогу повторно використовувати запасену в електромагнітному полі енергію, підвищуючи початковий струм у секціях та усуваючи перевищення напруги на силових транзисторах, запропоновано в [6]. Це дало змогу підвищити ефективність і регульовальні властивості приводів на базі вентиляного двигуна з пасивним ротором до рівня приводів з колекторними двигунами постійного струму.

Виклад основного матеріалу

Для покращення енергетичних показників, а разом з тим, і зменшення пульсацій струму, зокрема, у випадку живлення від автономного джерела обмеженої потужності, запропоновано використовувати однопівперіодний комутатор із паралельно під'єднаним нагромаджувальним конденсатором – паралельним буфером енергії (ПБЕ), інакше – ємнісним накопичувачем енергії (ЄНЕ) [6].

Поряд із цим, для зменшення втрат на ключах комутатора, частка яких зростає зі зниженням напруги джерела живлення, необхідно вибрати електронні компоненти із мінімальним спадом напруги у відкритому стані.

Комутатор із паралельним буфером енергії та окремими підживлювальними ключами.

На рис. 1 показано електричну схему ВРД із буфером енергії.

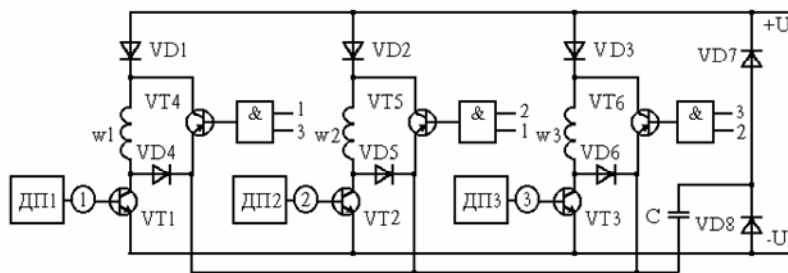


Рис. 1. Транзисторний комутатор із паралельним буфером енергії

Комутатор із паралельним буфером енергії та спільним підживлювальним ключем.

Підвищити надійність ВД із паралельним ємнісним накопичувачем енергії можна, застосувавши схему, наведену на рис. 2.

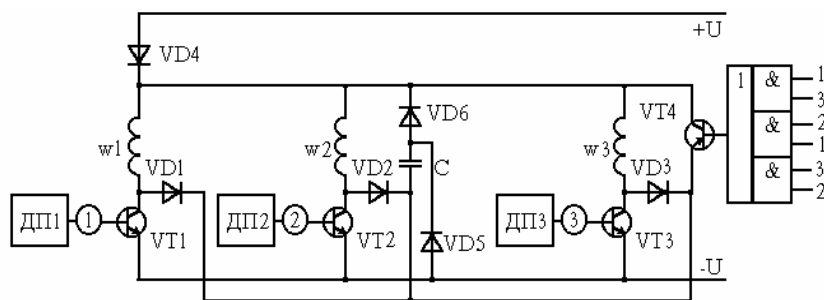


Рис. 2. ВРД із паралельним буфером й спільним колом форсування

У цій схемі керування ключем $VT4$ здійснюється аналогічно до попереднього випадку, сигналом зі схеми встановлення збігу сигналів суміжних каналів ДПП [6]. За деякого положення ротора одночасно відкриваються один із силових ключів і підживлювальний ключ $VT4$.

Напруга конденсатора прикладається до двох секцій якорної обмотки (діод $VD4$ буде закритий напругою на конденсаторі, яка вища від напруги живлення). Конденсатор розряджається і після

того, як напруга на ньому дорівнюватиме напрузі живлення, секції надалі будуть приєднані до джерела живлення через відкритий тепер діод VD4.

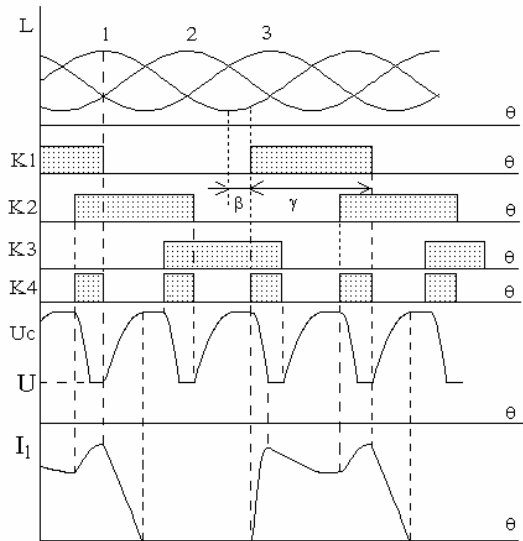


Рис. 3. Діаграма роботи силових ключів, напруга конденсатора та струм секції ВРД з ПБЕ

Математична модель ВРД із паралельним ємнісним накопичувачем

Для побудови математичної моделі вентильного двигуна з урахуванням наведеного вище приймемо допущення [7], [8], які не надто спотворювали б реальні фізичні процеси і, за порівняно нескладних математичних виразів для основних величин, адекватно відображали б перетворення енергії.

Основні з них такі:

- внутрішній опір джерела напруги інвертора дорівнює нулю;
- між секціями обмотки двигуна відсутні магнітні зв'язки;
- силові транзистори комутатора – електронні ключі, які комутують секції ВРД практично миттєво;

- значення зворотного опору закритого ключа прямує до нескінченності;
- магнітна характеристика магнітопроводу магнітоізованої секції подана виразом [3]

$$\psi(\theta, i) = [\psi_{10} - \psi_{11} \cdot \sin(\theta / 2)] \cdot i + \psi_y \cdot \sin(\theta / 2) \cdot [1 - e^{-a \cdot i \cdot \sin(\theta / 2)}];$$

- параметри обмотки статора зосереджені.

Змінний магнітний потік, замикаючись по магнітопроводу, спричиняє втрати від вихрових струмів, опір сталі яким визначається за виразом

$$R_s = \frac{E^2}{\Delta P_s},$$

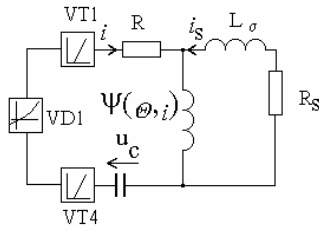
де $E = 4.44 \cdot f \cdot w_z \cdot B \cdot s$ і $\Delta P_s = P_0 \cdot \gamma_s \cdot s \cdot l_m \cdot B^2 \cdot (f / f_0)^2$, звідки отримаємо вираз для обчислення R_s однієї секції:

$$R_s = 4,9 \cdot 10^4 \cdot \frac{w_z^2 \cdot S \cdot q}{p_0 \cdot \gamma_s \cdot l_m},$$

де p_0 , γ_s , S , l_m , w_z , q – відповідно, питомі втрати в сталі, її густина, довжина силової лінії, значення витків обмотки на зубці та кількість зубців на одну секцію статора.

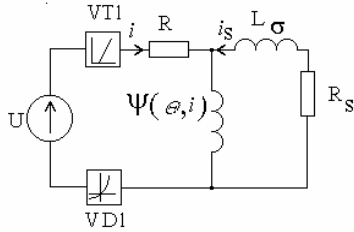
Згідно із прийнятими допущеннями, в електричному плані секції m -секційного ВРД розглядають окремо, а структура схеми під'єднання секції та рівняння напруг дискретно змінюватимуться у разі зміни кута θ :

1. Ключі $VT1$ й $VT4$ увімкнені, конденсатор C заряджений. Секція $w1$ живиться енергією конденсатора:



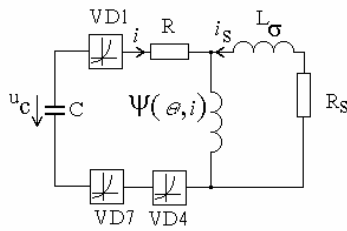
$$\begin{cases} R \cdot i + 2 \cdot \Delta U_T + \Delta U_D + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = u_c \\ C \frac{du_c}{dt} = i \\ R_s \cdot i_s + L_\sigma \cdot \frac{di_s}{dt} + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

2. Увімкнений транзисторний ключ $VT1$, розряджений конденсатор C . Секція $w1$ через цей ключ живиться від джерела:



$$\begin{cases} R \cdot i + \Delta U_D + \Delta U_T + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = U \\ R_s \cdot i_s + L_\sigma \cdot \frac{di_s}{dt} + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

3. Розімкнені ключі $VT1$ й $VT4$. Заряджається конденсатор:



$$\begin{cases} R \cdot i + 3 \cdot \Delta U_D + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = -u_c \\ C \frac{du_c}{dt} = -i \\ R_s \cdot i_s + L_\sigma \cdot \frac{di_s}{dt} + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Коефіцієнти $K1$ та $K2$ уможливають узагальнений запис систем нелінійних диференціальних рівнянь (СНДР) (1), (2), (3):

$$\begin{cases} R \cdot i + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = (U + \Delta U_D) \cdot (K1 - K2) + u_c (K1 + K2 - 1) - \\ - \Delta U_T (K1 + K2) - \Delta U_D (3 - K1 - K2) \\ C \frac{du_c}{dt} = i(1 - K1 - K2) \\ R_s \cdot i_s + L_\sigma \cdot \frac{di_s}{dt} + \frac{d\psi(\theta, i)}{dt} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Вольт-амперна характеристика насиченого транзистора описується виразом

$$\Delta U_T = U_{KE} = U_{KE.0} + R_{KE.HAC} \cdot i,$$

де $U_{KE.0}$ і $R_{KE.HAC}$ визначають із паспорта на транзистор.

Стан транзисторних ключів ЕК описують формальні коефіцієнти, значення яких залежать від положення ротора, їх обчислюють згідно із такою перемикальною функцією:

$$K_j = 1 \text{ якщо } \beta + 2 \cdot (N_j - 1) \cdot \pi + (j - 1) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{m} (\theta \leq \beta + 2 \cdot (N_j - 1) \cdot \pi + (j - 1) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{m} + \gamma) \quad (5)$$

$K_j = 0$ для всіх інших значень,

де $N_j = \frac{\theta + \pi + (j - 1) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{m}}{2 \cdot \pi} + 1$ – номер періоду для відповідної секції, але якщо $u_c = 0$, то і $K2 = 0$.

Враховуючи принцип роботи ВРД та згідно з [8]

$$K_{j+m} = K_j \cdot K_i. \quad (6)$$

де $i = m - l + j$, якщо $2 \cdot (l + 1) \cdot \pi / m \geq \gamma \geq 2 \cdot l \cdot \pi / m$, $l=1,2,3,4$; але $i=i-m$, коли $i > m$.

$$K_{m+1} = \sum_{j=1}^m K_j \cdot K_i.$$

Математична модель ВРД із паралельним буфером енергії

Враховуючи вищенаведене, СНДР, яка описує електромеханічні процеси у ВРД із паралельним СНЕ, можна подати у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_j}{dt} = \left[u_j + R \cdot i_j + \frac{A_j}{L_\sigma} \cdot (u_j - R \cdot i_j + R_s \cdot i_{sj}) - B_j \cdot \omega \right] / A_j; \\ \frac{di_{sj}}{dt} = -(R_s \cdot i_{sj} + u_j - R \cdot i_j) / L_\sigma; \\ \frac{du_{cj}}{dt} = (1 - K_j - K_{j+m}) \cdot \frac{i_j}{C}; \\ \frac{d\omega}{dt} = \left\{ \sum_{j=1}^m \left[\frac{z_r}{2} \cdot (i_j + i_{sj}) \cdot \cos \theta_{pj} \cdot \psi_y \cdot \left(1 - e^{-a \cdot (i_j + i_{sj}) \cdot \sin \theta_{pj}} - \frac{\psi_{1t} \cdot (i_j + i_{sj})}{2 \cdot \psi_y} \right) \right] - M_C \right\} \cdot \frac{z_r}{J}; \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega; \\ \text{де } u_j = (U + \Delta U_{\Delta}) \cdot (K_j - K_{j+m}) + u_c \cdot (K_j + K_{j+m} - 1) - \\ - \Delta U_T \cdot (K_j + K_{j+m}) - \Delta U_{\Delta} \cdot (3 - K_j - K_{j+m}); \\ A_j = \psi_{10} - \psi_{1t} \cdot \sin \theta_{pj} + \psi_y \cdot a \cdot \sin^2 \theta_{pj} \cdot e^{-a \cdot (i_j + i_{sj}) \cdot \sin \theta_{pj}}; \\ B_j = \frac{\cos \theta_{pj}}{2} \cdot \left[\psi_y - \psi_{1t} \cdot (i_j + i_{sj}) - \psi_y \cdot e^{-a \cdot (i_j + i_{sj}) \cdot \sin \theta_{pj}} \cdot \right. \\ \left. \cdot (1 - a \cdot (i_j + i_{sj}) \cdot \sin \theta_{pj}) \right]; \\ \theta_{pj} = \frac{\theta}{2} - (j-1) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{m}; \end{array} \right. \quad (7)$$

Для розв'язання СНДР (7) застосовано метод Рунге-Кутта четвертого порядку зі сталим кроком інтегрування [9].

Вирішення проблеми пошуку моментів комутації методом інвертування СНДР наведено в [6]: крок інтегрування визначають як різницю відомого значення кута θ , за якого зміниться стан ключа, та знайденого на попередньому кроці значення θ (рис. 4).

НСДР, яка описує зміну змінних у функції кута θ , отримуємо, користуючись правилом диференціювання складних функцій:

$$\frac{di_j}{d\theta} = \frac{di_j}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta}; \quad \frac{di_{sj}}{d\theta} = \frac{di_{sj}}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta}; \quad \frac{du_{cj}}{d\theta} = \frac{du_{cj}}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta}; \\ \frac{d\omega}{d\theta} = \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta}; \quad \frac{dt}{d\theta} = \frac{1}{\omega}; \quad \frac{d\theta}{d\theta} = 1.$$

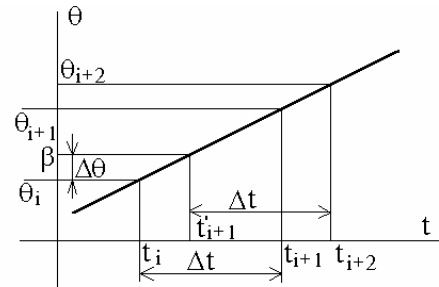


Рис. 4. До способу інвертування СНДР

Похідні $\frac{di_j}{dt}$, $\frac{du_{c_j}}{dt}$, $\frac{d\omega}{dt}$, які входять у наведені рівняння, обчислюють за (7).

Процес інтегрування за кутом θ аналогічний, як і за часом.

Результати комп'ютерного симулювання електромеханічних процесів у ВРД з ЄНЕ

На рис. 5–7 наведено струми секцій та напругу на конденсаторі для ВРД з ЄНЕ.

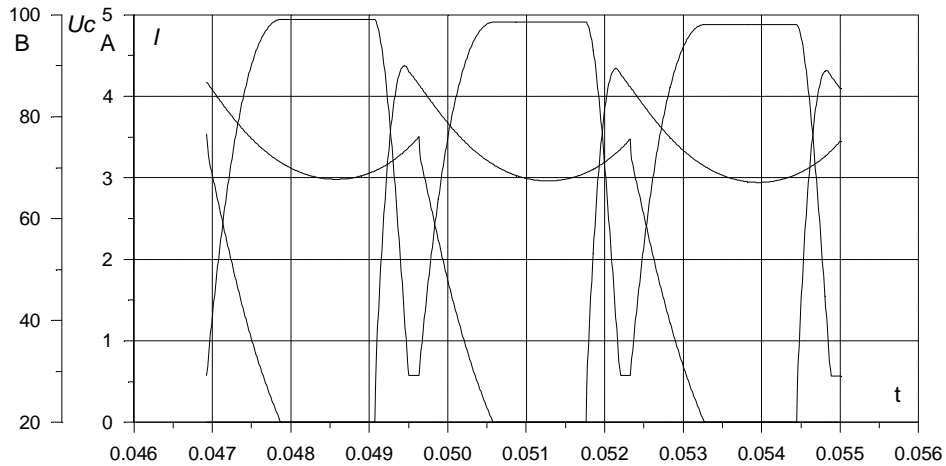


Рис. 5. Розрахункові струми секцій та напруга на конденсаторі ВРД з ЄНЕ

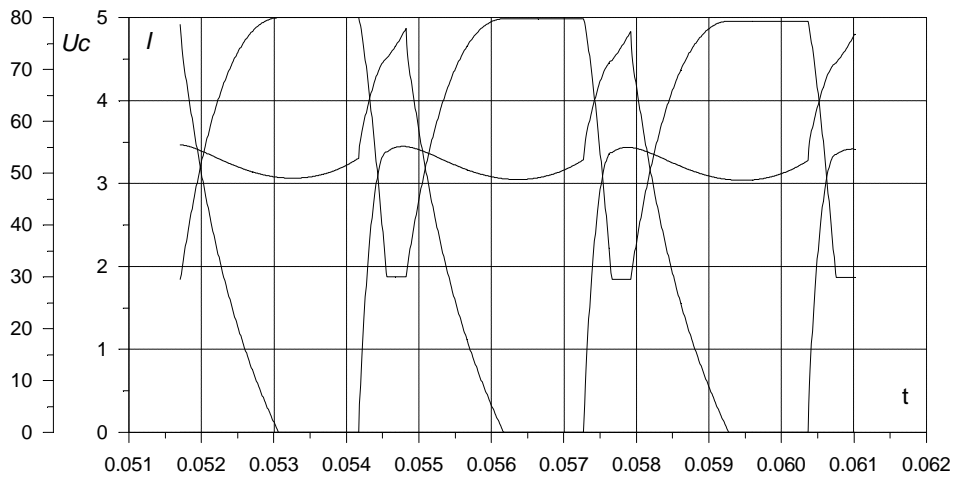


Рис. 6. Розрахункові струми секцій та напруга на конденсаторі ВРД з ЄНЕ й спільним ключем

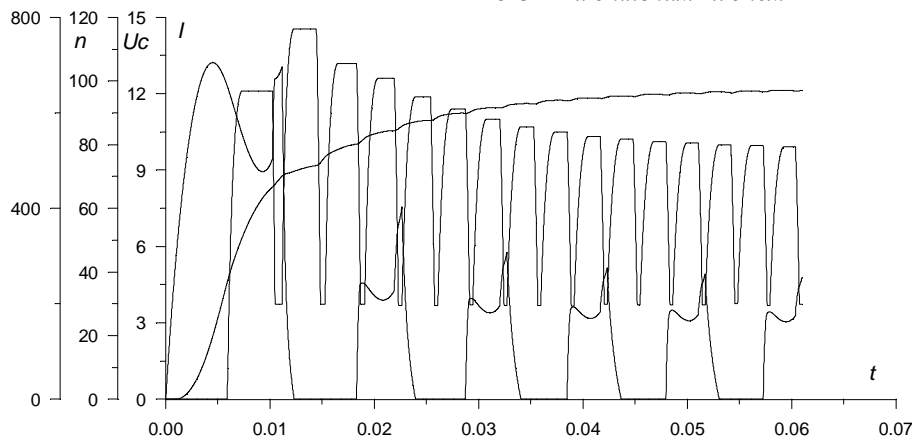


Рис. 7. Пуск ВРД із паралельним ЄНЕ (розрахунковий струм однієї секції, напруга конденсатора та швидкість обертання)

Приклад розрахунку перехідного процесу пуску трисекційного ВРД з ЄНЕ (розрахунковий струм секції, електромагнітний момент, швидкість обертання) наведено на рис. 8.

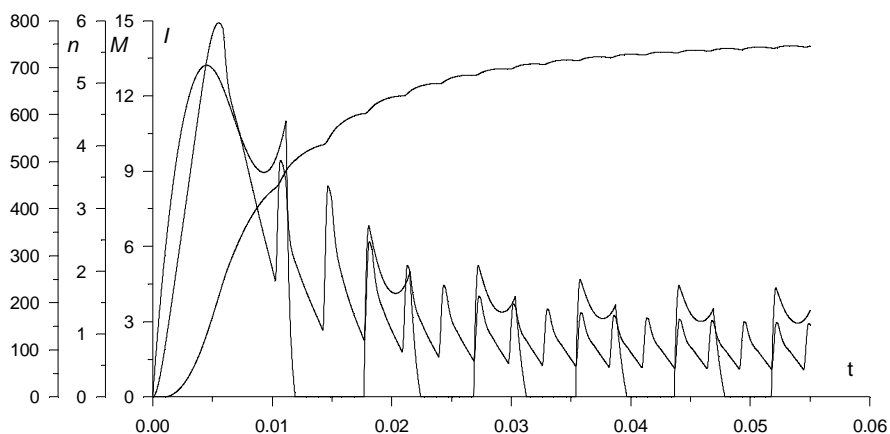


Рис. 8. Струм секції, електромагнітний момент та швидкість обертання ВРД із ЄНЕ під час пуску

Висновки

Використання однопівперіодного комутатора із паралельно під'єднаним нагромаджувальним конденсатором зменшує рівень пульсацій струму і доцільне, зокрема, у разі живлення від автономного джерела обмеженої потужності.

Зіставлення результатів розрахунків із дослідними даними, а саме осцилограм струмів, швидкості обертання і складових втрат для макетних зразків ВРД, показують, що їх похибка в межах 5–6 %, і свідчать про достатню адекватність математичної моделі.

Перспективи подальших досліджень

Вентильний реактивний двигун простіший, технологічніший у виготовленні та надійніший, ніж інші відомі електричні двигуни малої потужності. Як показують подані динамічні та статичні характеристики, запропонована математична модель ВРД є доброю базою для розрахунку характеристик таких двигунів.

References

1. Tkachuk V., Kasha L. Switched reluctance motor in the controlled electric drive, in: *Proceedings Conference ISTET'03, vol. II. Warsaw, Poland, pp. 413–416.*
2. Patel, S. R., Gandhi, N., Chaitanya, N., Chaudhari, B. N., & Nirgude, A. (2017). Design and development of switched reluctance motor for electric vehicle application, in: *IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems, 2016, January 1–6.*
3. Husain T., Elrayyah A., Sozer Y., Husain I. Performance Evaluation and Reliability Enhancement of Switched Reluctance Drive System by a Novel Integrated Power Converter, in: *IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 66, No. 5, pp. 3401–3411.*
4. Bogusz, P., Korkosz, M., Prokop, J. A three-phase switched reluctance motor for a highspeed drive, in: *13th Selected Issues of Electrical Engineering and Electronics, 2016; Rzeszow; Poland.*
5. Tkachuk V. I., Kasha L. V. Switched reluctance motor with serial capacity storage and its mathematical model, in: *Proceedings of ISTC UEES-01, Poland, 2001, pp. 953–960.*
6. Tkachuk V. I. Electronic commutator with parallel capacity storage for switched reluctance motor, in: *Proceedings of ISTC "PEDC-2001", Poland, 2001, pp. 188–198.*
7. Maheswari, C., & Thottungal, R. Analysis and design of a closed loop bridgeless SEPIC converter for SRM drive with reduced ripple current, in: *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, 11(5), 3435–3440.*
8. Tkachuk V., Kasha L. Mathematical Model for M-phases Switched Reluctance Motor, in: *Preglad Elektrotechniczny, R 5, No. 2/2007. pp. 84–87.*
9. Tkachuk V., Biljakovskij I., Kasha L. SRM and Its Automated Research System, in: *Proceedings of 9th International Workshop "CPEE'08", Ukraine, 2008, pp. 32–37.*

10. Tkachuk, V., Kasha, L., Shapovalov, I. *Switched reluctance motor in the controlled electric drive, in: Proceedings of 7th International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design, 2011, 120–123.*

V. I. Tkachuk

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
e-mail: tkachuk@polynet.lviv.ua,

I. Ye. Bilyakovskyy

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
ibilyakovsky@gmail.com,

L. V. Kasha

Lviv Polytechnic National University,
Department of electromechatronics and computerized electromechanical systems,
lidiia.v.kasha@lpnu.ua

SWITCHED RELUCTANCE MOTOR WITH ENERGY CAPASITY STORAGE IN SYSTEM WITH AUTONOMUS LIMITED POWER SUPPLING

© Tkachuk V. I., Bilyakovskyy I. Ye., Kasha L. V., 2019

The article substantiates the expediency of using a capacitive storage in the circle of an electronic switch to improve the technical and economic performance of the switched reluctance motor. Such electromechanical converter is maximally simplest by design and construction, chip in technology side. It has good performance compared to simplest motor – induction, and, electric drive on the base of switched reluctance motor according to the regulating properties to drives with DC motors, that have unlimited distribution as know.

New electrical schemes oriental on suppling by low voltage and limited power suppling are proposed. Energy buffers are used in this schemes not only protect the power transistors of the switch from the over-voltage phenomenon at the switch-off moment of the section, but also serve as a function of accumulation of energy stored in the magnetic field, which is then used to force the section current in the next section. It is possible to organize control in such schemes of the electronic commutator, when the control signals are formed by the logical multiplication of the signals of the adjacent rotor position sensor.

The given mathematical model are used for investigation and are given in such paper for instantaneous values of a switched reluctance motor with capacity energy buffers and which is the basis for calculation of its characteristics. To solve the problem of finding the moments of switching in problems of this type, we used the method of inverting a nonlinear system of differential equations. The essence of this method in relation to this task is that approximately switching-on or -off any of the power transistors of the electronic commutator, an independent variable accepts switching angle. The investigation results of mechanical and performance characteristics of a brush-less motors with a passive rotor and energy buffer are developed by a computer-aided research system of switched reluctance motor with energy buffers.

Calculation results of dynamic and static characteristics are given in this paper. Its show that the proposed mathematical models are a good base for the calculation of the characteristics of such engines. The results of computer simulation of electromechanical processes are confirmed by experimental studies and show the adequacy of the material model presented in the materials and the feasibility of using such an engine type.

Key words: switched reluctance motor; passive rotor; transistor switches; low power voltage supply; capacity energy storage; mathematical model.

А. В. Чабан

Львівський національний аграрний університет,
кафедра електротехнічних систем,
atchaban@gmail.com,

Г. М. Лисяк

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроенергетики та систем управління,
gmlysiak@gmail.com

В. Р. Левонюк

Львівський національний аграрний університет,
кафедра електротехнічних систем,
gmlysiak@gmail.com

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОМУТАЦІЙНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ У ДОВГИХ ЛІНІЯХ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ У ЦИКЛІ АПВ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.063>

© Чабан А. В., Лисяк Г. М., Левонюк В. Р., 2019

Виконано аналіз наукових публікацій, який показав, що здебільшого дослідження комутаційних перехідних процесів в електричних мережах під час циклів автоматичного повторного ввімкнення (АПВ) вимикачів здійснюють без урахування впливу на них електромеханічних процесів у механізмах переміщення контактів вимикачів, незважаючи на те, що швидкість їх перебігу співмірна з швидкістю проходження електромагнітних процесів. На основі модифікованого принципу Гамільтона – Остроградського запропоновано математичну модель фрагмента електричної мережі, який складається із міжсистемної лінії електропередачі надвисокої напруги, компенсуювальних реакторів та високовольтного вимикача з пристроєм АПВ.

Показано, що запропонована в роботі методика ідентифікації крайових умов другого роду до диференціального рівняння довгої лінії підвищує ефективність побудови її моделі, оскільки не потребує створення розширених колових заступних схем, з одного боку; та дає змогу на польовому рівні врахувати перебіг електромагнітних процесів, з другого. Використана в роботі математична модель вимикача надвисокої напруги дає змогу враховувати комутаційні дугові процеси на основі нелінійного активного опору і ємності та динаміку руху механізму переміщення контактів на основі

теорії Лагранжа. Це уможливило ефективне дослідження перехідних процесів у електричних мережах під час АПВ вимикачів без застосування процедури пошуку початкових умов комутації.

На підґрунті розробленої математичної моделі написано програмний код алгоритмічною мовою *Visual Fortran* та здійснено комп'ютерну симуляцію перехідних комутаційних процесів у довгій лінії електропередачі з урахуванням дії пристрою однократного АПВ та механічних процесів у вимикачі. Результати досліджень подано у вигляді рисунків, які проаналізовано.

Підтверджено, що розвиток і застосування міждисциплінарних (інтердисциплінарних) методів дослідження дає змогу виключно з використанням єдиного енергетичного підходу будувати моделі електротехнічних та електромеханічних підсистем як елементів єдиної електроенергетичної системи, зокрема й математичні моделі вимикачів надвисокої напруги та довгих ліній електропередач.

Ключові слова: математичне моделювання; комутаційні процеси; принцип Гамільтона – Остроградського; електрична мережа; високовольтний вимикач; автоматичне повторне ввімкнення.

Постановка проблеми

Автоматичне повторне ввімкнення (АПВ) ліній електропередач надвисокої напруги є одним із ефективних способів підвищення надійності функціонування електроенергосистем та електропостачання споживачів [1]. Дослідження циклів АПВ здійснюється за допомогою спеціалізованих технічних програм із використанням вимірювальних засобів, що дають важливу інформацію про перехідні процеси у лінії. Проте проводити такі дослідження доволі дорого, тому процедура математичного моделювання згаданих процесів домінує під час таких досліджень. Окрім цього, варто звертати увагу на рівень адекватності моделювання комутацій, оскільки під час останніх у вимикачах виникає і згасає дуга між їх контактами. Загальноприйняті допущення стосовно моделювання вимкнення струму вимикачами виключно за нульового його значення не завжди відображають реальні фізичні явища на достатньому рівні адекватності. Однак опис процесу розриву струму за ненульового його значення у момент розмикання контактів вимикача спричиняє проблему пошуку початкових умов комутацій. При цьому зазвичай не враховують вплив механічних процесів у пристроях переміщення контактів вимикачів на електромагнітні процеси, зважаючи на те, що швидкість їх перебігу співмірна [2].

Відомо, що для адекватного опису дугових процесів у вимикачі необхідно задіяти складний апарат прикладної фізики, зокрема, теорію електромагнітного поля, рівняння нестационарної термодинаміки Фур'є, теорію плазми, а також теорію Лагранжа для опису переміщення контактів вимикача [3]. Такі моделі вимикачів якщо й побудовані, то сьогодні є надзвичайно складними й громіздкими, а тому не завжди прийнятні для задач аналізу комутаційних процесів у довгих лініях електропередач. Отже, побудова ефективних, достатньо адекватних та одночасно порівняно простих моделей для дослідження комутаційних перехідних процесів у елементах електричних мереж є актуальним завданням.

Аналіз останніх досліджень

Сьогодні чимало науковців досліджують перехідні комутаційні процеси, які відбуваються в елементах електричних мереж. Ми ж розглянемо лише деякі основні праці, дотичні до наших досліджень.

У статті [4] досліджено перехідні електромагнітні процеси під час роботи АПВ у компенсованих лініях електропередач напругою 500–1150 кВ, а комутації здійснюються за допомогою елегазових вимикачів. У роботі [5] здійснено аналіз впливу перехідних процесів під час комутацій у

лініях електропередач на експлуатаційний стан енергосистеми. У праці [6] досліджено перехідні процеси в лінії електропередачі із шунтувальними реакторами під час аварійного вимкнення лінії після короткого замикання. Тут практичну реалізацію досліджень проведено в програмному комплексі *EMTP-RV*. Автори роботи [7] досліджують перехідні індуктивні струми, викликані контрольованою та неконтрольованою комутаціями у високовольтних вимикачах, які зумовлені наявністю шунтових реакторів у системі; а також ввімкнення, вимкнення та АПВ лінії електропередачі 400 кВ. У праці [8] автори здійснили дослідження перехідних процесів у фрагменті електричної мережі під час роботи АПВ за допомогою програмного комплексу *Matlab/Simulink*.

Аналізуючи огляд доступної літератури, можна стверджувати, що дослідженням комутаційних перехідних процесів у лініях електропередач надвисокої напруги під час АПВ (урахування розривів першого роду функцій струму) приділено недостатньо уваги. Натомість достатньо добре вивчено згадані процеси за умови розриву функції струму виключно в нулі. Зокрема, розроблено низку нових прикладних програмних комплексів та розширено наявні: *MAES* (праця [4]), *EMTP-RV* (праці [5, 6, 7]), *MatLab* (праця [8]) та ін.

Формування цілей статті

Мета роботи – удосконалення методів та засобів аналізу комутаційних перехідних процесів у довгих лініях електропередачі з урахуванням дії пристрою однократного АПВ та механічних процесів у вимикачі.

Виклад основного матеріалу

Загальновідомо, що для повноцінного відтворення під час несиметричних збурень перехідних процесів у довгих лініях електропередач трифазного змінного струму за допомогою апарату математичного моделювання їх моделі необхідно формувати у трифазному виконанні. Однак на певних етапах удосконалення методів та засобів аналізу комутаційних перехідних процесів, зокрема під час апробації адекватності моделей комутаційних апаратів, у яких враховуються також їх механічні процеси, вважаємо за можливе проводити відповідні дослідження на основі математичних моделей тестових розрахункових схем заміщення в однолінійному виконанні. З метою максимального наближення одержуваних результатів до координат режимів реальних об'єктів електричних мереж використовуватимемо значення параметрів реальних об'єктів для складових фазних координат режиму прямої послідовності.

На рис. 1 репрезентовано розрахункову заступну схему фрагмента електричної мережі 750 кВ, який складається із міжсистемної лінії електропередачі надвисокої напруги, компенсувальних реакторів та високовольтного вимикача. Електроенергетичні системи 1 і 2 представлені їх еквівалентними електрорушійними силами, внутрішніми активними опором та індуктивностями. Лінія електропередачі розглядається як лінія із розподіленими параметрами. Вимкнення струмів КЗ під час циклу АПВ здійснюватиметься вимикачем 750 кВ, електрична заступна схема якого має вигляд паралельно з'єднаних еквівалентних нелінійного активного опору та ємності (рис. 1) [9].

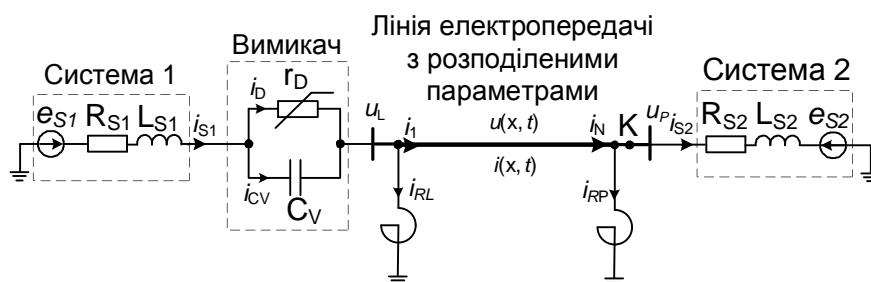


Рис. 1. Розрахункова заступна схема досліджуваного фрагмента електричної мережі

Ми вже згадували, що врахування дугових процесів під час комутації у вимикачі надвисокої напруги є складним завданням. Багато науковців нехтує цими процесами, а комутацію здійснюють, замінюючи вимикач активним опором, і в момент, коли струм проходить через нуль, присвоюють цьому опору нескінченно велике значення. Ми ж пропонуємо враховувати ці процеси за допомогою активних опорів із нелінійними характеристиками, із урахуванням праці [10].

Досліджуваним комутаційним пристроєм ми вибрали елегазовий вимикач надвисокої напруги фірми *ABB* типу *LTV 362-800 (T) E4*, який широко використовується не лише в електроенергетичних системах України, а й поза її межами. Кожна фаза вимикача складається із двох послідовно з'єднаних між собою модулів. А кожен із модулів має по дві пари послідовно з'єднаних контактів, паралельно до кожної з яких під'єднано конденсатори для рівномірного розподілу напруги. За умови однакових нелінійних характеристик активних опорів та однакових значень ємностей параметри еквівалентних елементів електричної заступної схеми вимикача на рис. 1 матимуть такі значення: $r_D = 4r_{DR}$, $C_V = C_{VR}/4$, де r_{DR} – опір одного дугового проміжку; C_{VR} – ємність конденсатора, увімкненого паралельно до однієї пари контактів вимикача.

Значення згаданого еквівалентного нелінійного опору r_D залежатиме від відстані між контактами вимикача, яка, своєю чергою, залежатиме від швидкості їх розходження. Для урахування механічних процесів у вимикачі під час комутації застосуємо математичну модель механізму переміщення контактів згаданого вимикача [9].

Оскільки в роботі досліджуватимуться процеси як у механічних, так і в електромагнітних підсистемах, це дає нам підстави використати варіаційні підходи. Зокрема, для аналізу перехідних процесів у фрагменті електричної мережі, зображеної на рис. 1, використаємо модифікований принцип Гамільтона – Остроградського [11]. Такий підхід дає змогу одержати вихідні рівняння стану тільки за допомогою єдиного енергетичного підходу, побудувавши розширену функцію Лагранжа [11].

Для досліджуваної системи розширений функціонал дії за Гамільтоном – Остроградським виглядатиме так [11]:

$$S = \int_0^{t_1} L^* dt + \int_0^{t_1} \int_l L_l dl dt, \quad I = \int_l L_l dl, \quad (1)$$

де S – дія за Гамільтоном–Остроградським; L^* – розширена функція Лагранжа; L_l – лінійна густина модифікованої функції Лагранжа; I – енергетичний функціонал.

Розширена функція Лагранжа виглядає так [11]:

$$L^* = \tilde{T}^* - P^* + \Phi^* - D^*, \quad L_l = \tilde{T}_l - P_l + \Phi_l - D_l, \quad (2)$$

де L^* – розширена функція Лагранжа; \tilde{T}^* – кінетична коенергія; P^* – потенціальна енергія; Φ^* – енергія дисипації; D^* – енергія сторонніх непотенціальних сил; індекс l позначає густини відповідних енергій (стосується складників розширеної функції Лагранжа для лінії електропередачі, оскільки вона розглядається як система із розподіленими параметрами).

Задля зменшення обсягу статті не наводимо виведення рівнянь. Ознайомитися з методикою отримання рівнянь такого плану можна в наших працях, наприклад, у [12]. Отже, запишемо кінцеві рівняння Ейлера–Лагранжа:

$$\frac{di_{S1}}{dt} = \frac{1}{L_{S1}}(e_{S1} - R_{S1}i_{S1} - u_V - u_L), \quad \frac{di_{S2}}{dt} = \frac{1}{L_{S2}}(u_P - R_{S2}i_{S2} - e_{S2}), \quad \frac{du_V}{dt} = \frac{1}{C_V} \left(i_{S1} - \frac{u_V}{r_D} \right); \quad (3)$$

$$\frac{di_{RL}}{dt} = \frac{1}{L_{RL}}(u_L - R_{RL}i_{RL}), \quad \frac{di_{RP}}{dt} = \frac{1}{L_{RP}}(u_P - R_{RP}i_{RP}),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (C_0 L_0)^{-1} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0)v - g_0 R_0 u \right), \quad \frac{\partial u}{\partial t} = v; \quad (4)$$

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{k\Delta x_P + 4F_X + k_d V_x}{m}, \quad \frac{d\Delta x_P}{dt} = V_x, \quad (5)$$

де L_{S1}, L_{S2} – індуктивності систем 1 та 2; R_{S1}, R_{S2} – активні опори систем 1 та 2; e_{S1}, e_{S2} – електрорушійні сили систем 1 та 2; C_V – ємність еквівалентного конденсатора, який увімкнений паралельно до еквівалентного розриву контактів вимикача; i_{S1}, i_{S2} – струми систем 1 та 2; r_D – опір еквівалентної дуги вимикача; Δx_P – переміщення пружини вимикача; V_x – швидкість переміщення пружини вимикача; k – коефіцієнт пружності пружини вимикача; k_d – коефіцієнт дисипації вимикача; m – приведена маса контактів; F_X – виштовхувальна сила дуги однієї пари контактів вимикача, зведена до системи координат руху пружини; u_L – напруга на початку лінії (з боку вимикача); u_P – напруга в кінці лінії (з боку системи 2).

Третє рівняння у (4) (рівняння довгої лінії) доповнюємо крайовими умовами другого роду – рівнянням, яке записане за другим законом Кірхгофа для електричних кіл із розподіленими параметрами:

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R_0 i(x,t) + L_0 \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}. \quad (6)$$

Дискретизуючи третє і четверте рівняння в (4) та рівняння (6) за методом скінченних різниць (використовуючи поняття центральної похідної), отримаємо:

$$\frac{dv_j}{dt} = (C_0 L_0)^{-1} \left(\frac{u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}}{(\Delta x)^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v_j - g_0 R_0 u_j \right), \quad u_1 = u(x,t)|_{x=0}, \quad u_N = u(x,t)|_{x=l}; \quad (7)$$

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_{j-1} + u_{j+1}}{2\Delta x} - R_0 i_j \right), \quad \frac{du_j}{dt} = v_j, \quad j = 1, \dots, N, \quad (8)$$

де Δx – крок дискретизації диференціальних рівнянь із частинними похідними.

Якщо проаналізувати рівняння (7), побачимо, що для знаходження напруг першого та останнього N -го вузлів дискретизації необхідно знайти невідомі напруги у фіктивних вузлах u_0 та u_{N+1} . Задля зменшення обсягу статті не наводимо процедуру пошуку напруг фіктивних вузлів, ознайомитися з цією процедурою можна, наприклад, у праці [13]. Тоді:

$$u_0 = \frac{2\Delta x L_0}{3} \left[\frac{1}{L_{S1}} (e_{S1} - R_{S1} i_{S1} - u_{CV1}) + \left(\frac{\Delta x g_0 R_0}{L_0} + \frac{2}{L_0 \Delta x} - \frac{1}{L_{S1}} - \frac{1}{L_{RL}} \right) u_1 - \frac{1}{2\Delta x L_0} u_2 + \left(\frac{\Delta x (g_0 L_0 + C_0 R_0)}{L_0} - \Delta x g_0 \right) v_1 + \frac{R_0}{L_0} i_1 + \frac{R_{RL}}{L_{RL}} i_{RL} \right]. \quad (9)$$

$$u_{N+1} = 2\Delta x L_0 \left[\frac{1}{2\Delta x L_0} u_{N-1} - R_0 i_N - \frac{1}{L_0 \Delta x} (u_N - \Delta x R_0 i_N - u_P) \right]. \quad (10)$$

Аналізуючи вираз (10), бачимо, що у нього входить напруга в кінці лінії (з боку системи 2) з правого боку лінії. Знайти цю напругу можемо, використовуючи вираз [13]:

$$u_P = \frac{L_0 \Delta x L_{RP} L_{S2}}{L_{RP} L_{S2} + L_0 \Delta x (L_{RP} + L_{S2})} \left[\frac{1}{L_0 \Delta x} u_N - \right.$$

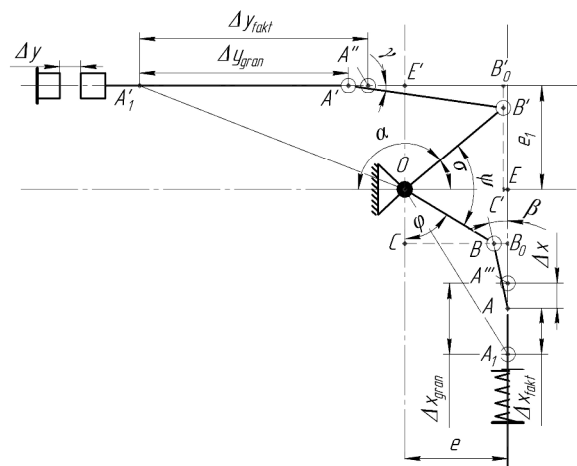


Рис. 2. Кінематичне схема кривошипно-шатунного механізму переміщення контактів елегазового вимикача LTB 362-800 (Т) Е4

$$\left. -\frac{R_0}{L_0} i_N + \frac{1}{L_{S2}} (R_{S2} i_{S2} + e_{S2}) + \frac{R_{RP}}{L_{RP}} i_{RP} \right]. \quad (11)$$

На рис. 2 наведено кінематичну схему механізму переміщення контактів елегазового вимикача фірми *ABB* типу *LTV 362-800 (T) E4*, розроблення та верифікацію математичної моделі якого ми здійснили в праці [9], тому наводимо лише остаточні рівняння, які описують механічний стан пристрою переміщення контактів вимикача і доповнюють рівняння (5):

$$\Delta y = \Delta y_{fakt} - \Delta y_{gran}, \quad \Delta x_{fakt} = \Delta x_{gran} - \Delta x_p; \quad (12)$$

$$\Delta y_{fakt} = \sqrt{(|OB'| + |B'A'|)^2 - e_1^2} - \left[|B'A'| \sqrt{1 - \left[\frac{|OB'| \sin((\varphi + \psi) - 90^\circ) - e_1}{-|B'A'|} \right]^2} - |OB'| \cos((\varphi + \psi) - 90^\circ) \right]; \quad (13)$$

$$\varphi = -250024 \Delta x_{fakt}^6 + 169265 \Delta x_{fakt}^5 - 45136 \Delta x_{fakt}^4 + 6044 \Delta x_{fakt}^3 - 427,4 \Delta x_{fakt}^2 + 22,78 \Delta x_{fakt} + 0,6194, \quad (14)$$

де Δy_{fakt} – відстань, що виникає після переміщення точки A' в точку A'' , до розходження контактів $\Delta y_{fakt} = \Delta y_{gran}$.

Для апроксимації функції $r_D(\Delta y)$ ми використали інтерполяцію сплайнами третього порядку та отримали такі вирази [9]:

$$r_{D_{0,01}} = 0,1 + 21990 \Delta y_{0,01}; \quad (15)$$

$$r_{D_{0,01+0,02}} = 220 + 21990 (\Delta y_{0,01+0,02} - 0,01) + 8,01 \cdot 10^7 (\Delta y_{0,01+0,02} - 0,01)^3; \quad (16)$$

$$r_{D_{0,02+0,07}} = 520 + 46020 (\Delta y_{0,02+0,07} - 0,02) + 2,403 \cdot 10^6 (\Delta y_{0,02+0,07} - 0,02)^2 + 3,6886 \cdot 10^{10} (\Delta y_{0,02+0,07} - 0,02)^3. \quad (17)$$

Вирази (15)–(17) описують опір дуги на різних проміжках між контактами вимикача. Вираз (15) на проміжку $[0; 0,01]$ м, вираз (16) – $[0,01; 0,02]$ м та вираз (17) – $[0,02; 0,07]$ м. Тривалість горіння дуги вибрано згідно зі стандартами Міжнародної електротехнічної комісії.

Сумісному інтегруванню підлягає така система диференціальних рівнянь: (3), перше та друге рівняння в (4), (5), (7), (8) з урахуванням (9)–(17).

Результати комп'ютерної симуляції

Прийняті нижче параметри елементів заступної схеми на рис. 1 відповідають параметрам фрагмента реальної електричної мережі 750 кВ із лінією електропередачі завдовжки 476 км, яка з'єднує ПС “Західноукраїнська” (Україна) з ПС “Альбертірша” (Угорщина). Параметри елементів такі: $e_{S1} = 612 \sin(\omega t + 21,2^\circ)$ кВ, $e_{S2} = 600 \sin(\omega t + 0,57^\circ)$ кВ, $\omega = 314 \text{ с}^{-1} = \text{const}$, $R_{S1} = 2,01$ Ом, $R_{S2} = 2,3$ Ом, $L_{S1} = 0,158$ Гн, $L_{S2} = 0,138$ Гн, $R_0 = 1,9 \cdot 10^{-5}$ Ом/м, $L_0 = 9,24 \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $C_0 = 1,3166 \cdot 10^{-11}$ Ф/м, $g_0 = 3,25 \cdot 10^{-11}$ См/м, $C_{V1} = C_{V2} = 400 \cdot 10^{-12}$ Ф, $R_{RL} = R_{RP} = 3,415$ Ом, $L_{RL} = L_{RP} = 5,974$ Гн, $k = 650000$ Н/м (для пружини, яка працює на вимкнення), $k = 180000$ Н/м (для пружини, яка працює на ввімкнення), $m = 10$ кг, $BO = 0,13$ м, $AB = 0,11$ м, $e = 0,13$ м, $B'O = 0,6$ м, $A'B' = 0,2$ м, $e_1 = 0,13$ м, $\psi = 86,5^\circ$, $\Delta x_{gran} = 0,16$ м, $\Delta y_{gran} = 0,06$ м, $F_X = 0$ Н, $k_d = 0$ Нс/м.

Комп'ютерну симуляцію здійснено для дослідження перехідних процесів у циклі однократного неуспішного АПВ під час стійкого КЗ у кінці лінії (точка K на рис. 1) у такій послідовності. Спочатку впродовж 0,2 с був розрахований вихід системи на усталений режим

передавання потужності із системи 1 у систему 2 за відсутності КЗ. У момент часу $t = 0,2$ с виникло КЗ, а ще через час $0,043$ с (час спрацювання релейного захисту плюс власний час вимкнення вимикача), тобто за $t = 0,243$ с, розпочалося розмикання контактів вимикача та вимкнення лінії. Після вимкнення вимикачем струму КЗ ($t = 0,264$ с) розпочався відлік часу для безструмової паузи (розглядаємо швидкодіючий вимикач, час безструмової паузи для якого згідно із циклом АПВ становить $0,3$ с). У момент часу $t = 0,564$ с розпочався процес повторного ввімкнення вимикача і його контакти почали замикатися (власний час увімкнення вимикача увійшов у час безструмової паузи). Через $0,02$ с після початку процесу повторного ввімкнення вимикача релейний захист зреагував на стійке КЗ і розпочався відлік часу на його роботу $0,02$ с та часу власного вимкнення вимикача $0,02$ с, а в момент часу $t = 0,624$ с почалося повторне вимкнення лінії. Під час симуляції знехтувано як втрати енергії, так і коливними процесами у механізмі переміщення контактів вимикача.

На рис. 3 подано струм i_{S1} від системи 1, що протікає через вимикач. В нормальному усталеному режимі амплітуда цього струму становила $1,2$ кА. Ударний струм під час КЗ сягнув значення $6,23$ кА, а після неуспішного АПВ (ввімкнення вимикача на стійке КЗ у кінці лінії) вже за інших початкових умов – лише $3,7$ кА, після чого відбулося остаточне вимкнення лінії.

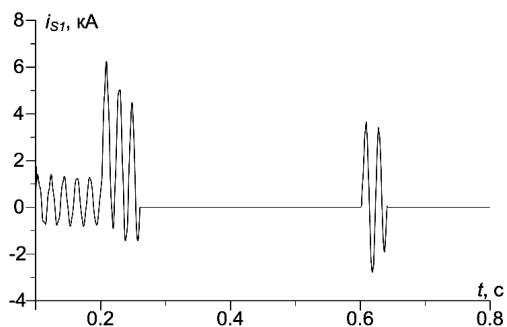


Рис. 3. Струм i_{S1} від системи 1 через вимикач

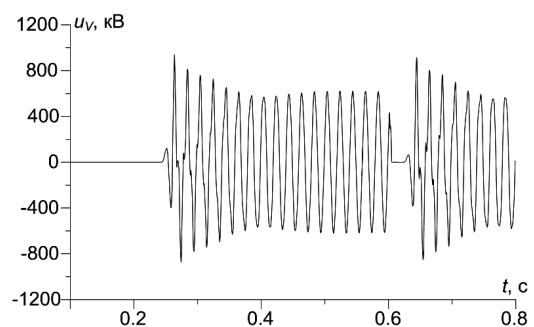


Рис. 4. Напруга між контактами вимикача

Перехідний процес зміни напруги між контактами вимикача показано на рис. 4. Бачимо, що після першого вимкнення найбільше значення перехідної відновної напруги становило 930 кВ, а коефіцієнт перевищення амплітуди – $K_a = 1,44$, із подальшим зменшенням цієї напруги під час безструмової паузи до напруги системи 1. Під час неуспішного АПВ вимикача з його прискореним повторним вимкненням характер перехідного процесу зміни напруги подібний до попереднього за дещо менших її значень.

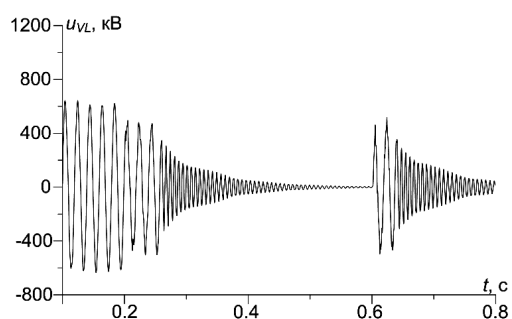


Рис. 5. Фазна напруга на вимикачі з боку лінії

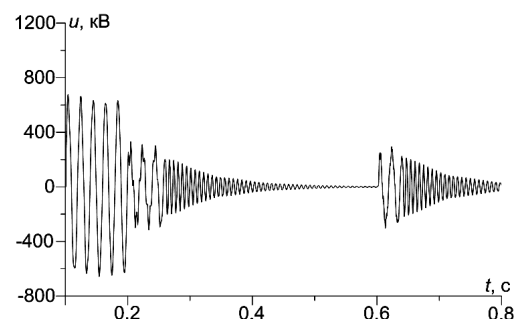


Рис. 6. Фазна напруга посередині лінії

На рис. 5 показано зміну фазної напруги на вимикачі з боку лінії. Аналізуючи рисунок, бачимо, що до КЗ значення амплітуди фазної напруги становило приблизно 610 кВ, що відповідало доаварійному

нормальному усталеному режиму. Під час КЗ амплітуда цієї напруги зменшилася до 460 кВ, а після вимкнення лінії розпочався перехідний процес згасання вільних коливань із поступовим зменшенням цієї напруги до нуля. Після АПВ і другого вимкнення лінії спостерігається подібний характер перехідного процесу, як і під час першого.

На рис. 6 та 7 показано часові залежності фазної напруги та струму посередині лінії. Порівнюючи рис. 6 і рис. 5, бачимо, що характер зміни напруги посередині лінії практично повторює характер зміни напруги на її початку за менших (особливо під час вимкнення вимикача) її значень. Порівнюючи рис. 7 і рис. 3, бачимо, що характер зміни струму посередині лінії, коли увімкнено вимикач, фактично повторює характер зміни струму i_{S1} від системи 1, а якщо вимкнено вимикач (під час безструмової паузи) – характер згасання вільних коливань подібний до зміни напруги з поступовим їх зменшенням до нуля.

Механічні процеси у вимикачі для досліджуваного однократного неуспішного АПВ лінії характеризуються поданою на рис. 8 часовою залежністю зміни відстані між контактами одного розриву вимикача під час їх переміщення. З рисунка бачимо, що закон зміни відстані нелінійний і за заданих параметрів вимикача тривалість переміщення контактів під час вимкнення становить 0,021 с, а під час ввімкнення – 0,043 с, що відповідає його робочим характеристикам.

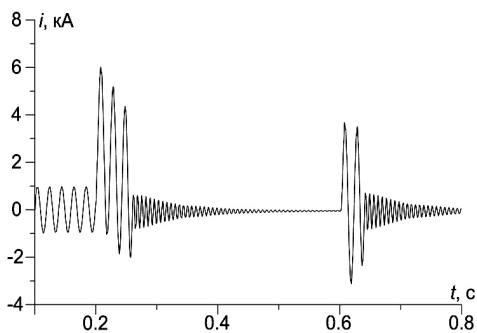


Рис. 7. Фазний струм посередині лінії

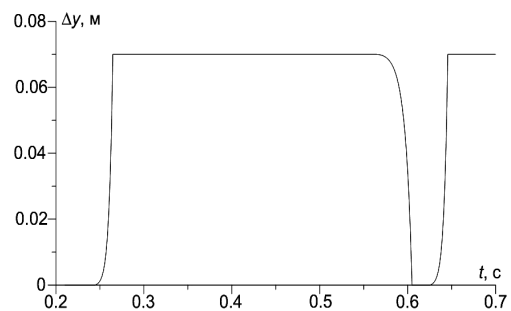


Рис. 8. Переміщення контакту одного розриву вимикача

Висновки

1. Використання модифікованого принципу Гамільтона–Остроградського, який ґрунтується на єдиному енергетичному підході, дає змогу будувати моделі електротехнічних та електромеханічних підсистем як елементів єдиної електроенергетичної системи, зокрема, математичну модель елегазового вимикача надвисокої напруги та інших елементів електричних мереж.

2. Запропонована в роботі методика ідентифікації крайових умов другого роду щодо диференціального рівняння довгої лінії дає змогу аналізувати перехідні процеси в елементах електричних мереж, не використовуючи еквівалент самої лінії у вигляді електричного кола. Такий підхід підвищує ефективність побудови моделі довгої лінії, оскільки не потребує створення розширених колових заступних схем, з одного боку, та дає змогу на польовому рівні врахувати перебіг електромагнітних процесів, з другого.

3. Використання математичної моделі вимикача надвисокої напруги дає змогу враховувати комутаційні дугові процеси на основі нелінійного активного опору та ємності й динаміку руху механізму переміщення контактів на основі теорії Лагранжа. Це уможлиблює дослідження реальних перехідних процесів у електричних мережах без процедури пошуку початкових умов комутації.

Список використаних джерел

1. Голота А. Д. Автоматика в електроенергетичних системах / А. Д. Голота. К.: Вища школа, 2006. 367 с.

2. Руководство по эксплуатации выключателя LTB 362-800 (T) E4. ABB. 2009. 246 с.
3. Вишнеvский Ю. И. Электрические аппараты высокого напряжения с элегазовой изоляцией / Ю. И. Вишнеvский. – СПб. : Энергоатомиздат, 2002. 728 с.
4. Methods of Performance Assurance for SF6 Circuitbreakers at Switchings of Compensated 500–1150 kV Overhead Power Lines / Ivan Ye. Naumkin, Viktor N. Pod'yachev, Leonid I. Sarin, Danila V. Kochura. International Conference on Power Systems Transients (IPST2013) (July 18–20, 2013).
5. Probabilistic impact of transmission line switching on power system operating states / Payman Dehghanian, Mladen Kezunovic. Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D2016) (2016 IEEE/PES).
6. An adaptive reclosure scheme for parallel transmission lines with shunt reactors / Da Lin, Huifang Wang, Shaofei Shen. Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D2016) (2016 IEEE/PES).
7. Transients caused by uncontrolled and controlled switching of circuit breakers / Ivo Uglešić, Božidar Filipovic-Grcic and Srećko Bojic. The International Symposium on High-Voltage Technique “Höfler’s Days”. Portoroz, Slovenia. (7–8 November 2013).
8. Fault analysis on three phase system by auto reclosing mechanism / Vinesh Gamit, Vivek Karode, Karan Mistry, Pankaj Parmar, Ashish Chaudhari. International Journal of Research in Engineering and Technology. Vol. 04, Issue: 05, p. 292–298.
9. Моделювання вимикача надвисокої напруги для аналізу перехідних процесів в електротехнічних системах пересилання енергії / Левонюк В. Р., Лисяк Г. М., Чабан А. В. // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”, Серія: “Електроенергетичні та електромеханічні системи”. 2018. № 900. С. 36–46.
10. Mayr O. Beiträge zur Theorie des statischen und des dynamischen Lichtbogens // Archiv für Elektrotechnik. 1943. 37, Heft 12. S. 588–608.
11. Чабан А. В. Принцип Гамільтона–Остроградського в електромеханічних системах / А. В. Чабан. – Львів: В-во Тараса Сороки, 2015. 488 с.
12. Mathematical model of the double conductor power line using a modified Hamilton’s principle / Andriy Czaban, Marek Lis, Jaroslaw Sosnowski, Witaliy Lewoniuk / Electric machines. 2016. No. 109, pp. 31–36.
13. Mathematical modelling of transient processes in power supply grid with distributed parameters / Andriy Czaban, Marek Lis, Marcin Chrzan, Andrzej Szafraniec, Vitaliy Levoniuk. Przegląd elektrotechniczny. 2018. No. 1, pp. 17–20.

References

1. Holota, A. D. (2006). Avtomatyka v elektroenergetychnykh systemakh [Automation in electric power systems]. Kyiv, 367 p. (ukr).
2. Rukovodstvo po ekspluatatsii vyklyuchatelya LTB 362-800 (T) E4. [Manual for operating the switch LTB 362-800 (T) E4.] ABB. 2009. 246 p (rus).
3. Vishnevskiy, Yu. (2002). Elektricheskie apparaty vyisokogo napryazheniya s elegazovoy izolyatsiey [High-voltage electric devices with SF6 insulation]. Sankt-Peterburg, 728 p.(rus).
4. Methods of Performance Assurance for SF6 Circuitbreakers at Switchings of Compensated 500–1150 kV Overhead Power Lines / Ivan Ye. Naumkin, Viktor N. Pod'yachev, Leonid I. Sarin, Danila V. Kochura. International Conference on Power Systems Transients (IPST2013) (July 18–20, 2013).
5. Probabilistic impact of transmission line switching on power system operating states / Payman Dehghanian, Mladen Kezunovic. Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D2016) (2016 IEEE/PES).
6. An adaptive reclosure scheme for parallel transmission lines with shunt reactors / Da Lin, Huifang Wang, Shaofei Shen. Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D2016) (2016 IEEE/PES).
7. Transients caused by uncontrolled and controlled switching of circuit breakers / Ivo Uglešić, Božidar Filipovic-Grcic and Srećko Bojic. The International Symposium on High-Voltage Technique “Höfler’s Days”. Portoroz, Slovenia (7–8 November 2013).
8. Fault analysis on three phase system by auto reclosing mechanism / Vinesh Gamit, Vivek Karode, Karan Mistry, Pankaj Parmar, Ashish Chaudhari. International Journal of Research in Engineering and Technology. Vol.: 04 Issue: 05, pp. 292–298.

9. Levoniuk, V. R., Lysiak, H. M., Chaban, A. V. (2018). Modeliuvannia vumykacha nadvysokoi napruhy dlia analizu perekhidnykh protsesiv v elektrotekhnichnykh systemakh peresylnannia enerhii [Simulation of a super-high voltage switch for the analysis of transients in electrical energy transfer systems]. *Bulletin of the Lviv Polytechnic National University, Series: "Electric Power and Electromechanical Systems"*. No. 900. pp. 36–46.

10. Mayr O. Beiträge zur Theorie des statischen und des dynamischen Lichtbogens / O. Mayr // *Archiv für Elektrotechnik*. 1943. 37, Heft 12. S. 588–608.

11. Chaban, A. (2015). *Pryntsyp Hamiltona-Ostrogradskoho v elektromekhanichnykh systemakh [The principle of Hamilton-Ostrogradsky in electromechanical systems]*. Lviv, 488 p. (ukr).

12. *Mathematical model of the double conductor power line using a modified Hamilton's principle* / Andriy Czaban, Marek Lis, Jaroslaw Sosnowski, Witaliy Lewoniuk / *Electric machines*. 2016. No. 109, pp. 31–36.

13. *Mathematical modelling of transient processes in power supply grid with distributed parameters* / Andriy Czaban, Marek Lis, Marcin Chrzan, Andrzej Szafraniec, Vitaliy Levoniuk. *Przegląd elektrotechniczny*. 2018. No. 1, pp. 17–20.

A. V. Chaban

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electrical Engineering Systems,
e-mails: atchaban@gmail.com,

H. M. Lysiak

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electric Power Engineering and Control Systems
e-mail: gmlysiak@gmail.com

V. R. Levoniuk

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electrical Engineering Systems,
e-mail: gmlysiak@gmail.com

MATHEMATICAL MODELING SWITCHING ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN THE LONG POWER LINE IN THE AUTOMATIC RECLOSING CYCLE

© Chaban A. V., Lysiak H. M., Levoniuk V. R., 2019

The article analyzes scientific publications, who showed that for the most part, the study of switching transients in electrical networks during automatic reclosing cycles of circuit breaker, are carried out without taking into account the influence of electromechanical processes in the mechanisms of circuit breaker contacts, despite the fact that the speed of their course is commensurate with the speed of the electromagnetic processes. On the basis of the modified Hamilton-Ostrogradsky principle proposed mathematical model of a fragment of an electric network which consists of an inter-system overhead power line compensating reactors and a high-voltage circuit breaker with the device automatic reclosing cycle.

It is shown that the proposed method of identification of boundary conditions of the second kind to the differential equation of a long line increases the efficiency of constructing its model, since it does not require the creation of extended circular alternatives on the one hand; and allows the field level to take into account the flow of electromagnetic processes from the second. The mathematical model of the high-voltage switch used in the work makes it possible to take into account switching arc processes based on nonlinear active resistance and capacitance and motion dynamics of the mechanism of contact movement based on Lagrange theory. This makes it possible to efficiently investigate the transients in the electrical networks during the switching circuit breakers without using the initial switching

procedure. On the basis of the developed mathematical model written software code in the algorithmic language Visual Fortran and done computer simulation of transient switching processes in a long transmission line, taking into account the operation of a single-unit automatic reclosing cycle and mechanical processes in the circuit breaker. The research results are presented in the form of drawings that are analyzed.

It is confirmed that the development and application of interdisciplinary (interdisciplinary) research methods makes it possible to build models of electrotechnical and electromechanical subsystems as elements of a single power system, including mathematical models of ultra-high-voltage switches, based solely on a single energy approach.

Key words: mathematical modeling, switching processes, Hamilton–Ostrogradsky principle, electric network, high-voltage circuit breaker, automatic reclosing cycle

Т. 1, Вип. 1, 2019

УДК 62-83-52:621.313.3

І. З. Щур

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки і комп’ютеризованих електромеханічних систем,
i_shchur@meta.ua

Т. Я. Дзьоба

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки і комп’ютеризованих електромеханічних систем,
tdzoba@gmail.com,

П. Й. Голубовський

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки і комп’ютеризованих електромеханічних систем,
sumixlviv@ukr.net

ЛЮДИНО-МАШИННЕ КЕРУВАННЯ ОДНОВІСНИМ ДВОКОЛІСНИМ ПЕРСОНАЛЬНИМ ЕЛЕКТРИЧНИМ ТРАНСПОРТНИМ ЗАСОБОМ ЗА УМОВИ ЛІНІЙНОГО РУХУ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.074>

© Щур І. З., Дзьоба Т. Я., Голубовський П. Й., 2019

Розглянуто новий вид персонального електричного транспортного засобу (ЕТЗ) – сегвей, чи гіроборд, у якому користувач під час керування рухом бере безпосередню участь у балансуванні свого положення відносно осі, що з’єднує два колеса з індивідуальними електроприводами. Такий ЕТЗ – складна людино-машинна система, робота якої залежить від команд людини та відповідної реакції системи автоматичного керування (САК) рухом. Тому для розроблення останньої необхідно знати як закономірності роботи електромеханічної системи цього ЕТЗ, так і навички керування, які набув користувач. На основі рівняння Лагранжа II роду розроблено математичну модель кінематики руху такого ЕТЗ у вигляді нелінійної системи взаємозв’язаних диференціальних рівнянь другого порядку. Як системи електроприводів коліс застосовано замкнені за струмами якоря синхронні машини із постійними магнітами, які керуються транзисторними інверторами напруги за положенням їх роторів відповідно до сигналів, отриманих від встановлених на колесах енкодерів. Завдання на електромагнітні моменти приводів коліс формують ПД-регулятори за сигналами від системи давачів – твердотільних гіроскопа та акселерометра, які дають змогу визначити кут нахилу тіла користувача. За розробленою функціональною схемою системи “користувач – гіроборд” у середовищі Matlab/Simulink створено імітаційну комп’ютерну модель, в яку входить розроблена математична модель кінематики руху гіроборда із користувачем. Ця модель імітує поведінку користувача, а також роботу САК електроприводами коліс. Визначено раціональні налаштування регуляторів моделі. У результаті проведеного комп’ютерного симулювання циклу руху гіроборда отримано низку осцилограм основних координат,

що описують динаміку системи. Вони дали змогу зрозуміти закономірності взаємодії людини і машини та показали працездатність розроблених підходів до побудови системи керування гіробордом.

Ключові слова: персональний електричний транспортний засіб; сегвей; гіроборд; самобалансування; людино-машинна система.

Постановка задачі

Мобільний персональний електротранспорт завойовує все більше прихильників і масову популярність у всьому світі [1]. Крім електровелосипедів та інших електробіциклів, які належать до класу двоколісних двоосьових персональних електричних транспортних засобів (ЕТЗ), останнім часом набув поширення клас двоколісних одновісних ЕТЗ у вигляді сегвея (Segway) та гіроборда (гіроскутера) [2–4]. Це персональний ЕТЗ у вигляді платформи для ніг, двох коліс із привідними електродвигунами, що встановлені на одній осі, перпендикулярній до напрямку руху, акумуляторної батареї для живлення електроприводу, а також вбудованої силової та мікроелектроніки для керування рухом. Відмінність між сегвеем та гіробордом полягає у пристроях для виконання поворотів: у сегвея це встановлений на платформі джойстик, яким керують за допомогою колін, а в гіроборда – розділена навпіл платформа, що дає змогу задавати кут повороту за допомогою різниці в кутах нахилу півплатформ (рис. 1). Кожна із моделей має певні переваги і недоліки, а також технічні характеристики щодо маси пасажирів, діаметра коліс, потужності приводів, ємності акумуляторної батареї та відповідно дальності ходу і використаних матеріалів. Однак щодо керування ці персональні ЕТЗ принципово не відрізняються. Тому в подальшому описі послугуватимемося назвою “гіроборд”.



Рис. 1. Зовнішній вигляд: а – сегвей; б – гіроборд

Гіроборд – складний людино-машинний комплекс, робота якого залежить від команд людини та відповідної реакції системи автоматичного керування (САК). Тому для розроблення останньої необхідно знати як закономірності роботи електромеханічної системи цього ЕТЗ, так і можливості користувача щодо керування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Гіроборд із користувачем як об’єкт керування є доволі складною нелінійною та нестабільною системою [2]. У разі відсутності користувача на ЕТЗ центр ваги платформи гіроборда буде нижче від осі коліс. Тоді система поводитиметься як простий маятник, і це робить її стійкою. Наявність користувача зумовлює переміщення центра мас значно вище від осі коліс, що перетворює звичайний маятник на перевернутий, тобто нестійкий [5]. Для його стабілізації під час руху гіроборда необхідно поєднати роботу користувача із функціонуванням САК рухом. В основу цього поєднання покладено технологію динамічної стабілізації – один із найголовніших

принципів теорії та практики сучасного автоматичного керування динамікою інверсного маятничого важеля [6].

У багатьох наукових публікаціях на тему персональних ЕТЗ розглядають переважно питання механічного проектування та електромеханічного конструювання [7, 8]. Проте низка робіт стосується автоматичного керування [9–15]. Найпоширенішим способом автоматичної стабілізації інверсного маятника є застосування ПД-регуляторів. Крім класичного ПД-регулятора [9], для забезпечення якості керування додатково застосовують функції самоналаштування [10], а також фільтрування шумів із давачів (акселерометр, гіроскоп, кутомір) за допомогою фільтра Калмана [11, 12]. Проте у вказаних роботах для синтезу систем керування складну нелінійну модель об'єкта, як правило, спрощували за допомогою лінеаризації. У роботах [13, 14] для подолання вказаного недоліку застосовано нечітке керування, що дало задовільний результат, проте налаштування нечіткої САК суб'єктивне. Ще складнішу реалізацію у вигляді дискретного контролера 12-го порядку розроблено із використанням методик μ -синтезу [15].

Аналіз стану проблеми керування гіробордом свідчить про актуальність досліджень, спрямованих на створення САК, яка враховує нелінійність та нестабільність об'єкта керування та участь людини у процесі стабілізації цього ЕТЗ.

Мета статті

Метою роботи є створення на основі методів аналітичної механіки математичної моделі гіроборда, розроблення системи керування самобалансуванням із розподілом функцій між користувачем і САК рухом та проведення симуляційних досліджень на створеній комп'ютерній моделі системи.

Виклад основного матеріалу

Математичне моделювання об'єкта керування

Математичну модель руху будь-якої механічної системи можна визначити із рівнянь Лагранжа другого роду, які подаються залежністю загального вигляду [16]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} L \right) - \frac{\partial}{\partial q_k} L + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} \Phi = Q_k, \quad k=1, \dots, n, \quad (1)$$

де $L = T - V$ – лагранжیان; T – сумарна кінетична енергія системи; V – сумарна потенціальна енергія системи; Φ – сумарна потужність розсіяння енергії в системі (функція дисипації Релея); q_k – k -та із незалежних узагальнених координат; Q_k – узагальнена непотенціальна сила, що діє на частину системи із k -ю координатою; n – кількість незалежних узагальнених координат.

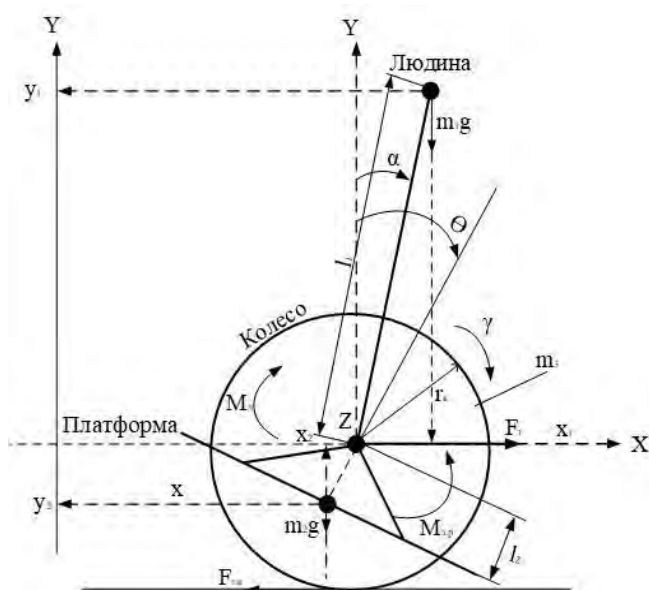


Рис. 2. Геометрична модель гіроборда

У досліджуваному об'єкті можна виділити три зосереджені маси, які рухаються у своїх системах координат та взаємодіють між собою (рис. 2):

1) людина (пасажир та водій в одній особі) з центром мас у точці 1; ця маса здійснює обертовий рух відносно початку координат 0 та поступальний рух разом із візком у напрямку x ;

2) платформа візка (разом із двигунами, акумуляторами та ступнями людини, які вважатимемо встановленими на платформі без ковзання); ця маса теж здійснює обертовий рух відносно початку координат 0 та поступальний рух разом із візком у напрямку x ;

3) колеса візка, які теж здійснюють обертовий рух відносно початку координат 0 та поступальний рух разом із візком у напрямку x .

Узагальнені координати для цих зосереджених мас виберемо такими:

перша маса (обертвий рух) – кут нахилу α людини відносно вертикальної осі y ;

друга маса (обертвий рух) – кут відхилення θ платформи від статичного положення щодо вертикальної осі y ;

третя маса (обертвий рух) – кут повороту γ коліс відносно початкового положення (осі y);

усі три маси (поступальний рух) – положення на осі x .

Конструкція механічної частини гіроборда передбачає, що гомілковостопні суглоби користувача і вісь коліс будуть на тій самій осі. Така конструкція підвищує комфорт користувача і стабільність системи. Тому перша і друга маси зв'язані між собою шарнірно гомілковостопними суглобами людини, які характеризуються коефіцієнтом жорсткості на згин c_{1-2} та коефіцієнтом внутрішнього в'язкого тертя b_{1-2} . Друга і третя маси сполучені лише силовим способом – за допомогою обертових моментів. Отже, у досліджуваній системі з трьома узагальненими масами та чотирма незалежними рухами $n = 3$.

Відповідно до системи координат x – y , показаної на рис. 2, координати центрів мас трьох вказаних узагальнених мас є такими:

перша маса

$$x_1 = x + l_1 \sin \alpha; \quad y_1 = l_1 \cos \alpha; \quad (2)$$

друга маса

$$x_2 = x - l_2 \sin \theta; \quad y_1 = -l_2 \cos \theta; \quad (3)$$

третя маса

$$\dot{x}_3 = \dot{x}; \quad \dot{y}_3 = 0. \quad (4)$$

У центрах мас із координатами (2)–(4) відповідно розміщені маси: m_1 – людини, m_2 – платформи візка, m_3 – одного колеса візка. З метою спрощення доцільно обертвий рух коліс привести до їх поступального руху. Тоді третя еквівалентна приведена до поступального руху гіроборда маса коліс дорівнюватиме

$$m_3' = 2 \left(m_3 + \frac{J_k}{r_k^2} \right), \quad (5)$$

де J_k – момент інерції одного колеса гіроборда; r_k – радіус колеса гіроборда.

Проекції швидкостей трьох мас на осі системи координат x – y є такими:

$$\dot{x}_1 = \dot{x} + l_1 \dot{\alpha} \cos \alpha; \quad \dot{y}_1 = -l_1 \dot{\alpha} \sin \alpha; \quad (6)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x} - l_2 \dot{\theta} \cos \theta; \quad \dot{y}_1 = l_2 \dot{\theta} \sin \theta; \quad (7)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}; \quad \dot{y}_3 = 0. \quad (8)$$

Сумарна кінетична енергія системи, яка характеризує усі чотири рухи, описується таким виразом:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2). \quad (9)$$

Підставляючи в рівняння (9) вирази (5)–(8), після перетворень отримуємо

$$T = \frac{1}{2} \left[m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 + m_2 l_2^2 \dot{\theta}^2 + 2m_1 l_1 \dot{x} \dot{\alpha} \cos \alpha - 2m_2 l_2 \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta + (m_1 + m_2 + m_3') \dot{x}^2 \right]. \quad (10)$$

Сумарна потенціальна енергія системи складається із потенціальної енергії, що нагромаджується у пружному зв'язку між першою та другою зосередженими масами, та потенціальної енергії цих мас із урахуванням їх відхилення від стану рівноваги. Відповідно до рис. 2 можна записати

$$V = \frac{1}{2} c_{1-2} (\alpha - \theta)^2 + m_1 g l_1 \cos \alpha + m_2 g l_2 (1 - \cos \theta). \quad (11)$$

Сумарна потужність розсіювання енергії в системі складається із потужностей, що розсіюються через внутрішнє в'язке тертя під час коливань пружного зв'язку між першою та другою

зосередженими масами, та потужностей зовнішнього в'язкого тертя в опорах обертання другої та третьої зосереджених мас:

$$\Phi = \frac{1}{2} b_{1-2} (\dot{\alpha} - \dot{\theta})^2 + b_2 \dot{\theta}^2 + b_3 \left(\frac{\dot{x}}{r_k} \right)^2, \quad (12)$$

де b_i – коефіцієнт зовнішнього в'язкого тертя в опорах обертання i -ї зосередженої маси.

Зовнішні сили непотенціального характеру, що діють в напрямку кожної із координат руху, є такими:

$$Q_1 = -M_{з.п} ; \quad (13)$$

$$Q_2 = M_{з.п} - M_d - M_{c.2} ; \quad (14)$$

$$F_3 = \frac{M_d - M_{c.3}}{r_k} - F_{т.к} , \quad (15)$$

де $M_{з.п}$ – момент для задання руху, який створює людина, нахилиючись; M_d – момент, що створюють електродвигун; $M_{c.i}$ – момент сухого тертя в опорах i -ї зосередженої обертової маси; $F_{т.к}$ – сила опору тертя кочення гіроборда.

Лагранжیان системи з урахуванням (10) та (11) матиме такий вигляд:

$$L = \frac{1}{2} \left[m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 + m_2 l_2^2 \dot{\theta}^2 + 2 m_1 l_1 \dot{x} \dot{\alpha} \cos \alpha - 2 m_2 l_2 \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta + (m_1 + m_2 + m_3) \dot{x}^2 - c_{1-2} (\alpha - \theta)^2 \right] - m_1 g l_1 \cos \alpha - m_2 g l_2 (1 - \cos \theta) . \quad (16)$$

Щоб отримати математичну модель руху системи гіроборда, необхідно підставити одержані вирази (12)–(16) в рівняння (1) та здійснити почергово диференціювання для кожної із трьох узагальнених координат руху.

Візьмемо спочатку часткові похідні лагранжіана (16) за швидкостями руху $\dot{\alpha}$, $\dot{\theta}$, \dot{x} (часткові похідні в дужках у виразі (1)). Відповідно отримуємо такі результати:

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\alpha}} L = m_1 l_1 (l_1 \dot{\alpha} + \dot{x} \cos \alpha) ; \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} L = m_2 l_2 (l_2 \dot{\theta} - \dot{x} \cos \theta) ; \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{x}} L = m_2 \dot{x} + m_1 l_1 \dot{\alpha} \cos \alpha - m_2 l_2 \dot{\theta} \cos \theta , \quad (19)$$

де $m_2 = m_1 + m_2 + m_3$ – узагальнена маса поступального руху гіроборда.

Часові похідні виразів (17)–(19) відповідно дорівнюють

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\alpha}} L \right) = m_1 l_1 (l_1 \ddot{\alpha} + \ddot{x} \cos \alpha - \dot{\alpha} \dot{x} \sin \alpha) ; \quad (20)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} L \right) = m_2 l_2 (l_2 \ddot{\theta} - \ddot{x} \cos \theta + \dot{\theta} \dot{x} \sin \theta) . \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} L \right) = m_2 \ddot{x} + m_1 l_1 \ddot{\alpha} \cos \alpha - m_2 l_2 \ddot{\theta} \cos \theta - m_1 l_1 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + m_2 l_2 \dot{\theta}^2 \sin \theta . \quad (22)$$

Часткові похідні лагранжіана (16) за координатами руху отримано у вигляді

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} L = -m_1 l_1 \dot{x} \dot{\alpha} \sin \alpha - c_{1-2} (\alpha - \theta) + m_1 g l_1 \sin \alpha ; \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} L = m_2 l_2 \dot{x} \dot{\theta} \sin \theta + c_{1-2} (\alpha - \theta) - m_2 g l_2 \sin \theta ; \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} L = 0 . \quad (25)$$

Часткові похідні потужності розсіяння (12) за швидкостями руху відповідно дорівнюють

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\alpha}} \Phi = b_{1-2} (\dot{\alpha} - \dot{\theta}); \quad (26)$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \Phi = -b_{1-2} (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) + 2b_2 \dot{\theta}; \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{x}} \Phi = \frac{2b_3}{r_k} \dot{x}. \quad (28)$$

Щоб сформувавши кінцеву математичну модель руху гіроборда з користувачем, необхідно підставляти по чергові в (1) такі отримані вирази: (20), (23), (26) і (13); (21), (24), (27) і (14); (22), (25), (28) і (15). Одержана в результаті система рівнянь з урахуванням реактивного характеру моментів сухого та зовнішнього в'язкого тертя, які спрямовані проти руху платформи з користувачем та коліс гіроборда, має такий вигляд:

$$m_1 l_1 (l_1 \ddot{\alpha} + \ddot{x} \cos \alpha - g \sin \alpha) + c_{1-2} (\alpha - \theta) + b_{1-2} (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) = -M_{з.р.}; \quad (29)$$

$$m_2 l_2 (l_2 \ddot{\theta} - \ddot{x} \cos \theta + g \sin \theta) - c_{1-2} (\alpha - \theta) - b_{1-2} (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) = M_{з.р.} - M_{д.} - \text{sign}(\dot{\theta}) (2b_2 |\dot{\theta}| + M_{с.2}); \quad (30)$$

$$m_2 \ddot{x} + m_1 l_1 (\ddot{\alpha} \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \sin \alpha) - m_2 l_2 (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) = \frac{M_{д.}}{r_k} - \text{sign}(\dot{x}) \left(\frac{2b_3}{r_k^2} |\dot{x}| + \frac{M_{с.3}}{r_k} + F_{т.к} \right). \quad (31)$$

Розроблення функціональної схеми системи керування гіробордом

На рис. 3 наведено функціональну схему системи керування гіробордом, яка побудована за аналогією з [12].

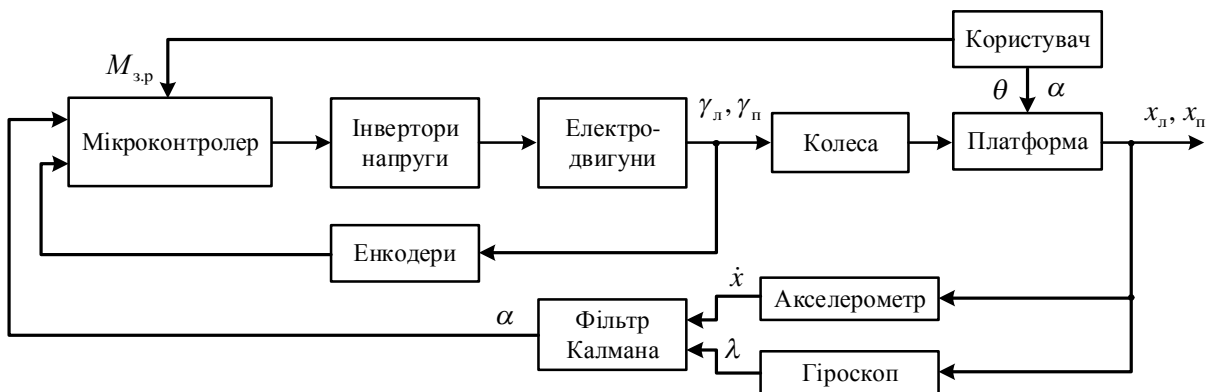


Рис. 3. Функціональна схема системи керування гіробордом

Зі схеми видно, що користувач, нахилиючись вперед на кут α з метою руху, змінює кут нахилу платформи θ , в результаті чого діє на два канали: безпосередньо змінює параметри об'єкта керування та задає команду мікроконтролерові на завдання моменту руху $M_{з.р.}$. За останньою мікроконтролер формує завдання, а інвертори напруги та двигуни створюють крутні моменти коліс. Вимірювання акселерометра і гіроскопа після оброблення фільтром Калмана дають інформацію про кут нахилу користувача α . У результаті мікроконтролер компенсує кут нахилу, коригуючи електромагнітні моменти привідних електродвигунів коліс гіроборда, щоб забезпечити стабільність користувача.

Користувач також подає команду повороту на ЕТЗ, повертаючи джойстик чи половини платформ на різний кут. Цю інформацію мікроконтролер сприймає як завдання на різні значення моментів коліс. Енкодери вимірюють кутове переміщення коліс з метою забезпечення векторного керування синхронних двигунів із постійними магнітами (СДПМ), а також зворотного зв'язку для кута повороту ЕТЗ.

Комп'ютерне симулювання роботи гіроборда

З метою комп'ютерного симулювання розраховано параметри гіроборда, призначеного для транспортування користувача масою до 130 кг зі швидкістю до 20 км/год та прискоренням до $0,1 \text{ м/с}^2$ під ухил 2 %. Інші параметри гіроборда: $r_k = 0,1 \text{ м}$, $F_{т,к} = 14 \text{ Н}$. Для цих вихідних даних отримано такі параметри СДПМ: $P_n = 112 \text{ Вт}$, $n_n = 2650 \text{ об./хв}$, передавальне число редукторів $i = 5$. Керування електродвигунами здійснюється за допомогою транзисторних інверторів напруги за принципом векторного керування згідно із інформацією про кути положення роторів від відповідних енкодерів.

На рис. 4 показано створену комп'ютерну модель роботи гіроборда, де змодельовано також поведінку користувача. Він задає бажану швидкість руху V^* і контролює останню, змінюючи кут нахилу свого тіла. Це моделюється за допомогою від'ємного зворотного зв'язку за швидкістю руху гіроборда та регулятора швидкості РШ. Сформоване на виході останнього завдання на кут нахилу користувача α^* виконується за допомогою регулятора кута РК, на вході якого α^* порівнюється з реальним значенням цього кута α . Залежно від отриманої похибки формується завдання на момент руху M_h . Цей сигнал подається на підсистему Hyroboard Subsystem, в якій здійснюється інтегрування одержаних диференціальних рівнянь (29)–(31), що описують роботу тримасової електромеханічної системи гіроборда. До цієї ж підсистеми надходять значення електромагнітних моментів двигунів коліс M_d , які формуються у підсистемі електроприводів Drive Subsystem. Завдання на ці моменти формуються пропорційно до значень сигналів про кути нахилу платформи $teta$. У результаті комп'ютерних досліджень визначено доцільні структури РШ та РК – пропорційно-диференціальні, а також знайдено їх параметри (рис. 4).

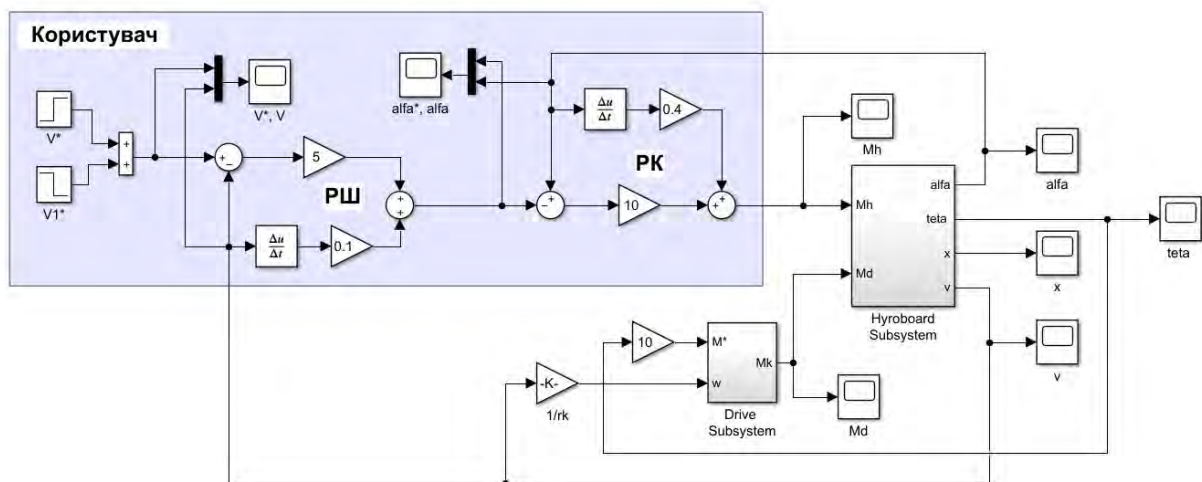


Рис. 4. Комп'ютерна модель роботи гіроборда з користувачем у середовищі Matlab/Simulink

У наведених на рис. 5 результатах симулювання користувач задає у момент часу 0,5 с бажану швидкість руху 0,3 м/с, а на 80 с він починає зупиняти гіроборд (рис. 4, а). На виході РШ формуються завдання на підпорядковану швидкості руху гіроборда координату кута нахилу користувача α^h (рис. 4, б), значення якої порівнюється із реальним значенням кута нахилу користувача α (рис. 4, в). Відтак на виході РК формується завдання на підпорядковану куту нахилу користувача координату завдання моменту руху M^h (рис. 4, г). За реальним кутом нахилу платформи $teta$ (рис. 4, д) САК формує завдання на електромагнітний момент двигуна M^* , яке реалізується замкненою за струмами якоря системою керування у вигляді моменту M_d (рис. 4, е). На виході з підсистеми Hyroboard Subsystem отримують також такі координати, як швидкість v руху гіроборда (рис. 4, е) та шлях,

який проходить гірборд x (рис. 4, ж). Результат роботи системи – осцилограми, на початковому етапі яких відображено зміни користувачем завдання швидкості руху коливання, які пояснюються балансуванням тіла людини з метою збереження рівноваги.

Отже, отримані осцилограми показують перебіг процесів формування сигналів керування гірбордом, що відповідають бажанню користувача і його навичкам керування цим транспортним засобом, а також роботу САК і зміну координат руху гірборда.

Висновки

Розроблена на основі рівняння Лагранжа II роду математична модель динамічних процесів руху гірборда із пасажиром дала змогу побудувати відповідну комп'ютерну модель, за допомогою якої вдалося дослідити та зрозуміти закономірності роботи цього достатньо складного нелінійного та нестійкого об'єкта.

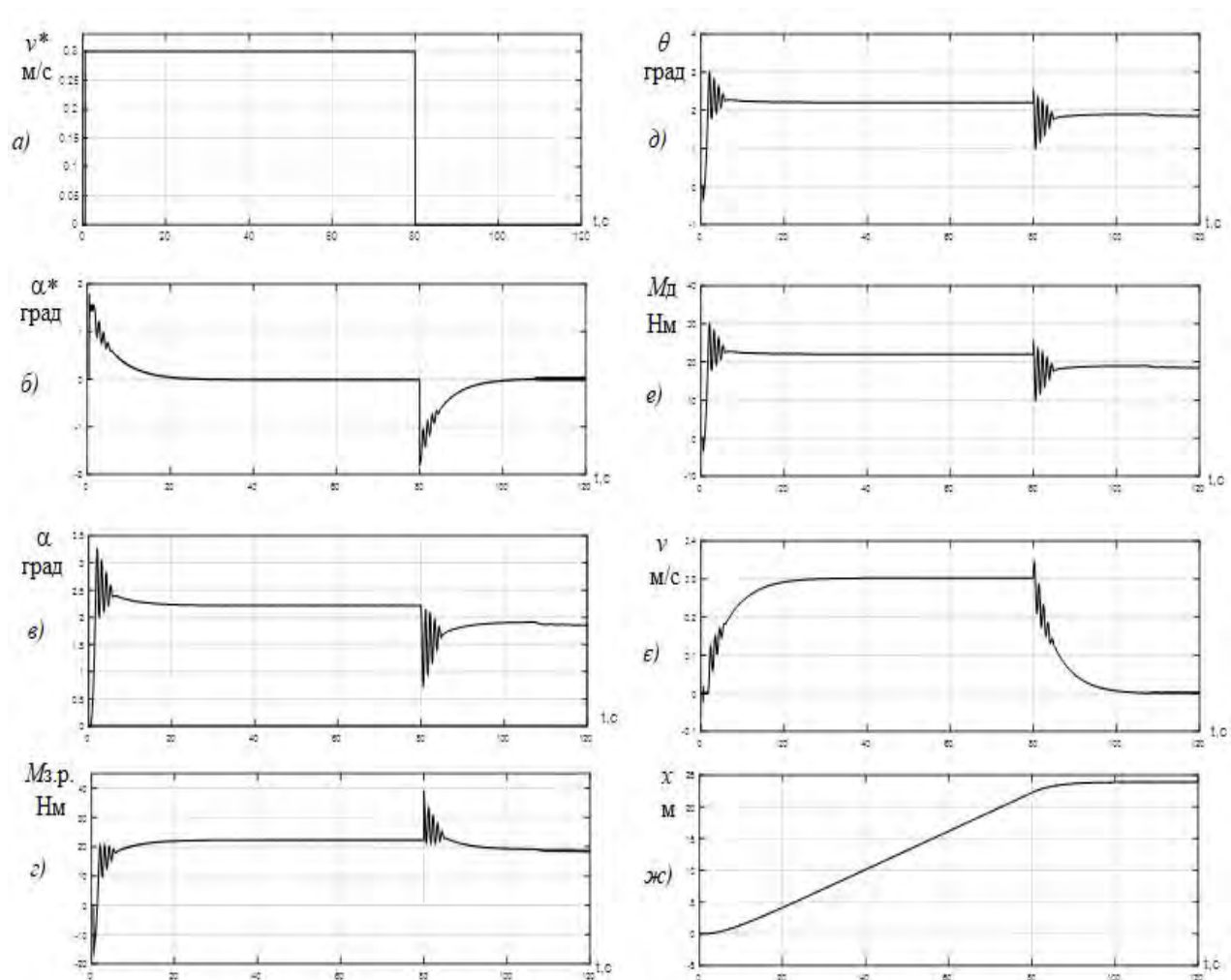


Рис. 5. Результати комп'ютерного симулювання переміщення гірборда із користувачем у вигляді часових діаграм: а – швидкість, яку задає користувач; б – кут нахилу тіла користувача, який він задав, град.; в – реальний кут нахилу користувача, град.; г – кут нахилу платформи гірборда, град.; д – момент завдання руху; е – електромагнітний момент двигуна; є – швидкість руху гірборда; ж – шлях, який проїхав гірборд

Людино-машинна система керування гірбордом поєднує набуті навички самобалансування користувача, які узгоджуються із розробленою системою керування приводами коліс гірборда.

Змодельована у середовищі Matlab/Simulink система гіроборда дала змогу отримати за допомогою комп'ютерного симулювання часові діаграми основних координат роботи, які підтверджують працездатність розроблених підходів до побудови системи керування гіробордом.

Список використаних джерел

1. Jeon D., Hong W.T., Choi H. Smart personal mobility (SPM) for service and entertainment // Proc. 11th ACM/IEEE Int. Conf. on Human-Robot Interaction (HRI), 2016, pp. 557.
2. Govardhan P., Thakre A., Shende N., Phadnis N., Muley S. Survey on self balancing two wheel electric prototype // Int. J. Engineering Research and General Science, 2017, vol. 5, Is. 5, pp. 32–36.
3. Draz M. U., Ali M. S., Majeed M., Ejaz U., Izhar U. Segway electric vehicle // Proc. Int. Conf. Robotics and Artificial Intelligence, 2012, pp. 34–39.
4. Cardozo G. S. S., Vera L. M. S. Prototype for a self-balanced personal transporter // Proc. 2012 Workshop on Engineering Applications, 2012, pp. 1–6.
5. Семенов М. Е., Хатиџ З., Решетова О. О., Демчук А. А., Мелещенко П. А. Модель динаміки зворотного маятника з гистерезисним управлінням // Вест. Воронеж. гос. ун-та. Серія: Фізика. Математика. 2016. № 4. С. 165–177.
6. Эмирбеков Н. Э., Эмирбеков М. Э. Разработка алгоритмов раскочки и стабилизации зворотного маятника, закрепленного на валу двигателя // Автоматика и программная инженерия. – 2016, № 1(15). – С. 38–43.
7. Burket M. Segway design project // IEEE Trans. On industry applications. – 2007, vol. 43, No. 3, pp. 769–776.
8. Khan M. H., Chaudhry M., Tariq T., Fatima Q.-ul-A., Izhar U. Fabrication and modelling of segway // Proc. 2014 IEEE Int. Conf. on Mechatronics and Automation, August 3–6, Tianjin, China, pp. 280–285.
9. Babazadeh R., Khiabani A. G., Azmi H. Optimal control of Segway personal transporter // Proc. 4th Int. Conf. on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA), 27–28 January 2016, Qazvin, Iran, pp. 18–22.
10. Renet J. Motion control for a two-wheeled vehicle using a self-tuning PID controller // Control Engineering Practice, 2008, vol. 16, pp. 365–375.
11. Miranda J. Application of Kalman filtering and PID control for direct inverted pendulum control // IEEE Trans. Smart Grid, 2014, vol. 5, No. 2, pp. 944–953.
12. Mohtasib A. M., Shawar M. H. Self-balancing two-wheel electric vehicle (STEVE) // Proc. 9th Int. Symp. on Mechatronics and its Applications (ISMA13), Amman, Jordan, April 9–11, 2013, pp. 1–8.
13. Ahmad S., Siddique N. H., Tokhi M. O. A modular fuzzy control approach for two-wheeled wheelchair // J. of Intelligent & Robotic Systems. – Springer Science+Business Media B. V., 2011, vol. 64, Is. 3–4, pp. 401–426.
14. Kwak S., Choi B.-J. Design of fuzzy logic control system for Segway type mobile robots // Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems, 2015, vol. 15(2), pp. 126–131.
15. Gu D.-W., Petkov P.H., Konstantinov M. M. Robust control of self-balancing two-wheeled robot // Robust Control Design with MATLAB®, Springer, 2018, pp. 435–454.
16. Литвинов О. І. Теоретична механіка. Ч. II. Динаміка. Основи аналітичної механіки / О. І. Литвинов, Я. М. Михайлович, А. В. Бойко, М. Г. Березовий. К.: Агроосвіта, 2013. – 576 с.

References

1. Jeon D., Hong W. T., Choi H. Smart personal mobility (SPM) for service and entertainment // Proc. 11th ACM/IEEE Int. Conf. on Human-Robot Interaction (HRI), 2016, pp. 557.
2. Govardhan P., Thakre A., Shende N., Phadnis N., Muley S., Survey on self balancing two wheel electric prototype // Int. J. Engineering Research and General Science, 2017, vol. 5, Is. 5, pp. 32–36.
3. Draz M. U., Ali M. S., Majeed M., Ejaz U., Izhar U. Segway electric vehicle // Proc. Int. Conf. Robotics and Artificial Intelligence, 2012, pp. 34–39.
4. Cardozo G. S. S., Vera L. M. S. Prototype for a self-balanced personal transporter // Proc. 2012 Workshop on Engineering Applications, 2012, pp. 1–6.
5. Siemionov M. E. Model' dinamiki obratnogo mayatnika s gisterezisnym upravleniyem [Model of an inverse pendulum dynamics with hysteresis control] / M. E. Siemionov, Z. Khatif, O. O. Rieshetova, A. A. Diemchuk, P. A. Mielieshko // Viestnik Voroniezskogo Gosudarstviennogo Universiteta. Sieriya: Fizika. Matematika [Bulletin of the Voronezh State University. Series: Physics. Maths.], 2016, No. 4, pp. 165–177.

6. Emirbekov N. E., Emirbekov M. E. *Razrabotka algoritmov raskachki I stabilizatsii obratnogo mayatnika, zakriepionnogo na valu dvigatielia [Development of algorithms for the buildup and stabilization of a reverse pendulum fixed on the motor shaft] // Automatika i programnaya inzheneriya [Automation and software engineering]. 2016, No. 1 (15), pp. 38–43.*
7. Burket M. *Segway design project // IEEE Trans. On industry applications, 2007, vol. 43, No. 3, pp. 769–776.*
8. Khan M. H., Chaudhry M., Tariq T., Fatima Q.-ul-A., Izhar U. *Fabrication and modelling of segway // Proc. 2014 IEEE Int. Conf. on Mechatronics and Automation, August 3–6, Tianjin, China, pp. 280–285.*
9. Babazadeh R., Khiabani A. G., Azmi H. *Optimal control of Segway personal transporter // Proc. 4th Int. Conf. on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA), 27–28 January 2016, Qazvin, Iran, pp. 18–22.*
10. Renet J. *Motion control for a two-wheeled vehicle using a self-tuning PID controller // Control Engineering Practice. 2008. Vol. 16. P. 365–375.*
11. Miranda J. *Application of Kalman filtering and PID control for direct inverted pendulum control // IEEE Trans. Smart Grid, 2014, vol. 5, No. 2, pp. 944–953.*
12. Mohtasib A. M., Shawar M. H. *Self-balancing two-wheel electric vehicle (STEVE) // Proc. 9th Int. Symp. on Mechatronics and its Applications (ISMA13), Amman, Jordan, April 9–11, 2013, pp. 1–8.*
13. Ahmad S., Siddique N. H., Tokhi M. O. *A modular fuzzy control approach for two-wheeled wheelchair // J. of Intelligent & Robotic Systems, Springer Science+Business Media B. V., 2011, vol. 64, Is. 3–4, pp. 401–426.*
14. Kwak S., Choi B.-J. *Design of fuzzy logic control system for Segway type mobile robots // Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems, 2015, vol. 15(2), pp. 126–131.*
15. Gu D.-W., Petkov P. H., Konstantinov M. M. *Robust control of self-balancing two-wheeled robot // Robust Control Design with MATLAB®, Springer, 2018, pp. 435–454.*
16. Lytvynov O. I. *Teoretychna Mekhanika. Ch. II. Dynamika. Osnovy Analitychnoyi Mekhaniky [Theoretical mechanics. Ch. II. Dynamics. Fundamentals of Analytical Mechanics] / O. I. Lytvynov, Ya. M. Mykhalovych, A. V. Boyko, M. H. Berezovyi. Kyiv.: Agroosvita, 2013. 576 p.*

I. Z. Shchur

Lviv Polytechnic National University,
Department of electromechatronics and computerized electromechanical systems,
i_shchur@meta.ua

T. Y. Dzoba

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
tdzoba@gmail.com,

P. Y. Holubovskyi

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,
sumixlviv@ukr.net

HUMAN-MACHINE CONTROLLING OF ONE-AXIS TWO-WHEEL PERSONAL ELECTRIC VEHICLE IN THE CASE OF LINER MOVEMENT

© Shchur I. Z., Dzoba T. Y., Holubovskyi P. Y., 2019

The paper deals with a new kind of personal electric vehicle (EV) – a segway or a gyroboard, in which a user, in motion control, takes direct part in balancing of his position with respect to the axis connecting two wheels with self electric drives. Such EV is a complex human-machine system, whose work depends on human commands and on the corresponding reaction of the movement automatic control system (ACS). Therefore, for the development of the latter, it is necessary to know the work

regularities of the electromechanical system of this EV, as well as the skills in management acquired by the user. Based on the Lagrange II equation, the mathematical model of the motion kinematics of such an EV in the form of a nonlinear system of interconnected differential equations of the second order is developed. As systems of electric drives of the wheels, synchronous machines with permanent magnets are used and controlled by voltage transistor inverters based on the positions of their rotors in accordance with signals from encoders linked with the wheels. The references on the electromagnetic torques of the wheel drives are formed by the PD regulators based on the signals from the sensor system – solid-state gyroscope and accelerometer, which allow to determine the angle of inclination of the user's body. According to the developed functional scheme of the system “user – gyroboard”, the simulation computer model is created in the environment of Matlab/Simulink, which includes the developed mathematical model of kinematics motion of gyroboard with the user, simulates the behavior of the latter, as well as the work of ACS of wheels electric drives. The rational settings of the regulators are defined from this model. As a result of the computer simulation of the cycle of the gyroboard motion, a series of waveforms of the main variables describing the dynamics of the system was obtained. They made it possible to understand the laws of interaction between user and machine and showed the efficiency of developed approaches to the construction of a gyroboard control system.

Key words: personal electric vehicle; segway; gyroboard; self-balancing; human-machine system

М. А. Яцун

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем,
Yacunma@gmail.com

ВИХІДНА НАПРУГА ЛОКАЛЬНОГО ПЕРВИННОГО ВНУТРІШНЬОГО ВИХРОСТРУМОВОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ТРАНСФОРМАТОРНОГО ТИПУ В ЕЛЕКТРОПРОВІДНІЙ ФЕРОМАГНІТНІЙ ТРУБІ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.085>

© Яцун М. А., 2019

Під час діагностування технічного стану магістральних трубопроводів (газопроводів) виявляють дефекти типу порушення суцільності, встановлюють фактичну товщину стінки трубопроводу і визначають профіль його поверхні. На основі акустичного (ультразвукового), магнітного і вихрострумowego методів контролю розроблено інтелектуальні поршні, які використовують для внутрішньотрубної технічної діагностики. Вихрострумовой метод контролю дає можливість виявити поверхневі тріщини із малим розкриттям та дефекти розшарування металу трубопроводу. За вихрострумowego методу контролю первинний прохідний перетворювач параметричного або трансформаторного типу зазвичай має форму циліндричної котушки із прямокутною формою поперечного перерізу і розташований співвісно з контрольованою трубою.

З метою контролю дефектів, товщини стінки і фізичних параметрів електропровідних феромагнітних труб для локалізації магнітного поля обмотку збудження первинного перетворювача доцільно виконати у формі двох кільцевих котушок, співвісних із контрольованою трубою, у яких протікатимуть протилежно спрямовані струми. Тоді для локального контролю вимірну (вторинну) обмотку первинного перетворювача доцільно розташувати біля внутрішньої поверхні труби між котушками обмотки збудження так, щоб її вісь була спрямована по радіусу труби і такий первинний перетворювач обертати по колу й переміщувати в осьовому напрямі або передбачити декілька таких вимірних обмоток по колу труби і переміщувати перетворювач тільки по осі труби. Тому актуальним є розрахунок вихідної інформації (напруги на вимірній обмотці) прохідного екранованого вихрострумowego первинного перетворювача трансформаторного типу, розташованого всередині контрольованої.

Визначені основна, внесена об'єктом контролю, і сумарна перетворені за Лапласом напруги на вимірній обмотці первинного внутрішнього вихрострумowego перетворювача прохідного типу із обмоткою збудження, яка складається із двох зустрічно увімкнених кільцевих циліндричних котушок прямокутного поперечного перерізу зі струмом заданої форми, і вимірної обмотки, розташованої біля внутрішньої поверхні труби між котушками обмотки збудження так, щоб її вісь була спрямована по радіусу труби.

Отримані результати доцільно використати під час діагностування технічного стану внутрішньої поверхні трубопроводів для визначення інформативних величин та їх

Чутливостей до параметрів і дефектів об'єкта контролю розглянутим прохідним первинним вихрострумним перетворювачем з метою розв'язки багатопараметрової інформації.

Ключові слова: вихідна напруга; внутрішній прохідний вихрострумний перетворювач; обмотка збудження; вимірні обмотки; діагностування трубопроводів.

Постановка проблеми

Під час діагностування технічного стану магістральних трубопроводів (газопроводів) виявляють дефекти типу порушення суцільності, встановлюють фактичну товщину стінки трубопроводу і визначають профіль його поверхні. На основі акустичного (ультразвукового), магнітного і вихрострумного методів контролю розроблено інтелектуальні поршні, які використовують під час внутрішньотрубною технічної діагностики [1–6]. Вихрострумний метод контролю дає можливість виявити поверхневі тріщини з малим розкриттям та дефекти розшарування металу трубопроводу. Первинний прохідний перетворювач параметричного або трансформаторного типу для вихрострумного методу контролю зазвичай має форму циліндричної котушки із прямокутною формою поперечного перерізу і розташований співвісно із контрольованою трубою. Обмотку збудження первинного перетворювача для контролю дефектів, товщини стінки і фізичних параметрів електропровідних феромагнітних труб для локалізації магнітного поля доцільно виконати у формі двох кільцевих котушок, співвісних із контрольованою трубою, у яких протікатимуть протилежно спрямовані струми. Тоді для локального контролю вимірну (вторинну) обмотку первинного перетворювача доцільно розташувати біля внутрішньої поверхні труби між котушками обмотки збудження так, щоб її вісь була спрямована по радіусу труби, обертати по колу такої первинний перетворювач і переміщувати в осьовому напрямі або передбачити декілька таких вимірних обмоток по колу труби і переміщувати перетворювач тільки по осі труби. Тому актуальним є розрахунок вихідної інформації прохідного екранованого вихрострумного первинного перетворювача трансформаторного типу, розташованого всередині контрольованої труби. Розрахункову модель такого перетворювача подано на рисунку.

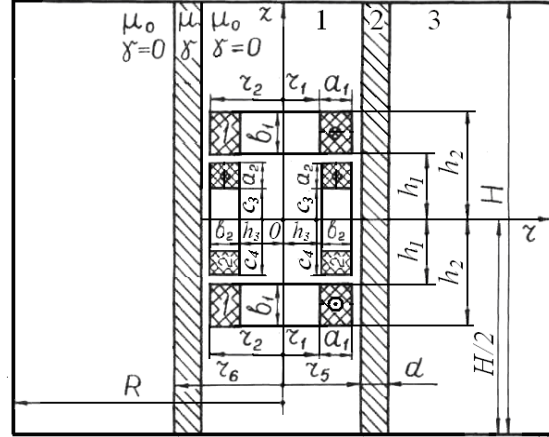
Аналіз останніх досліджень

Магнітне поле збуджуючої котушки реєструється сенсорними котушками на відстані двох та більше діаметрів труби. Електромагнітні коливання, які проникають у стінку трубопроводу, залежать від будь-яких дефектів біля сенсорної котушки. Точність відомого методу [4, 5] на рівні методу вимірювання магнітного потоку. До недоліків цього методу належить значне енергоспоживання та невелика швидкодія. Подальші дослідження викладено у [7–11]. У [8] визначено перетворений за Лапласом векторний потенціал магнітного поля, радіальну й осьову складові магнітної індукції первинного внутрішнього вихрострумного перетворювача прохідного типу із обмоткою збудження, яка складається із двох зустрічно увімкнених екранованих кільцевих циліндричних котушок прямокутного поперечного перерізу зі струмом довільної форми, які охоплюють вимірну обмотку, всі обмотки розташовані всередині співвісно із віссю труби.

Виклад основного матеріалу

На рисунку прийнято такі позначення: a_1 і b_1 – розміри (ширина і висота) поперечного перерізу кожної із обмоток збудження (1); a_2 і b_2 – розміри (ширина і висота) поперечного перерізу вимірної обмотки (2) у формі квадратної (прямокутної) дугової рамки прямокутного поперечного перерізу; c_3 і c_4 – внутрішній і зовнішній розміри вимірної обмотки; $|h_1|$ і $|h_2|$ – ординати обмоток збудження; h_3 – відстань внутрішньої поверхні вимірної обмотки від осі труби; r_5 , r_6 і d – внутрішній і зовнішній радіуси і товщина контрольованої труби; μ і γ – абсолютна магнітна проникність і питома електрична провідність труби; R і H – радіус і висота екрана (досліджуваного простору), який охоплює об'єкт контролю (щоб спростити розв'язання, екран вибираємо надпровідним); 1, 2 і 3 – області всередині екрана. Вважаємо, що області всередині і зовні труби (1 і 3) неферомагнітні ($\mu = \mu_0$, де μ_0 – магнітна стала) і мають питому електричну провідність $\gamma = 0$. Напрями струму і густини струму в обмотках збудження протилежні.

Розрахункова модель первинного
вихрострумowego екранованого
перетворювача
трансформаторного типу всередині
контрольованої труби



Із [8] для векторного потенціалу магнітного поля в області 1 (всередині труби) маємо:

$$\tilde{A}_1 = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_{1e} = \mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_{i1} b_{k01}}{n_i^2 + m_k^2} J_1(n_i r) \sin m_k z + \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} C_{11} I_1(p_1 r) \sin m_k z,$$

де перша складова виражає векторний потенціал за відсутності об'єкта контролю, а друга – внесена об'єктом контролю.

Тоді для радіальної складової (по осі r) магнітної індукції отримаємо:
для основної (за відсутності об'єкта контролю)

$$\tilde{B}_{r0} = -\frac{\partial \tilde{A}_0}{\partial z} = -\mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m_k a_{i1} b_{k01}}{n_i^2 + m_k^2} J_1(n_i r) \cos m_k z;$$

для внесеної об'єктом контролю

$$\tilde{B}_{r1e} = -\frac{\partial \tilde{A}_{1e}}{\partial z} = -\tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} m_k C_{11} I_1(p_1 r) \cos m_k z$$

і сумарної

$$\tilde{B}_{r1} = -\frac{\partial \tilde{A}_1}{\partial z} = -\mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m_k a_{i1} b_{k01}}{n_i^2 + m_k^2} J_1(n_i r) \cos m_k z - \tilde{\delta}_{01} \sum_{k=1}^{\infty} m_k C_{11} I_1(p_1 r) \cos m_k z,$$

де $\tilde{\delta}_0 = \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} a_{i1} b_{k01} J_1(n_i r) \sin(m_k z)$, – густина струму в обмотці збудження, розкладена у

подвійний ряд: ряд Фур'є–Бесселя по координаті r і синусний ряд Фур'є по координаті z ; $\tilde{\delta}_{01}$ – зображення за Лапласом густини струму в котушках обмотки збудження давача, якщо $r_1 \leq r \leq r_2$ і $h_1 \leq |z| \leq h_2$, а в іншій частині першої області $\tilde{\delta}_0 = 0$; $m_k = 2k\pi/H$; $n_i = \lambda_i/R$; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots$ – корені рівняння $J_1(\lambda) = 0$; a_{i1} – коефіцієнт ряду Фур'є–Бесселя функції $f_1(r) = 1$, якщо $r_1 \leq r \leq r_2$ і $f_1(r) = 0$,

якщо $0 \leq r \leq r_1$ і $r_2 \leq r \leq R$, розкладеної у проміжку $(0, R)$; $a_{i1} = \int_0^R f_1(r) J_1(n_i r) r dr / J_1^2 = \frac{2Y_1}{R^2 J_0^2(\lambda_i)}$, J_0 і

J_1 – функція Бесселя першого роду нульового і першого порядків;

$$Y_1 = \int_0^R f_1(r) J_1(n_i r) r dr = \int_{r_1}^{r_2} f_1(r) J_1(n_i r) r dr = \int_{r_1}^{r_2} J_1(n_i r) r dr =$$

$$= \frac{1}{n_i} \left\{ r_1 J_0(n_i r_1) - r_2 J_0(n_i r_2) + \frac{2}{n_i} [J_1(n_i r_2) - J_1(n_i r_1) + J_3(n_i r_2) - J_3(n_i r_1) + J_5(n_i r_2) - J_5(n_i r_1) + \dots] \right\}$$

– ряд, який швидко збігається;

$b_{k01} = \frac{4}{H} \int_{h_1}^{h_2} \sin m_k z dz = \frac{8}{m_k H} \sin m_k \frac{b_1}{2} \sin m_k \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right)$ – коефіцієнт ряду Фур'є розкладеної у проміж-

ку $-H/2 \leq z \leq H/2$ функції $f_2(z) = 1$, якщо $h_1 \leq z \leq h_2$ і $f_2(z) = -1$, якщо $-h_2 \leq z \leq -h_1$, а в інших частинах області 1 (рис. 1) $f_2(z) = 0$;

$$J_1^2 = \frac{R^2}{2} [J_1(\lambda_i)]^2 = \frac{R^2}{2} J_0^2(\lambda_i) - \text{квадрат норми};$$

$$C_{11} = \frac{\mu N_1 P_1 I_1(p_2 r_5) + \mu N_2 P_1 K_1(p_2 r_5) - P_2 D_1}{P_2 I_1(p_1 r_5)};$$

$$N_1 = \mu_0 p_2 M_1 K_0(p_2 r_6) + \mu p_3 M_2 K_1(p_2 r_6);$$

$$N_2 = \mu_0 p_2 M_1 I_0(p_2 r_6) - \mu p_3 M_2 I_1(p_2 r_6);$$

$$P_1 = D_2 I_1(p_1 r_5) - p_1 D_1 I_0(p_1 r_5);$$

$$P_2 = \mu_0 p_2 I_1(p_1 r_5) [N_1 I_0(p_2 r_5) - N_2 K_0(p_2 r_5)] - \mu p_1 I_0(p_1 r_5) [N_1 I_1(p_2 r_5) + N_2 K_1(p_2 r_5)];$$

I_1 і K_1 – модифіковані циліндричні функції Бесселя першого порядку першого і другого родів; I_0 і K_0 – модифіковані циліндричні функції Бесселя нульового порядку першого і другого родів; $p_1^2 = m_k^2 + p\gamma_1\mu_0$; $p_2^2 = m_k^2 + p\gamma\mu$.

Тоді за умови, що в початковий момент часу $u_2(0)=0$, перетворена за Лапласом напруга на вимірній обмотці:

основна (за відсутності об'єкта контролю)

$$\tilde{U}_{20} = 2w_2(2c_5 + a_2) \left[\int_0^{c_3} \tilde{B}_{r0} dz + \int_{c_3}^{c_4} (z - c_3) \tilde{B}_{r0} dz \right],$$

внесена

$$\tilde{U}_{2\sigma} = 2w_2(2c_5 + a_2) \left[\int_0^{c_3} \tilde{B}_{r1\sigma} dz + \int_{c_3}^{c_4} (z - c_3) \tilde{B}_{r1\sigma} dz \right]$$

і сумарна

$$\tilde{U}_2 = 2w_2(2c_5 + a_2) \left[\int_0^{c_3} \tilde{B}_{r1} dz + \int_{c_3}^{c_4} (z - c_3) \tilde{B}_{r1} dz \right]$$

де c_5 – внутрішній розмір вимірної обмотки по дуговій координаті у випадку прямокутного контуру обмотки збудження, а у випадку квадратного контуру обмотки збудження $c_5 = c_3$.

Якщо $H \rightarrow \infty$ і $|z| \leq h_1$:

$$\tilde{A}_0 = 2\mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} a_{i1} J_1(n_i r) \frac{\text{sh}(n_i z)}{n_i^2} \text{sh} n_i (b_1/2) e^{-n_i (h_1 + h_2)/2};$$

$$B_{r0} = -\frac{\partial A_0}{\partial z} = -2\mu_0 \tilde{\delta}_{01} \sum_{i=1}^{\infty} a_{i1} J_1(n_i r) \frac{\text{ch}(n_i z)}{n_i} \text{sh} n_i (b_1/2) e^{-n_i (h_1 + h_2)/2}.$$

Перехід від функції-зображення $U_2(p)$ до функції-оригіналу $u_2(t)$ (миттєвого значення напруги у вимірній обмотці) можна виконати за методом, розробленим у [10, 11], якщо задано зображення густини струму $\tilde{\delta}_{01}$ в обмотці збудження.

Висновки

Отримані вирази для основної, внесеної об'єктом контролю і сумарної перетвореної за Лапласом напруги на вимірній обмотці первинного внутрішнього вихрострумowego перетворювача прохідного типу з обмоткою збудження, яка складається із двох зустрічно увімкнених кільцевих циліндричних котушок прямокутного поперечного перерізу зі струмом заданої форми, і вимірної обмотки, розташованої біля внутрішньої поверхні труби між котушками обмотки збудження так, щоб її вісь була спрямована по радіусу труби. Таке виконання обмотки збудження і вимірної обмотки первинного вихрострумowego перетворювача трансформаторного типу, розташованого всередині контрольованої труби, доцільно використовувати для локалізації та кращої однорідності магнітного поля під час діагностування технічного стану внутрішньої поверхні трубопроводів.

Список використаних джерел

1. Muzhitsky V. F. *Computerized Eddy Current Flaw Detector VD-89 NM with Higher Reliability of Detection and Danger Level estimation of Stress-corrosion cracks when Inspecting Gas Pipeline under Stress-Corrosion* / V. F. Muzhitsky, V. A. Karabtchewski // *Pipeline & Gas Journal*, 2002, vol. 2, pp. 35–44.
2. *Pipeline Inspection Technologies Demonstration Report* / Gas Research Institute, 2004. 98 p.
3. Albert Teisma. *Technical Assessment Report Technology Assessment for Delivery Reliability for Natural Gas* / Gas Technology Institute, 2004. 56 p.
4. *Remote Field Eddy Current Defect Interaction, GRI Final Report GRI-95/0506. December 1995.* Atherton, D. L., Clapham, L., Czura, W., Mergelas, B. J., Smith, S., Winslow, J., Zhang, Y. / Gas Research Institute, 1995. 125 p.
5. *Experience with the Remote Field Eddy Current Technique* / Schmidt T. R., Atherton D. L., Sullivan S. // *Proc. of 3rd Nat. Sem. on Nondestructive Evaluation of Ferromagnetic Materials, Houston, March 23–25th, 1988*, pp. 89–97.
6. *Delivery Reliability for Natural Gas – Inspection Technologies. Technical Semiannual Progress Report DE-FC26-04NT42266* / Gas Technology Institute, 2005. 215 p.
7. Яцун М. А., Яцун А. М. Векторний потенціал магнітного поля прохідного кільцевого вихрострумowego первинного перетворювача параметричного і трансформаторного типів у провідній трубі // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Електроенергетичні та електромеханічні системи”, № 763.* – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2013. – С. 120–126.
8. Яцун М. А., Яцун А. М. Векторний потенціал і складові магнітної індукції магнітного поля прохідного вихрострумowego перетворювача у провідній трубі // *Відбір і обробка інформації, 2016. Вип. 43 (119).* С. 12–20.
9. Яцун М. А. Складові магнітної індукції обмотки збудження прохідного вихрострумowego перетворювача у провідній трубі. *Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Електроенергетичні та електромеханічні системи”, № 900.* Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2018. С. 67–71.
10. Яцун М. А., Яцун А. М. Наближене чисельне обернення перетворення Лапласа аперіодичних перехідних величин при неруйнівному контролі імпульсним вихрострумowym методом // *Вісн. Національного університету “Львівська політехніка”. 2009. № 654.* С. 285–290.
11. Яцун М. А., Яцун А. М., Шуплат О. І. Наближена числова реалізація зворотного перетворення Лапласа загасаючих коливань у разі неруйнівного контролю імпульсним вихрострумowym методом // *Вісн. Національного університету “Львівська політехніка”, 2010. № 671.* С. 140–146.

References

1. Muzhitsky V. F. *Computerized Eddy Current Flaw Detector VD-89NM with Higher Reliability of Detection and Danger Level estimation of Stress-corrosion cracks when Inspecting Gas Pipeline under Stress-Corrosion* / V. F. Muzhitsky, V. A. Karabtchewski // *Pipeline & Gas Journal*. 2002. Vol. 2. P. 35–44.
2. *Pipeline Inspection Technologies Demonstration Report.* Gas Research Institute. 2004. 98 p.
3. Albert Teisma. *Technical Assessment Report Technology Assessment for Delivery Reliability for Natural Gas.* Gas Technology Institute. 2004. 56 p.

4. *Remote Field Eddy Current Defect Interaction, GRI Final Report GRI-95/0506. December 1995. Atherton, D. L., Clapham, L., Czura, W., Mergelas, B. J., Smith, S., Winslow, J., Zhang, Y. Gas Research Institute. 1995. 125 p.*
5. *Experience with the Remote Field Eddy Current Technique / Schmidt T. R., Atherton D. L., Sullivan S. // Proc. of 3rd Nat. Sem. on Nondestructive Evaluation of Ferromagnetic Materials, Houston, March 23–25th, 1988. 1988. P. 89–97.*
6. *Delivery Reliability for Natural Gas - Inspection Technologies. Technical Semiannual Progress Report DE-FC26-04NT42266. Gas Technology Institute. 2005. 215 p.*
7. *Jacun M. A., Jacun A. M. Wektornyj potencial magnitnoho polja prochidnoho kilcewogo wychrostrumowogo peretworjuwaca parametrycnogo i transformatornogo typiw u prowadnij trubi. Wisnyk NU “LP” “Elektroenergetycni ta electromechanicni systemy”, No. 763. Lwiw: Wyd. Lwiwskoji politechniki, 2013, s. 120–126.*
8. *Jacun M. A., Jacun A. M. Wektornyj potencial i skladowi magnitnoji indukcyj magnitnoho polja prochidno-go wychrostrumowogo peretworjuwaca u prowadnij trubi // Widbir i obrobka informaciji, 2016 r. Wyp. 43 (119), s. 12–20.*
9. *Jacun M. A. Skladowi magnitnoji indukcyj obmotky zbudgennja prochidnoho wychrostrumowogo peretworjuwaca u prowadnij trubi. Wisnyk NU “LP” “Elektroenergetycni ta electromechanicni systemy”, No. 900. Lwiw: Wyd. Lwiwskoji politechniki, 2018 r., s. 67–71.*
10. *Jacun M. A., Jacun A. M. Nablygene cyselne obernennja peretworennja Laplasa aperiodycnysh pereshidnysh welychyn pry nerujniwnomu kontroli impulsnym wysyrostrumowym metodom // Wisn. NU “Lwiwska politechnika”. 2009. No. 654. S. 285–290.*
11. *Jacun M. A., Jacun A. M., Shuplat O. I. Nablygena chyslowa realizacija zworotnogo peretworennja Laplasa zagasajuchysh kolywan u razi nerujniwnogo kontroli impulsnym wysyrostrumowym metodom // Wisn. NU “Lwiwska politechnika”. 2010. No. 671. S. 140–146.*

M. A. Yatsun

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechanics and Computerized Electromechanical Systems,
Yacunma@gmail.com

INITIAL TENSION OF LOCAL PRIMARY INTERNAL EDDY CURRENT TRANSFORMER OF TRANSFORMER TYPE IS IN A ELECTRIC CONDUCTION FERROMAGNETIC PIPE

© Yatsun M. A., 2019

At diagnosticating of the technical state of main pipelines (gas pipelines) violations of wholeness find out defects as, set the actual thickness of wall of pipeline, and determine to the profile of his surface. On the basis of acoustic (ultrasonic), magnetic and eddy current methods of control intellectual pistons that is used for inwardly pipe technical diagnostics are worked out. Eddy current a control method gives an opportunity to educe superficial cracks with the small opening and defects of stratification of metal of pipeline. At the eddy current method of control the primary communicating transformer of self-reactance or transformer type usually has a form of cylindrical spool with the rectangular form of transversal cut and align is located with the controlled pipe.

At control of defects, thickness of wall and physical parameters of electric conduction ferromagnetic pipes for localization of magnetic field the puttee of excitation of primary transformer it is expedient to execute in form two circular spools, align with the controlled pipe at flowing of the oppositely directed currents in them. Then for local control the measurable (secondary) puttee of primary transformer it is expedient to dispose near the internal surface of pipe between the spools of puttee of excitation so that her axis was directed on the radius of pipe to revolve such primary transformer on a circle and transfer to axial direction, or to provide for a few such measurable windings on the circle of pipe and to move a transformer only for the axes of pipe. Therefore actual is a task of

calculation of initial information (tension on a measurable puttee) of communicating screened eddy current of primary transformer of the transformer type located into controlled.

Certain basic, brought in object of control and total regenerate after Laplace tension on the measurable puttee of primary internal eddy current transformer of re-entrant with the puttee of excitation, that consists of two meeting included circular cylindrical spools of rectangular transversal cut with the current of true-to-shape, and measurement winding, pipe located near an internal surface between the spools of puttee of excitation so that her axis was directed on the radius of pipe.

The got results it is expedient to draw on at diagnosticating of the technical state of internal surface of pipelines for determination of informing sizes and them sensitivitis to the parameters and defects of object of control to the considered clock-houses by a primary eddy current transformer with the aim of upshot of multi-parameters information.

Key words: initial tension; internal communicating eddy current transformer; puttee of excitation; measurable puttee; diagnosticating.

Т. 1, Вип. 1, 2019

ДЛЯ ДИСКУСІЇ

УДК 621.316.925

В. Й. Чабан

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра теоретичної та загальної електротехніки,
vtchaban@polynet.lviv.ua

Б. І. Крохмальний

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,
bohdan.i.krokhmalnyi@lpnu.ua

СИНГУЛЯРНІ ПРОБЛЕМИ В ЗАДАЧАХ ЕЛЕКТРИКИ І МЕХАНІКИ ЗА ІДЕАЛІЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ

<https://doi.org/10.23939/sepes2019.01.092>

© Чабан В. Й., Крохмальний Б. І., 2019

Показано можливі небезпеки ідеалізації під час побудови математичних образів фізичних об’єктів чи систем. Вони можуть бути прийнятні, приховані, або навіть такі, що сягають сингулярності, а то й нереальні. Це розкрито на п’ятьох практичних задачах електрики і механіки. Зокрема, йдеться про електричні кола, що містять EJ -вироджені перетини й контури, утворені виключно ідеальними джерелами струму і ЕРС, про обертову сингулярність за ідеальної пружності, про гармонічний електричний резонанс, про зовнішню характеристику серієсного генератора постійного струму за ідеального феромагнетизму, про сингулярність і парадокс $4/3$ електрона. Повна система рівнянь електричного кола завше містить кількість рівнянь, що дорівнює кількості невідомих. Але якщо є перетини, утворені виключно ідеальними джерелами струму j , або контури, утворені виключно ідеальними джерелами напруги e , то вона стає недовизначеною, бо рівняння, складені за законами Кірхгофа для таких перетинів і контурів (надалі називатимемо їх EJ -виродженими), не містять невідомих, хоч самі закони повинні суворо дотримуватись.

Такі задачі доволі часто виникають на практиці: достатньо назвати трифазне коло, ідеальні джерела напруги якого з’єднано трикутником, або ідеальні джерела струму – у зірку. Але найчастіше EJ -виродження виникають у задачах аналізу радіоелектронних кіл.

Наукові пошуки часто натрапляють на практичні задачі, розв’язки яких надто спрощуються за умов тієї чи іншої локальної ідеалізації, а то й неможливі без неї. Тому треба відповідально ставитися до аналізу одержаних результатів у кожному конкретному випадку. Задачі на сингулярність були розглянуті лише в тому розумінні, аби загострити проблему.

Будь-який математичний образ реального фізичного процесу здійснюється за тих чи інших логічних припущень, зокрема й ідеалізації.

Але ідеалізацією треба користуватися розсудливо, бо вона може призводити до різючих спотворень істини, у граничних випадках навіть до сингулярності, як показано нижче, а інколи до малопомітних, а тому найпідступніших.

Ключові слова: ідеалізація; сингулярність; EJ-вироджені кола; обертова сингулярність; гармонічний електричний резонанс; серієсний генератор постійного струму; безконфліктний електрон.

Постановка проблеми

У роботі показані проблеми, явні або приховані, які можуть виникати у процесі творчої ідеалізації під час розроблення математичних образів фізичної реальності в тій чи іншій формі.

Актуальність дослідження

Існує широке коло практичних задач, для успішного розв'язання яких ми змушені звертатися до ідеалізації того чи іншого фізичного процесу. В одних випадках такий захід дає цілком прийнятні для практики результати, в інших він провадить до малопомітних підступних результатів, а в граничних випадках – навіть до сингулярності, цілком логічної, а то й до абсурдної. Тому акцентувати на таких перешкодах у творчих вправах завше на часі.

Формулювання мети та завдань статті

Мета статті – звернути увагу дослідника тих чи інших фізичних об'єктів чи систем на можливі загрози для істинності отриманих результатів з-за тієї чи іншої ідеалізації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Системних наукових досліджень на цю тему в доступній нам літературі не виявлено. У творчому пошуку цей процес витіснено на поле підсвідомості.

Виклад основного матеріалу

Розв'язання рівнянь за вироджень ідеальних джерел енергії

Повна система рівнянь електричного кола завше містить кількість рівнянь, що дорівнює кількості невідомих. Але якщо є перетини, утворені виключно ідеальними джерелами струму j , або контури, утворені виключно ідеальними джерелами напруги e , то вона стає недовизначеною, бо рівняння, складені за законами Кірхгофа для таких перетинів і контурів (надалі називатимемо їх *EJ*-виродженими)

$$\sum_k j_k = 0; \quad (1)$$

$$\sum_k e_k = 0 \quad (2)$$

не містять невідомих, хоч самі закони повинні суворо дотримуватись.

За наявності *EJ*-вироджень необхідні й достатні умови Кронекера–Копеллі сумісності повної системи рівнянь кола не порушуються, що допускає наявність у них розв'язку. Але оскільки детермінант системи дорівнює нулю, то ця задача належить до некоректних і її розв'язування потребує застосування громіздких методів регуляризації [1], суть яких зводиться до введення в діагональні елементи матриці деяких чисел, тоді її детермінант стає відмінним від нуля, а це усуває проблему розв'язування. Єдиність розв'язку досягається тим, що ці числа вибирають не довільно, а так, щоб сферична норма невідомих була мінімальною. Тоді розв'язок називається нормальним.

Але виявляється, що в теорії електричних кіл нормальний розв'язок можна отримати значно простіше, усунувши проблему ще на стадії формування рівнянь стану. Для цього в [2] доведемо дві важливі теореми, пов'язані з отриманням нормального розв'язку.

Теорема 1. У EJ -виродженому контурі алгебраїчна сума струмів джерел напруги дорівнює нулю

$$\sum_k i_k = 0, \quad (3)$$

де i_k – струм k -го джерела напруги.

Кожний зі струмів i_k , обчислений за (3), завжди можна подати алгебраїчною сумою струму джерела, що виникає у разі розриву EJ -виродженого контуру, й деякого зрівнювального струму i , що добре узгоджується із фізикою процесу. Причому зрівнювальний струм установлюється таким, щоб сферична норма невідомих була мінімальною

$$\sum_{\hat{e}} i_k^2 = \min. \quad (4)$$

Теорема 2. У EJ -виродженому перетині алгебраїчна сума напруг джерел струму дорівнює нулю

$$\sum_{\hat{e}} u_{jk} = 0, \quad (5)$$

де u_{jk} – напруга k -го джерела струму.

Умова (5) також забезпечує мінімальну норму невідомих

$$\sum_{\kappa} u_{jk}^2 = \min. \quad (6)$$

Отже, щоб отримати нормальний розв'язок рівнянь стану електричного кола, треба в EJ -вироджених перетинах і контурах структурні рівняння (1), (2), складені за законами струмів і напруг Кірхгофа, замінити інверсними їм рівняннями (3), (5).

EJ -вироджені перетини та контури виникають лише в ідеалізованих моделях джерел енергії, тому розв'язання невизначеності рівнянь стану кола можна або досягти переходом до реальних джерел енергії, або знайти згідно із запропонованими методом нормальні розв'язки.

Подібні задачі доволі часто виникають на практиці: достатньо назвати трифазне коло, ідеальні джерела напруги якого з'єднані трикутником, або ідеальні джерела струму – в зірку. Але найчастіше EJ -виродження виникають у задачах аналізу радіоелектронних кіл!!!

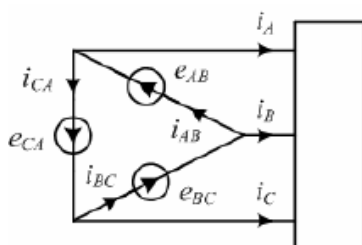


Рис. 1. Схема EJ -виродженого трифазного елект-ричного кола

Приклад. На рис. 1 зображено схему трифазного кола, що містить EJ -вироджений контур ідеального трифазного генератора. Лінійні струми отримані з попереднього аналізу, тому вважаються відомими. Треба обчислити фазні струми генератора.

Для цього складаємо систему рівнянь за законом струмів Кірхгофа:

$$i_{AB} - i_{CA} = i_A; \quad i_{BC} - i_{AB} = i_B, \quad (7)$$

а замість рівняння (2) використовуємо (3)

$$i_{AB} + i_{BC} + i_{CA} = 0. \quad (8)$$

Розв'язавши систему (7), (8), отримаємо:

$$i_{AB} = (i_A - i_B) / 3; \quad i_{BC} = (i_B - i_C) / 3; \quad i_{CA} = (i_C - i_A) / 3. \quad (9)$$

Зауважимо, що лінійні струми підпорядковані закону струмів Кірхгофа.

А при чому тут сингулярність? Відповідь така. В EJ -виродженому контурі можлива поява деякого зрівнювального струму i , який накладається на кожний зі струмів i_k . Розбалансу струмів i_k інакше досягти неможливо, не порушуючи законів Кірхгофа в суміжних вузлах. В EJ -виродженому перетині можлива поява такої ж напруги u . Отой струм і ота напруга можуть набувати будь-яких значень, сягаючи навіть сингулярності, не порушуючи ніяких законів теоретичної електротехніки.

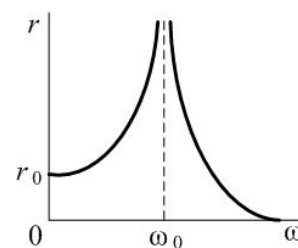


Рис. 2. Залежність $r(\omega)$ обертової маси

Обертова сингулярність

На основі універсальної формули протоенергії [3] запишемо вираз кінетичної коенергії [4] у відповідному вигляді

$$w_{kc} = \int_0^v m(\mathbf{v}) \mathbf{v}, d\mathbf{v}, \quad (10)$$

де m – статична маса; \mathbf{v} – вектор лінійної швидкості.

Оскільки $v = \omega r$, де ω , r – кутова швидкість і радіус центра мас обертового тіла, вираз (10) набуває вигляду

$$w_{kc} = \int_0^{\omega r} m \omega r d(\omega r) = \frac{m \omega^2 r^2}{2} = J \omega^2; \quad (11)$$

де J – момент кількості руху.

Відцентрову силу можна знайти за градієнтом кінетичної енергії

$$f = \frac{\partial}{\partial r} \frac{m \omega^2 r^2}{2} = m \omega^2 r, \quad (12)$$

Приклад. Розглянемо обертовий рух масивної кулі на пружинній розтяжці. Кінетичну коенергію кулі знаходимо за (11), а потенціальну як

$$w_p = \int_0^{r-r_0} c x dx = \frac{1}{2} c (r - r_0)^2, \quad (13)$$

де c – коефіцієнт штивності *ідеального* матеріалу розтяжки.

Нехтуючи дисипацією енергії, виразимо дію як [3, 4]

$$L = w_{kc} - w_p \quad (14)$$

Баланс сил знайдемо як варіацію (14)

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{m \omega^2 r^2}{2} - \frac{c (r - r_0)^2}{2} \right] = m \omega^2 r - c (r - r_0) = 0. \quad (15)$$

На підставі (15) одержуємо остаточне рівняння руху

$$r(\omega) = \text{mod} \frac{c r_0}{c - m \omega^2}. \quad (16)$$

Підставляючи (16) у (12), одержуємо вираз сили

$$f(\omega) = \text{mod} \frac{m c r_0}{c / \omega^2 - m}. \quad (17)$$

Сили дисипації перебувають у квадратурі із рештою сил. Під час переходу до бездисипативних систем у (16) і (17) засвітиться математична операція $\sqrt{x^2} = \text{mod} x$, важлива для трактування реального процесу!

Цікавий стан настає за умови: $\omega = \omega_0$, де

$$\omega_0 = \sqrt{c/m}, \quad (18)$$

пов'язаний із сингулярністю сили й радіуса.

З якісного аналізу функцій (16), (17) отримуємо

$$\begin{aligned} r \Big|_{\omega=0} &= r_0; & r \Big|_{\omega=\omega_0} &= \infty; & r \Big|_{\omega>\omega_0} &< ?. \\ f \Big|_{\omega=0} &= 0; & f \Big|_{\omega=\omega_0} &= \infty; & f \Big|_{\omega>\omega_0} &< ?. \end{aligned} \quad (19)$$

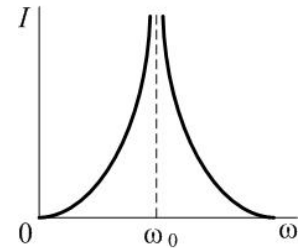


Рис. 3. Залежність $I(\omega)$ в безвтратному послідовному $L-C$ -колі

У діапазоні $0 \leq \omega \leq \omega_0$ йдеться про майже реальний процес, а у діапазоні $\omega \geq \omega_0$ – про надреальний стан (?), причому надзвичайно цікавий. Звичайно, про нескінченні розміри в дисипативних системах йтися не може. Графічну інтерпретацію (16) показано на рис. 2.

Гармонічний електричний резонанс

Під цим кутом зору цікаво зіставити електричну аналогію ідеального резонансу напруг в разі послідовного з'єднання котушки індуктивності й конденсатора. Вигляд виразу діючого (середньоквадратичного) значення струму як функції циклічної частоти живлення відомий

$$I(\omega) = \text{mod} \frac{U}{\omega L - 1/\omega C}, \quad (20)$$

де U, I – діючі значення напруги живлення і струму; L, C – індуктивність котушки та ємність конденсатора.

Резонансну частоту знаходимо за нульового значення знаменника

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (21)$$

Графічну інтерпретацію (20) показано на рис. 3.

Зовнішня характеристика серієсного генератора постійного струму

У генераторах послідовного збудження якір з'єднаний з обмоткою збудження послідовно, тому струм навантаження є водночас струмом якоря і струмом збудження. Обмотку збудження такої машини виготовлено з провідників, розрахованих на струм якоря. Кількість витків такої обмотки мала. На холостому стані генератора ЕРС в обмотці якоря індукується лише залишковим магнетизмом, значить, у такого генератора характеристика холостого стану відсутня, а також регульовальна характеристика. Рівняння зовнішньої характеристики одержуємо за [5]

$$U = c_E n \Phi - r_a I_a, \quad (22)$$

де U, Φ, I_a – напруга, основний магнетний потік і струм якоря; $n = \text{const}$ – кількість обертів за секунду; r_a – сумарний опір кола якоря; c_E – сталий конструкційний коефіцієнт.

Зв'язок магнетного потоку Φ зі струмом збудження I_f виразимо у вигляді ідеального феромагнетизму (ненасиченого магнетопроводу)

$$\Phi = \lambda I_f, \quad (23)$$

де λ – коефіцієнт ідеальної пропорційності.

За умови, що $I_f = I_a$, і появи в колі якоря опору обмотки збудження r_f , рівняння (22) набуде вигляду

$$U = a I_a, \quad (24)$$

де

$$a = c_E n \lambda - (r_a + r_f) = \text{const}. \quad (25)$$

Отже, за ідеального феромагнетизму вираз (24) є рівнянням прямої, що проходить через початок координат під нахилом (25). Насправді зі збільшенням насичення феромагнетика сповільнюється зростання першого доданка, а другий зростає пропорційно до I_a , у результаті чого характеристика (24) набуває реального вигляду. За умови ідеалізації феромагнетизму приходимо до генератора сингулярної потужності, а отже, його напруги і струму.

Сингулярність точковості електрона

Донедавна моделі електрона були притаманні дві проблеми – парадокс 4/3 і сингулярність точковості: енергії та маси. Маса електрона, отримана з імпульсу електромагнетного поля і за універсальною формулою $m = E/c^2$, відрізнялися в 4/3 разу, а за спрямування радіуса частинки

$r \rightarrow 0$ енергія сягала сингулярности. Обидві проблеми були зняті, коли ми, на подобу чорної діри в гравітації, ввели електричну білу діру з електричним радіусом $r_e = 1,183487 \cdot 10^{-15}$ м і прийняли кварковий розподіл густин ладунку в трьох активних зонах однакового об'єму за радіусом r : $-e/3$, $-e/3$, $+e/3$ [2]. Цікаво, що значення r_e було передбачене як $r_e = \sqrt[3]{1/4a}$, де a – радіус електрона, лише на основі гармонії кваркових сфер, а потім підтверджене розв'язком відповідного нелінійного рівняння 6-го порядку! Сингулярність тут знімається в очевидний спосіб – радіус не може переступити межі $r \geq r_e$. За радіус білої діри доступ електричним ладункам заборонений, тому закони електрики там зазнають колапсу, подібно як закони гравітації у чорній.

Висновок

Будь-який математичний образ реального фізичного процесу будується за тих чи інших логічних припущень, зокрема ідеалізації. Але ідеалізацією треба користуватися розсудливо, бо вона може призводити до разючих спотворень істини, у граничних випадках навіть до сингулярности, як показано вище, а інколи до малопомітних, а тому найпідступніших.

Перспективи подальших досліджень

Наукові пошуки часто натрапляють на практичні задачі, розв'язки яких надто спрощуються за умов тієї чи іншої локальної ідеалізації, а то й неможливі без неї. Тому треба відповідально ставитися до аналізу одержаних результатів у кожному конкретному випадку. Задачі на сингулярність ми розглянули лише в тому розумінні, аби вказати на цю проблему.

Список використаних джерел

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 223 с.
2. Чабан В. Електромагнетні процеси. Львів: Простір М., 2017. 412 с.
3. Чабан В. Протоенергія // Технічні вісті (Technical News). 2016/1(43), 2 (44), с. 12–13.
4. Чабан А. Математичне моделювання коливних процесів у електромеханічних системах. Львів: Вид-во Тараса Сороки, 2008. 328 с.
5. Чабан В. Електротехніка. Луцьк – Львів, 2013. 252 с.

References

1. Tykhonov A. N., Arsenyn V. Ya. Metody resheniya nekorektnykh zadach. M.: Nauka, 1974. 223 s.
2. Chaban V. Elektromagnetni protsesy. L.: Prostir M., 2017. 412 s.
3. Chaban V. Protoenerciya // Tekhnichni visti (Technical News) 2016/1(43), 2 (44), s. 12–13.
4. Chaban A. Matematychnе modeliuvnnya kolyvnykh protsesiv u elektromekhanichnykh systemakh. L.: Vyd-vo Tarasa Soroky, 2008. 328 s.
5. Chaban V. Elektrotekhnika. Lutsk – Lviv, 2013. 252 s.

V. Yo. Chaban

Lviv Polytechnic National University,
Department of Theoretical and General Electrical Engineering,
vtchaban@polynet.lviv.ua

B. I. Krokhmalnyy

Lviv Polytechnic National University,
Department of Electromechanics and Computerized Electromechanical Systems,
bohdan.i.krokhmalnyi@lpnu.ua

SINGULAR PROBLEMS IN ELECTRIC AND MECHANICS TASKS AT IDEALIZATION MATHEMATICAL DESCRIPTION

© Chaban V. Yo., Krokhmalnyy B. I., 2019

The possible dangers of idealization in the process of constructing mathematical images of physical objects or systems are shown. The above is revealed on five practical problems of electricity and mechanics. They may be acceptable, hidden, or even such as reaching singularities, or even unreal. It is revealed on five practical problems of electricians and mechanics.

In particular, it is a question of electric circuits containing EJ-degenerate sections and circuits formed solely by ideal current sources and EMFs, rotational singularity for ideal elasticity, harmonic electrical resonance, external characteristic of a serial steady state generator for the ideal ferromagnetism, the singularity and the paradox of 4/3 electrons. The complete system of equations of the electric circle always contains the number of equations equal to the number of unknowns. But if there are sections formed solely by the ideal sources of current j or contours formed entirely by the ideal sources of the voltage e , then it becomes undefined, since the equations, compiled according to Kirchhoff's laws for such intersections and contours (further called them EJ-degenerate) do not contain unknowns, although the laws themselves must be strictly adhered to.

Similar problems often occur in practice: enough to call the three-phase circle, the ideal voltage sources of which are connected by a triangle, or ideal sources of current – in the star. But most often EJ-degeneration arises in the tasks of analysis of radio-electronic circles.

Scientific research often encounters practical problems whose solutions are simplified too much under the conditions of one or another local idealization, or even impossible without it. Therefore, one must be responsible to analyze the results obtained in each case. The problems of singularity were considered only in the sense of exacerbating the problem. Any mathematical image of a real physical process is carried out under one or another logical assumptions, including idealization. But idealization should use the discretion of.

Key words: idealization; singularity; EJ-degenerate circles; rotational singularity; harmonic electronic resonance; serial generator of constant current; non-conflict electron.