27.04.2000 р. №92 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://zakon1.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=z0288-00

3. Голов С.Ф. Бухгалтерський облік в Україні: аналіз стану та перспективи розвитку: Монографія. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 522 с.

4. Положення (стандарт) бухгалтерського обліку 19 «Об'єднання підприємств», затверджений наказом Міністерства фінансів України від 07.07.99 р. №163 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://zakon1.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=z0499-99

5. Міжнародні стандарти фінансової звітності 2004 / Пер. з англ.; за ред. С.Ф. Голова. – К., 2005. – Ч. II. – 1232 с.

6. Голов С.Ф.Справедлива вартість та її місце в системі оцінок бухгалтерського обліку / С.Ф. Голов // Бухгалтерський облік і аудит. – 2007. – №4. – С. 3-18.

7. Супрунова І.В. справедлива вартість інвестиційної нерухомості в бухгалтерському обліку / І.В. Супрунова // Вісник ЖДТУ / Економічні науки. – 2010. – №4 (54). – С. 188.

Т.В. МАНЖОС,
к. ф.-м. н., доцент, КНЕУ ім. В. Гетьмана,
О.М. ТЕРТИЧНА,
к. ф.-м. н., ст. викладач, КНЕУ ім. В. Гетьмана

Вплив знижок при закупівлі на оптимальний розмір запасу підприємства в умовах невизначеності

У статті вивчається питання про оптимальний розмір товарного або виробничого запасу за умов, коли на закуповуваний товар надаються оптові або диференціальні знижки. Розглянуто випадок нормально розподіленого попиту, для якого описано алгоритм знаходження оптимального розміру замовлення на етап через мінімізацію витрат на закупівлю, зберігання та дефіцитність. Знайдено оптимальний розмір запасу для одного підприємства за умов надання двох різних систем знижок на закуповуваний товар.

Ключові слова: *оптимальний розмір запасу, оптові та диференціальні знижки, мінімізація витрат на закупівлю, витрати дефіцитності та зберігання.*

Исследуется задача определения оптимального размера производственного или товарного запаса при условии, что на приобретаемый товар предоставляются оптовые или дифференциальные скидки. Рассмотрен случай нормально распределенного спроса, для которого описан алгоритм определения оптимального размера заказа на этап. Найден оптимальный размер запаса для одного предприятия при условии предоставления двух разных видов скидок.

Ключевые слова: *оптимальный размер запаса, оптовые и дифференциальные скидки, минимизация затрат на закупку, затраты дефицитности и хранения.*

We study the question of optimal lot size that can minimize the carrying costs and stock-out costs, if there are quantity discounts at purchase. This optimal size was found for one company, if there are discounts of two different types and demands are distributed normally.

Постановка проблеми. У наш час запаси мають промислові підприємства, оптові компанії, підприємства роздрібної торгівлі та сфери послуг, банки, страхові компанії, порти і т.д. У всіх цих випадках запаси забезпечують товарно-матеріальними цінностями основну та допоміжну функцію того чи іншого підприємства. Створення матеріальних або виробничих запасів є необхідним для забезпечення ритмічності та неперервності виробництва. Крім того, правильне управління системою запасів може значно покращити конкурентоспроможність та підвищити ефективність роботи підприємства в цілому. Тому теорія запасів постійно поповнюється новими задачами, пов'язаними з появою нових вимог сучасного етапу соціально-економічного розвитку.

Задача управління запасами виникає, коли необхідно створити матеріальні чи виробничі запаси для задоволення попиту на даному інтервалі часу. Основною проблемою ефективного управління запасами є надлишок чи недостача запасу. Адже у першому випадку необхідні значні капіталовкладення, але дефіцит виникає рідко. І навпаки, при недостачі запасів капіталовкладення зменшуються, але це призводить до зростання ризику дефіциту. Для будь-якого з наведених випадків є характерними значні втрати. Таким чином рішення щодо розміру партії закуповуваного товару можуть базуватися на мінімізації функції загальних витрат, що включають в себе витрати, обумовлені надлишком запасу та дефіцитністю. Якщо ціна на товар, що закуповується, не залежить від розміру партії і немає додаткових витрат на закупівлю, при побудові цільової функції можна обмежитися сумою лише двох видів вище вказаних витрат. Але на практиці часто ця умова не виконується. У статті буде розглянуто випадок одноетапної моделі управління запасами в умовах невизначеності (розмір попиту є випадковою величиною) за надання різних видів знижок при закупівлі. Зазначимо, що одноетапні моделі є проміжним етапом між статичними та динамічними ймовірнісними моделями. Їх цінність у тому, що вони можуть використовуватися для розробки відповідних динамічних моделей та календарного планування закупок.

Аналіз досліджень та публікацій з проблеми. Перші спроби розв'язати за допомогою математичних методів сформульовані вище задачі управління запасами були зроблені ще в 20-х роках минулого століття. Формула Уілсона, яку ще називають простою формулою розмірів партії, була виведена на початку XX ст. і залишається актуальною й досі.

Перша книга, повністю присвячена теорії запасів, була написана співробітником Массачусетського технологічного інституту Ф. Реймондом [1]. У ній розглянуто лише деякі детерміновані статичні моделі та зроблено спробу описати їх застосовування на практиці.

Після закінчення Другої світової війни почала активно розвиватися наука про методи управління та дослідження операцій. Саме тоді було звернуто увагу на те, що характер процесів управління запасами є випадковим. У 1953 році Уайтином [2] була написана перша книга, в якій досить детально були описані ймовірнісні методи управління запасами.

З 1960-х років активно почали займатися теорією запасів і в Радянському Союзі. Серед перших найбільш активних дослідників слід відмітити О.В. Булинську, Ю.І. Рижикова [3].

Ученими різних країн було написано велику кількість монографій, пов'язаних з тематикою управління запасами, серед яких відмітимо [4–6]. На даний час інтерес до теорії закупок та запасів не зменшується. І, незважаючи на те, що вченими розроблено багато методів управління запасами і розв'язано велику кількість пов'язаних з цим практичних задач, порушені питання все ще залишаються актуальними.

Метою статті є побудова алгоритму знаходження оптимального розміру закуповуваної партії сировини чи товару на етап у випадку, коли попит на цей етап є випадковою величиною і постачальником надаються знижки.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо одноетапну модель з миттєвим попитом. Це означає, що товар на певний період замовляється лише один раз і сумарний попит ξ на товар відомий на початку періоду. Тобто залежно від затребуваної кількості ξ після моменту виникнення попиту запас може виявитися або позитивним (залишки), або негативним (дефіцит). Для такої ситуації можна навести приклад універсаму, який повинен розрахувати, скільки хліба потрібно замовити на день, якщо відомий закон розподілу попиту та відомі витрати дефіцитності (мається на увазі не отримана вигода у випадку недостачі) і витрати надлишку (коли, наприклад, у кінці дня не проданий хліб забирає хлібозавод для переробки за певною ціною).

Нехай y – рівень запасу до моменту отримання замовлення, який в ряді частинних випадків може бути нульовим. Визначимо $f(\xi)$ як функцію щільності ймовірностей попиту на період часу, що розглядається; z і d – питомі витрати зберігання та дефіциту відповідно (на одиницю продукції за етап), c – ціна одиниці продукції. Слід зазначити, що на практиці часто зручно в ціну товару включити й інші види витрат, пов'язані із закупкою. Наприклад, якщо транспортування замовленого товару відбувається за рахунок покупця, з'являються з ним пов'язані витрати. Крім того, можуть виникати деякі витрати в зв'язку з отриманням замовлення та його контролем. Таким чином, усі види витрат, що залежать від обсягу замовленого товару, можна включити в його ціну. Ми ж будемо розглядати випадок, коли всі ці види витрат нульові, але міркування, аналогічні до викладених нижче, можна провести й для більш широких припущень.

Розв'яжемо задачу знаходження оптимального розміру замовлення через мінімізацію очікуваних витрат на управління запасами. За припущення неперервності величини розміру замовлення x на даний період та відсутності витрат на його оформлення маємо таку функцію очікуваних витрат:

$$L(x) = c(x-y) + z\int_0^x (x-\xi) f(\xi)d\xi + d\int_x^\infty (\xi - x) f(\xi)d\xi . \quad (1)$$

Для знаходження точки мінімуму знайдемо її похідну

$$\frac{dL}{dx} = c + z\int_0^x f(\xi)d\xi - d\int_x^\infty f(\xi)d\xi .$$

Враховуючи, що

$$\int_x^\infty f(\xi)d\xi = 1 - \int_0^x f(\xi)d\xi ,$$

отримаємо

$$\frac{dL}{dx} = c - d + (z+d)\int_0^x f(\xi)d\xi .$$

Щоб знайти точку екстремуму функції L, прирівняємо її похідну до нуля

$$c - d + (z+d)\int_0^x f(\xi)d\xi = 0 .$$

Звідки маємо

$$\int_0^x f(\xi)d\xi = \frac{d-c}{d+z} . \quad (2)$$

Розв'язавши рівняння (2), отримаємо точку мінімуму $x=x^*$. Дійсно, друга похідна функції L в точці x^*

$$\frac{d^2L}{dx^2} = (z+d) f(x^*) > 0 ,$$

а це означає, що розглядувана функція вгнута на усій області визначення, отже вона має єдиний мінімум в точці x^*.

Як бачимо, розв'язок рівняння (2) залежить від закону розподілу попиту. Для деяких конкретних видів розподілу оптимальний розмір замовлення та витрати, що йому відповідають, знайдено, наприклад, у [3, ст. 151–152].

Часто продавець, зацікавлений в якомога швидшому розпродажі товарів, стимулює покупців знижками цін. Зрозуміло, що в такому разі може виявитися вигідним збільшення обсягу партії товару, що замовляється, незважаючи на можливий надлишок у кінці етапу.

Отже, постає природне питання, яким має бути обсяг замовлення, коли ціна товару не фіксована, а продавець надає певні кількісні знижки. Вони можуть бути оптовими, коли ціна на всю партію товару залежить від її обсягу, та диференціальними, коли ціна одиниці продукції, придбаної понад встановлену кількість, зменшується. Розглянемо кожен із вказаних випадків окремо, припускаючи, що витрати на зберігання та дефіцитність не залежать від ціни одиниці продукції.

Нехай продавець надає оптові знижки, тобто функція витрат на закупівлю має, наприклад, такий вигляд:

$$C_1(x)=\begin{cases} c_1(x-y), \ \textit{якщо} \ 0<x-y<x_1, \\ c_2(x-y), \ \textit{якщо} \ x_1 \le x-y<x_2, \\ c_3(x-y,), \ \textit{якщо} \ x-y \ge x_2. \end{cases} \quad (3)$$

Тобто ціна одиниці товару при купівлі партії, обсягом не більше ніж x_1 одиниць, дорівнює c_1 гр. од.; якщо ж обсяг партії знаходиться в межах від x_1 до x_2, то ціна одиниці товару знижується і дорівнює c_2 гр. од. ($c_2 < c_1$) і т.д.

У такому випадку цільова функція матиме вигляд

$$L_1(x)=C_1(x)+z\int_0^x (x-\xi)f(\xi)d\xi+d\int_x^\infty (\xi-x)f(\xi)d\xi. \quad (4)$$

Вона є розривною, графік її зображено на рис. 1.

Як бачимо, крива функції витрат складається з частинок кривих функцій виду (1), але з різними значеннями констант c_1, c_2, c_3. Позначимо

$$L_{1j}(x)=c_j(x-y)+z\int_0^x (x-\xi)f(\xi)d\xi+d\int_x^\infty (\xi-x)f(\xi)d\xi, \ x>y. \quad (5)$$

Оскільки $c_1 > c_2 > c_3$, криві не перетинаються і

$$L_{11}(x)>L_{12}(x)>L_{13}(x) \ \text{для усіх} \ x>y. \quad (6)$$

Глобальний мінімум функції $L_1(x)$ досягається або в одній з точок її розриву, або в тій точці, де її похідна дорівнює нулю. Міркуючи таким же чином, як і у випадку, викладеному вище (коли знижки не надаються), приходимо до висновку, що точки, в яких $\frac{dL_1}{dx}=0$, знаходяться з рівняння

$$\int_0^x f(\xi)d\xi=\begin{cases} \frac{d-c_1}{d+z}, \ \textit{при} \ 0<x-y<x_1, \\ \frac{d-c_2}{d+z}, \ \textit{при} \ x_1 \le x-y<x_2, \\ \frac{d-c_3}{d+z}, \ \textit{при} \ x-y \ge x_2. \end{cases} \quad (7)$$

Рівняння (7) може мати від одного до трьох розв'язків. Це випливає з властивостей функції щільності ймовірностей $f(\cdot)$ та з того факту, що $\frac{d-c_i}{d+z}<1$, $i = 1, 2, 3$.

Оскільки друга похідна функції $L_1(x)$ на всій області визначення додатна, розглядувана функція має в точках, які є розв'язками рівняння (7), локальні мінімуми. Але якщо рівняння $\int_0^x f(\xi)d\xi=\frac{d-c_3}{d+z}$ має розв'язок, що задовольняє умову $x-y \ge x_2$, то в силу (6) він і буде глобальним мінімумом функції $L_1(x)$. Якщо ж локальний мінімум кривої L_{13} не реалізується для функції L_1, а реалізується, наприклад, локальний мінімум L_{12} (на мал. x_2^*), його слід порівняти зі значенням функції L_1 в точці розриву $x = x_2 + y$. Менше з цих значень і буде мінімумом витрат. У випадку, коли й локальний мінімум кривої L_{12} не реалізується для функції L_1, і єдиний розв'язок рівняння (7) x_1^* знаходиться на проміжку $(y, x_1 + y)$, значення функції в цій точці $L_1(x_1^*)$ слід порівняти зі значеннями у точках розриву, що знаходяться справа від x_1^*. Найменше зі знайдених значень і буде мінімумом витрат.

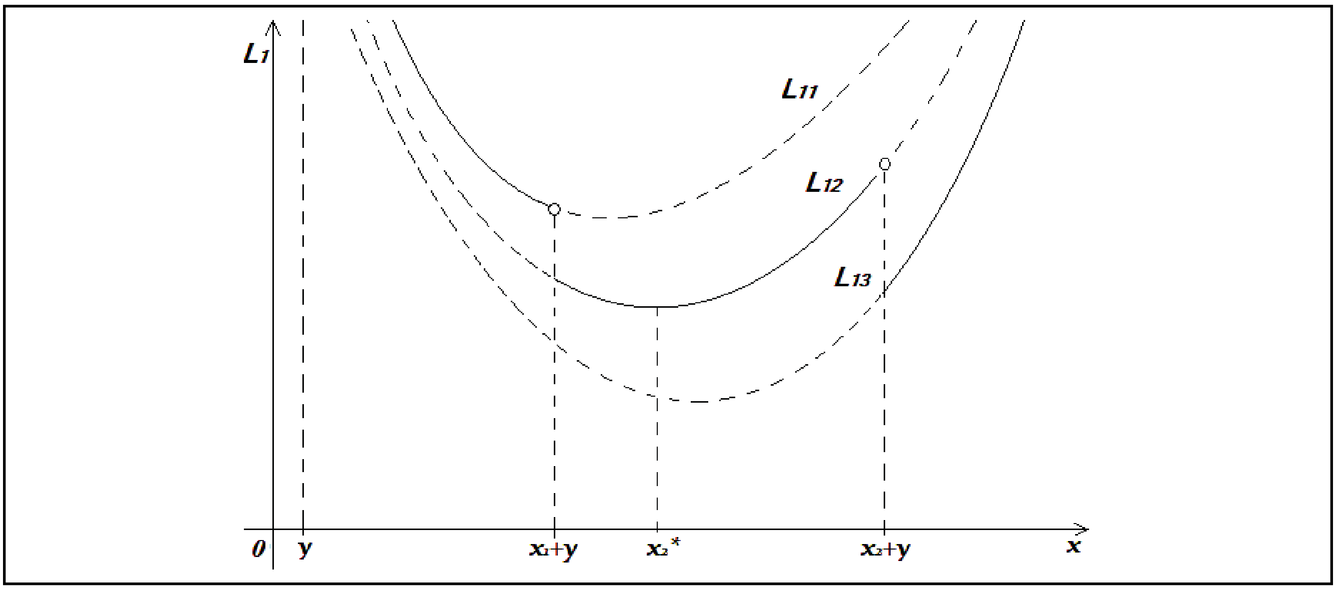

Рисунок 1. Графік функції витрат $L_1(x)$ за умови надання оптових знижок

Аналогічну процедуру потрібно виконати й у випадку, коли розривів ціни більше, ніж два. Зазначимо, що якщо крива витрат L_1 має багато розривів, обчислення її мінімуму може бути достатньо довгим та потребуватиме багато обчислень.

Таким чином, глобальний мінімум $L_1(x)$ можна знайти, вибравши найменше значення з $L_1(x_i + y)$, $L_1(x_{i+1} + y)$, ..., $L_1(x_{n-1} + y)$ та $L_1(x_i^*)$, де $(x_i^*$ – найбільший з розв'язків рівняння виду (7), число може набувати значень від 1 до кількості можливих запропонованих продавцем значень ціни n.

Незважаючи на відносну простоту алгоритму знаходження точки мінімуму функції очікуваних витрат, на практиці у процесі виконання цього алгоритму можуть виникнути деякі труднощі.

По–перше, потрібно дати відповідь на питання про закон розподілу попиту на даний етап. Щоб відповісти на нього, потрібно провести ґрунтовний статистичний аналіз цього явища. Оскільки дана стаття присвячена моделюванню систем управління запасами, а не застосуванню статистичних методів, це питання тут розглядатися не буде.

По–друге, для деяких законів розподілу, в тому числі для нормального, який зустрічається найчастіше, рівняння (7) розв'язати непросто, адже ліва його частина не виражається аналітично через елементарні функції. Крім того, при знаходженні значень функції L_1 в точках x_i^*, які є розв'язками рівняння (7), та в точках її розриву, виникає необхідність знаходити інтеграли від функцій, що «не беруться». Розглянемо цю задачу детальніше.

Нехай попит на закуповуваний товар на даний період часу розподілений нормально з математичним сподіванням $M(\xi) = a$ та дисперсією $D(\xi) = \sigma^2$. Тоді рівняння виду (7) можна представити так:

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{d - c_1}{d + z}, & при \quad 0 < x - y < x_1, \\ \quad \ldots & \\ \dfrac{d - c_n}{d + z}, & при \quad x - y \ge x_{n-1}; \end{cases} \tag{8}$$

де $F(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt$. Для його розв'язання можна, наприклад, знайти значення $F(x_1 + y)$, $F(x_2 + y)$, ..., $F(x_{n-1} + y)$. Оскільки функція $F(\bullet)$ зростаюча, то, порівнюючи $F(x_{i-1} + y)$ та $F(x_i + y)$ з числом $\dfrac{d - c_i}{d + z}$, можна визначити, чи має рівняння (8) корінь на проміжку $[y + x_{i-1}, y + x_i)$ (тут i приймає значення від 1 до n, $x_0 = 0$, $x_n = \infty$).

Якщо $F(x_{i-1} + y) \le \dfrac{d - c_i}{d + z} < F(x_i + y)$, такий корінь x_i^* існує, і він знаходиться з рівняння $F(x) = \dfrac{d - c_i}{d + z}$. Таким чином можна знайти усі корені $\{x_i^*,\ 1 \le i \le k\}$ рівняння (8).

Далі, за алгоритмом знаходження мінімуму функції L_1, виникає потреба розрахувати значення цієї функції в точках x_i^* або в точках її розриву. У випадку нормально розподіленого попиту з параметрами (a, σ) для усіх $x \in [x_{i-1} + y,\ x_i + y)$ (покладемо $x_n = \infty$) отримаємо:

$$L_1(x) = c_i(x - y) + z\int\limits_0^x (x - \xi) f(\xi) d\xi +$$

$$+ d\int\limits_x^\infty (\xi - x) f(\xi) d\xi = c_i(x - y) + zx\int\limits_0^x f(\xi) d\xi -$$

$$- z\int\limits_0^x \xi f(\xi) d\xi + d\int\limits_x^\infty \xi f(\xi) d\xi - dx\int\limits_x^\infty f(\xi) d\xi$$

Оскільки $\int\limits_0^x f(\xi) d\xi = 1 - \int\limits_x^\infty f(\xi) d\xi$ та $\int\limits_0^x \xi f(\xi) d\xi = a - \int\limits_x^\infty \xi f(\xi) d\xi$ (друга рівність випливає з означення математичного сподівання неперервної випадкової величини), маємо

$$L_1(x) = c_i(x - y) + zx\left(1 - \int\limits_x^\infty f(\xi) d\xi\right) -$$

$$- za + (z + d)\int\limits_x^\infty \xi f(\xi) d\xi - dx\int\limits_x^\infty f(\xi) d\xi .$$

Далі, врахувавши, що $\int\limits_x^\infty f(\xi) d\xi = 0{,}5 - \Phi\left(\dfrac{x - a}{\sigma}\right)$, де $\Phi(\bullet)$ – функція Лапласа (див., наприклад, [7], ст. 129), та виконавши деякі перетворення отримаємо

$$L_1(x) = c_i(x - y) + \frac{x}{2}(z - d) - za +$$
$$+ (z + d)\left(x\Phi\left(\frac{x - a}{\sigma}\right) + \int\limits_x^\infty \xi f(\xi) d\xi\right). \tag{9}$$

Таким чином, у виразі (9) функції L_1 присутній лише один інтеграл, тоді як спочатку їх було два. Покажемо, як його виразити через значення відомих функцій.

Отже,

$$\int\limits_x^\infty \xi f(\xi) d\xi = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int\limits_x^\infty \xi e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} d\xi =$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int\limits_x^\infty (\xi - a) e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} d\xi + \frac{a}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int\limits_x^\infty e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} d\xi =$$

$$= -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} \Big|_x^\infty + a\left(0{,}5 - \Phi\left(\frac{x - a}{\sigma}\right)\right) =$$

$$= \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} + \frac{a}{2} - a\Phi\left(\frac{x - a}{\sigma}\right).$$

Звідки остаточно маємо

$$\int_x^\infty \xi f(\xi)d\xi = \sigma\varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) + \frac{a}{2} - a\Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right). \qquad (10)$$

Скориставшись формулою (10) після спрощень, одержимо

$$L_1(x) = c_i(x-y) + \frac{x-a}{2}(z-d) + \\ + (z+d)\left((x-a)\Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) + \sigma\varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)\right), \qquad (11)$$

$$x \in [x_{i-1}+y,\ x_i+y).$$

Зазначимо, що для знаходження локальних мінімумів, якщо вони існують, на кожному з інтервалів $x \in (x_{i-1}+y,\ x_i+y)$ можна скористатися дещо спрощеною формулою.

Після перетворення формули (11) з урахуванням, що

$$d - c_i = (z+d)F(x_i^*) = \frac{z+d}{2} + (z+d)\Phi\left(\frac{x_i^*-a}{\sigma}\right),$$

отримаємо

$$L_1(x_i^*) = (a-y)c_i + (z+d)\sigma\cdot\varphi\left(\frac{x_i^*-a}{\sigma}\right), \qquad (12)$$

де $x_i^* \in (x_{i-1}+y,\ x_i+y)$ – точка локального мінімуму функції L_1.

Проілюструємо викладений теоретичний матеріал прикладом застосування у випадку конкретного підприємства. Меблева фабрика закуповує цінні елементи декору на певний період часу. На основі попереднього досвіду в результаті статистичних досліджень стало відомо, що попит на ці елементи розподілений за нормальним законом з середнім a = 200 та дисперсією σ^2 = 624. Питомі витрати зберігання та дефіцитності цих комплектуючих складають відповідно z = 28 ум. гр. од. та d = 65 ум. гр. од. і не залежать від ціни одиниці закуповуваного товару.

Розрахуємо обсяг партії, яку слід закупити фабриці на даний етап, щоб очікувані витрати на управління запасами були мінімальними, якщо постачальник надає оптові знижки на товар, що закуповується. Ціна одиниці товару складає 48 ум. гр. од. при купівлі партії обсягом до 150 од., 42 ум. гр. од. – якщо її обсяг становить від 150 од. до 200 од., і 35 ум. гр. од. при купівлі більше ніж 200 од. На початку етапу рівень запасу потрібного товару був нульовим.

Отже, функція очікуваних витрат на управління запасами буде мати вигляд

$$L_1(x) = C_1(x) + 28\int_0^x (x-\xi)f(\xi)d\xi + 65\int_x^\infty (\xi-x)f(\xi)d\xi \qquad (13)$$

де $f(\xi) = \frac{1}{25\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\xi-200)^2}{1248}}$, функція витрат на закупівлю

$$C_1(x) = \begin{cases} 48x, & якщо\ 0 < x < 150, \\ 42x, & якщо\ 150 \le x < 200, \\ 35x, & якщо\ x \ge 200. \end{cases} \qquad (14)$$

Знайдемо значення функції $F(x) = \frac{1}{25\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-200)^2}{1248}}dt$ в точках x_1 = 150 та x_2 = 200.

Отже,

$$F(150) = 0,5 + \Phi\left(\frac{150-200}{25}\right) = 0,5 - \Phi(2) = 0,0228,$$
$$F(200) = 0,5.$$

Оскільки $\frac{d-c_1}{d+z} = 0,1828 > F(150)$ і $\frac{d-c_3}{d+z} = 0,3225 < F(200)$, функція $L_1(x)$ на $[0,\ 150) \cup (200,\ +\infty)$ локальних мінімумів не має. На інтервалі (150, 200) рівняння (8) має розв'язок, так як $F(150) < \frac{d-c_2}{d+z} = 0,2473 < F(200)$ (див. рис. 2), знайдемо його:

$$F(x^*) = \frac{d-c_2}{d+z}, \text{ або}$$

$$0,5 + \Phi\left(\frac{x^*-200}{25}\right) = 0,2473.$$

Скориставшись таблицею значень функції Лапласа (див. [7], ст. 462–463), отримаємо розв'язок x^* = 183.

Таким чином, функція $L_1(x)$ на інтервалі (150, 200) має локальний мінімум в точці x^* = 183. Знайдемо значення функції в цій точці за формулою (12):

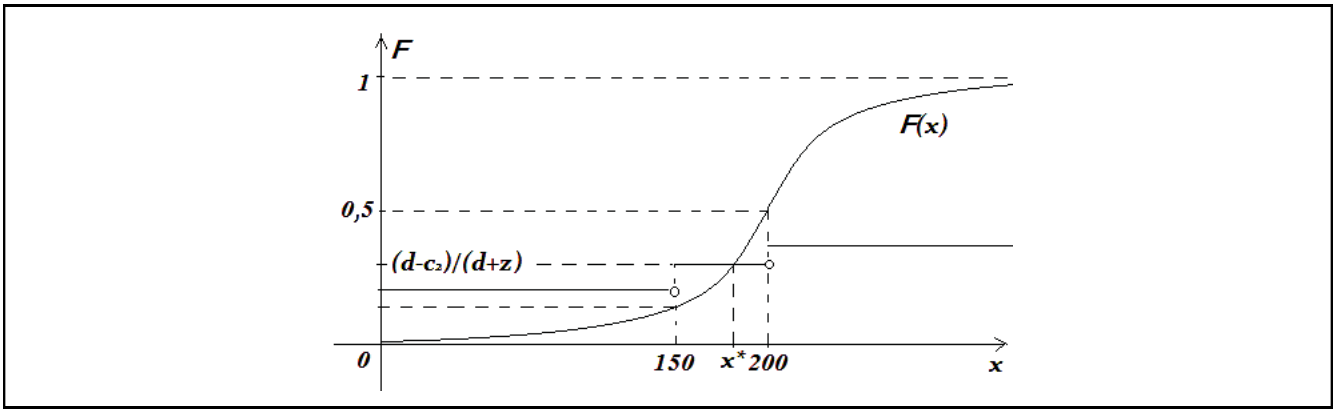

Рисунок 2. Знаходження розв'язку рівняння виду (8)

$$L_1(183) = 200 \cdot 42 + (28+65) \cdot 25 \cdot \varphi\left(\frac{183-200}{25}\right) = 9136.$$

Згідно з викладеним вище алгоритмом знаходження найменшого значення функції L_1, потрібно знайти значення цієї функції в точках розриву, що лежать справа від $x^* = 183$. Скориставшись формулою (11), отримаємо:

$$L_1(200) = 35 \cdot 200 + 93 \cdot 25 \cdot \varphi(0) = 7927{,}4.$$

Отже, глобальний мінімум цільової функції витрат (13) досягається в точці $x = 200$ од. і становить 7927,4 ум. гр. од. Оптимальний обсяг закуповуваної партії елементів декору на даний етап становить 200 од.

Розглянемо другий вид знижок, а саме диференціальні знижки. У випадку, коли постачальник надає такі знижки на свій товар, функція на закупівлю буде мати вигляд

$$C_2(x) = \begin{cases} c_1(x-y), & якщо\ \ 0 \le x-y < x_1, \\ c_1x_1 + c_2(x-y-x_1), & якщо\ x_1 \le x-y < x_2, \\ c_1x_1 + c_2(x_2-x_1) + c_3(x-y-x_2), & якщо\ x_2 \le x-y < x_3, \\ \dots, & \\ c_1x_1 + c_2(x_2-x_1) + \dots + c_{n-1}(x_{n-1}-x_{n-2}) + c_n(x-y-x_{n-1}), & якщо\ x-y \ge x_{n-1}. \end{cases}$$

Тобто при закупівлі партії розміром менше ніж x_1 од., ціна одиниці продукції дорівнює c_1 ум. гр. од. Якщо ж закуповується більше, ніж x_1 од., вартість x_1 од. складає c_1x_1 ум. гр. од., а на кожну одиницю, придбану понад встановлену норму x_1, ціна знижується до c_2 ум. гр. од. за одиницю ($c_2 < c_1$) і т.д.

У цьому випадку функція очікуваних витрат на управління запасами має вигляд

$$L_2(x) = C_2(x) + z\int_0^x (x-\xi)f(\xi)d\xi + d\int_x^\infty (\xi - x)f(\xi)d\xi. \quad (15)$$

Ця функція на відміну від $L_1(x)$ є неперервною, оскільки неперервна функція витрат на закупівлю $C_2(x)$. Графік її зображено на рис. 3.

Знаходження оптимального значення x^* у випадку диференціальної знижки дещо відрізняється від його знаходження для випадку оптової знижки.

Нехай

$$L_{2j}(x) = c_1x_1 + c_2(x_2-x_1) + \dots + c_j(x-y-x_{j-1}) + \\ + z\int_0^x (x-\xi)f(\xi)d\xi + d\int_x^\infty (\xi-x)f(\xi)d\xi, \ x > y.$$

Функція $L_2(x)$ може мати глобальний мінімум лише в точках мінімумів функцій $L_{21}, L_{22}, \dots, L_{2n}$ (рис. 3), якщо вони реалізуються для функції L_2. У точках же $x_1 + y, x_2 + y, \dots, x_{n-1} + y$ функція L_2 глобального мінімуму мати не може. Це випливає з неперервності L_2 та з того факту, що

$$\left.\frac{dL_{2i}}{dx}\right|_{x = x_i + y} > \left.\frac{dL_{2(i+1)}}{dx}\right|_{x = x_i + y}, \text{ де } 1 \le i \le n-1.$$

Таким чином, для знаходження глобального мінімуму цільової функції L_2 потрібно знайти її значення у тих точках, де $\frac{dL_2}{dx} = 0$ та вибрати з них найменше. Для цього слід розв'язати рівняння

$$\int_0^x f(\xi)d\xi = \begin{cases} \frac{d-c_1}{d+z}, & при\ \ 0 < x-y < x_1, \\ \dots, & \\ \frac{d-c_n}{d+z}, & при\ \ x-y \ge x_{n-1}. \end{cases} \quad (16)$$

Глобальний мінімум $L_2(x)$ можна знайти, вибравши найменше значення з $L_2(x_i^*)$, де $\{x_i^*,\ 1 \le i \le k\}$ – розв'язки рівняння (16), k може приймати значення від 1 до n.

У випадку, коли попит на потрібний товар нормально розподілений, знайти розв'язки рівняння (16) можна за алгоритмом викладеним вище (для випадку оптових знижок). Крім того, розрахунки значень $L_2(x_i^*)$ можна здійснити, скориставшись формулою

$$L_2(x_i^*) = (c_1-c_2)x_1 + (c_2-c_3)x_2 + \dots + (c_{i-1}-c_i)x_{i-1} + \\ + c_i(a-y) + (z+d)\sigma \cdot \varphi\left(\frac{x_i^* - a}{\sigma}\right), \quad (17)$$

де $x_i^* \in (x_{i-1}+y,\ x_i+y)$ – точка локального мінімуму функції L_2 (замість $x_n + y$ покладемо ∞). Виведення цієї фор-

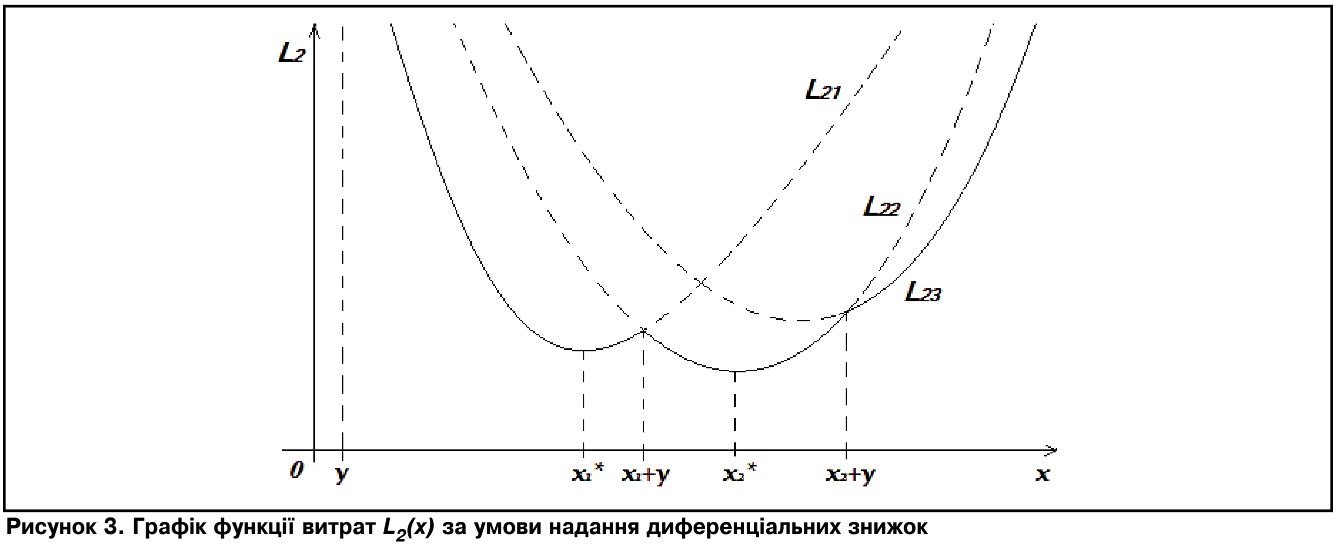

Рисунок 3. Графік функції витрат $L_2(x)$ за умови надання диференціальних знижок

мули аналогічне до виведення формули (12) у випадку оптових знижок.

Покажемо на конкретному прикладі застосування викладеного теоретичного матеріалу у випадку, коли постачальником надаються диференціальні знижки. Повернемось до ситуації, розглянутої вище, коли меблева фабрика на певний етап повинна закупити партію елементів декору. Але знижки на товар, що закуповується, надаються за такою схемою: ціна одиниці товару складає   ум. гр. од. при купівлі партії обсягом до 150 од., 42 ум. гр. од. – за кожну одиницю, закуплену понад норму 150 од, і 35 ум. гр. од. – за кожну одиницю, закуплену понад 200 од. Тобто, функція витрат на закупівлю має вигляд

$$C_2(x)=\begin{cases}48x, & \text{якщо } 0\le x<150,\\ 48\cdot150+42(x-150), & \text{якщо } 150\le x<200,\\ 48\cdot150+42\cdot(200-150)+35(x-200), & \text{якщо } x\ge 200.\end{cases}$$

Рівняння для визначення критичних точок функції

$$L_2(x)=C_2(x)+28\int_0^x(x-\xi)f(\xi)d\xi+65\int_x^\infty(\xi-x)f(\xi)d\xi$$

має такий же вигляд, як і для критичних точок $L_1(x)$ (рівняння (8)). Його єдиний розв'язок було знайдено вище, $x_2^*=183$. Оскільки інших локальних мінімумів цільова функція L_2 не має, він і буде оптимальним розв'язком задачі мінімізації очікуваних витрат. Знайдемо значення L_2 в цій точці за формулою (17):

$$L_2(183)=(48-42)\cdot150+42\cdot200+$$
$$+93\cdot25\cdot\varphi\left(-\frac{17}{25}\right)=10036{,}1 \text{ ум. гр. од.}$$

Таким чином, у випадку диференціальних знижок на обсяг закуповуваної партії, визначених вище, оптимальний розмір замовлення становить 183 одиниці.

Висновки

У роботі побудовано алгоритм знаходження оптимального розміру закуповуваної партії товару на етап у випадку, коли постачальником надаються оптові або диференціальні знижки. Відмінність першого та другого видів знижок полягає в розривності та неперервності цільових функцій. У випадку оптових знижок ця функція є розривною, причому в точках розривів може досягатися її найменше значення. Якщо ж знижки є диференціальними, то функція витрат неперервна, її глобальний мінімум досягається в одній з точок, де похідна перетворюється на нуль.

Більш детально в роботі розглянуто випадок нормально розподіленого попиту як такий, що зустрічається найчастіше. Отримано формули для розрахунку значень функції витрат на управління запасами в усіх точках області визначення саме для цього випадку.

Виведення аналогічних формул для інших законів розподілу попиту можуть бути предметом подальших досліджень. Крім того, представляють практичний інтерес випадки, коли та   залежать від закупівельної ціни та присутні витрати на оформлення замовлення.

Результати цієї статті можуть бути використані для побудови більш складних алгоритмів, зокрема при вказаних вище додаткових умовах.

Література

1. Raymond F.E. Quantity and Economy in Manufacture. [Text] / F.E. Raymond. – McGraw–Hill, Chicago, 1931. – 375 p.

2. Whitin T.W. The Theory of Inventory Management. [Text] / T.W. Whitin. – Princeton University Press, Princeton, N. J., 1953.

3. Рыжиков Ю.И. Теория очередей и управление запасами [Текст] / Ю.И. Рыжиков. – СПб: Питер, 2001. – 384с.

4. Хедли Дж. Анализ систем управления запасами. [Текст] / Дж. Хедли, Т. Уайтин; пер. с англ. М.А. Каснера, А.С. Манделя, А.Л. Райкина. – М.: Наука–Физмат, 1969. – 512 с.

5. Taha H.A. Operations Research – An Introduction (7th ed). [Text] / H.A. Taha. – Prentice Hall, Inc., New Jersey, 2003.

6. Беллман Р. Динамическое программирование. [Текст] / Р. Беллман; пер. с англ. И.М. Андреевой, А.А. Корбута, И.В. Романовского, И.Н. Соколовой. – М.: Издательство иностранной литературы, 1960. – 400 с.

7. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. [Текст] / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.

М.В. КОЗЛОВСЬКА,
здобувач, Європейський університет

Механізм управління трансформацією туристичних підприємств

У статті викладено результати досліджень у сфері інноваційного менеджменту трансформації туристичних підприємств, проаналізовано етапи аналізу діагностики сприятливості інноваційного середовища, досліджено джерела появи ускладнень трансформаційних процесів та динаміку їх інтенсивності, запропоновано механізм діагностики сприятливості передумов інноваційних трансформацій туристичних підприємств.

Ключові слова: *механізм управління трансформацією туристичних підприємств, інноваційний потенціал, інноваційний попит, туристичні підприємства.*